Meccanica dei Sistemi e Termodinamica

modulo di: Dinamica dei Fluidi

Corsi di Laurea in: Fisica e Astrofisica,Tecnologie Fisiche Innovative

Lezioni (docente: Savrié Mauro)
lunedì : 10:30-12:30 aula G10
martedì : 14:30-16:30 aula G10

Esercitazioni (docente:M.Stancari)
giovedì : 10:30-12:30 aula G10

Le copie delle presenti trasparenze saranno disponibili in rete all' indirizzo:
www.fe.infn.it/~savrie
.....cercare...ma occhio agli errori

obbligo di registrazione on-line

Inizio lezioni: 02 aprile 2007
Fine lezioni: 15 giugno 2007
ricevimento studenti:
venerdì 14:30-18:30 su appuntamento

- prova scritta: **(valida 1 A.A.)**
  - esito positivo: p ≥18/30
  - sconsigliato: 15/30≤p<18/30
  - non ammesso: p<15/30
- prova orale:
  - esito positivo: p≥18/30

Prof. Savrié Mauro
savrie@fe.infn.it

CALENDARIO ESAMI ANNO ACCADEMICO 2006-2007

CORSO DI LAUREA IN ***FISICA ED ASTROFISICA _ Riforma (trimestri)***

CORSO DI LAUREA IN **Tecnologie Fisiche Innovative_** ***Riforma (trimestri)***

MATERIA DI INSEGNAMENTO: meccanica dei sistemi e termodinamica

PRIMA SESSIONE *Dal **2 dicembre 2006** al **5 gennaio 2007***			
Scritto		*Orale*	
Giorno	*Ora*	*Giorno*	*Ora*
4 dicembre	9:00	6 dicembre	9:00
		20 dicembre	9:00
SECONDA SESSIONE *Dal **20 marzo 2006** al **31 aprile 2006***			
Scritto		*Orale*	
Giorno	*Ora*	*Giorno*	*Ora*
19 marzo	9:00	21 marzo	9:00
26 marzo	9:00	28 marzo	9:00
TERZA SESSIONE *Dal **16 giugno 2006** al **29 luglio 2006***			
Scritto		*Orale*	
Giorno	*Ora*	*Giorno*	*Ora*
18 giugno	9:00	20 giugno	9:00
2 luglio	9:00	4 luglio	9:00

Prof. Savrié Mauro
savrie@fe.infn.it

QUARTA SESSIONE *Dal **1 settembre 2007** a **inizio lezioni a.a. 2007/08***			
Scritto		*Orale*	
Giorno	*Ora*	*Giorno*	*Ora*
17 settembre	9:00	19 settembre	9:00

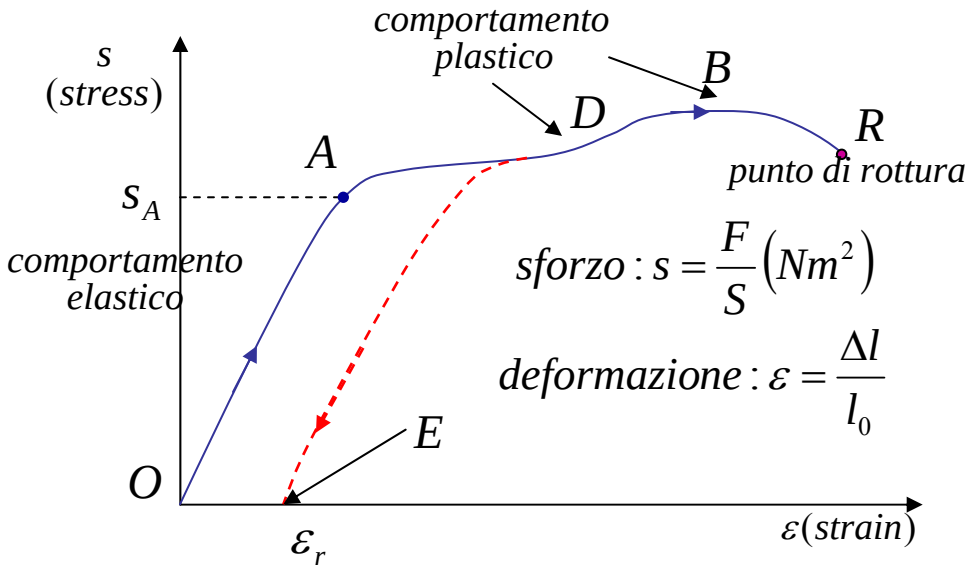
COMMISSIONE GIUDICATRICE

Professore ufficiale della materia: Prof. Savrié Mauro
Secondo membro: Dr. Michelle Stancari,
SUPPLENTI: Dr. Ricci Barbara, Prof. Luppi Eleonora, Prof.. Baldini Wander,Prof. Michele Marziani

IL PRESIDENTE DELLA COMMISSIONE D'ESAME

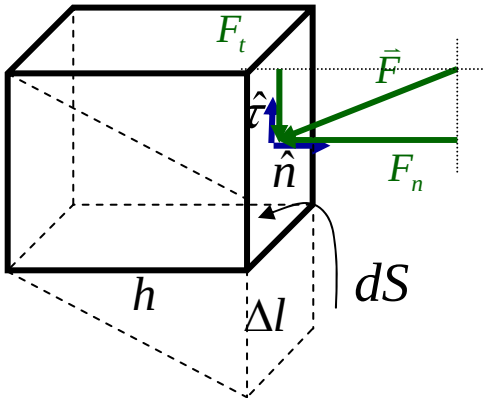
Prof. Savrié Mauro

I corpi deformabili - FLUIDI



1. OA: relazione lineare (legge di Hooke)
2. AB: la deformazione aumenta rapidamente anche con piccola variazione di sforzo (plasticita')
3. R: rottura (derivata del grafico negativa)
4. Oltre A: isteresi elastica-deformazioni permanenti

$$sforzo\ \ normale : s_n = \frac{F_n}{dS} \qquad sforzo\ \ di\ \ taglio : s_t = \frac{F_t}{dS}$$



$$elasticita'\ lineare \rightarrow legge\ di\ Hooke : \frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{Y}\frac{F}{S}$$

$$elasticita'\ di\ volume : P = \frac{F}{S} \rightarrow \frac{\Delta V}{V} = -\frac{1}{B}P$$

$$elasticita'\ di\ \ forma : \varphi \cong \frac{\Delta l}{h} \rightarrow \frac{\Delta V}{V} = -\frac{1}{\mu}\frac{F}{S}$$

Prof. Savrié Mauro
savrie@fe.infn.it

FLUIDI

- **non hanno forma propria**
- **hanno volume proprio**
- **non sostengono gli sforzi di taglio (scorrimenti)**

a) GAS
- non hanno ne' forma ne' volume propri
- sono facilmente comprimibili

b) LIQUIDI
- hanno volume proprio
- Sono incomprimibili
- esempi "anomali": vetro, pece,....

Forze agenti sui fluidi

1. di superficie

Si manifestano sulle superfici di contatto e/o di separazione di fluidi e sono proporzionali alla superficie:

$$d\vec{F}^{(s)} \Rightarrow P = \frac{dF_n}{dS} \Rightarrow \text{Sforzo normale} \rightarrow \text{pressione} \qquad \tau = \frac{dF_t}{dS} \Rightarrow \text{Sforzo di taglio} \rightarrow \text{viscosità}$$

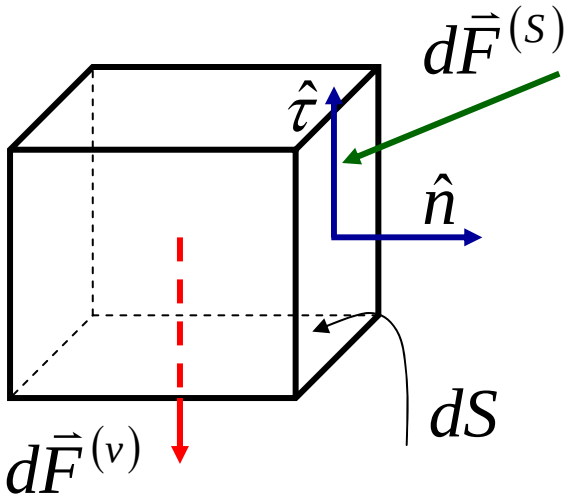
Prof. Savrié Mauro
savrie@fe.infn.it

2. di volume:

Si manifestano per il fatto che I fluidi hanno una massa: $dm = \rho dV$

per esempio le forze gravitazionali o centrifughe:

$$d\vec{F}^{(v)} = \vec{g}dm \qquad \vec{g} \Rightarrow \left[LT^{-2}\right]$$



$$\left.\begin{aligned} F_t^{(S)} &\Rightarrow \frac{dF_t^{(S)}}{dS} = \tau \\ F_n^{(S)} &\Rightarrow \frac{dF_n^{(S)}}{dS} = P \end{aligned}\right\} \Rightarrow scalari!!$$

N.B.

- ***In un fluido in equilibrio sono assenti gli sforzi di taglio e si hanno solo forze normali***
- ***nei fluidi in moto si hanno anche sforzi di taglio***

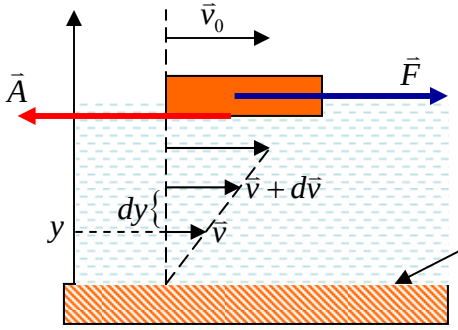
Prof. Savrié Mauro
savrie@fe.infn.it

STATICA

TRATTA DEI FLUIDI IN EQUILIRIO STATICO PER CUI SI HANNO SOLO FORZE DI SUPERFICIE "NORMALI": **PRESSIONI** (...E DI VOLUME)

DINAMICA

TRATTA DEI FLUIDI IN MOTO PER CUI SI HANNO, IN GENERE, FORZE **NORMALI, DI TAGLIO** E DI **VOLUME→ATTRITI INTERNI E VISCOSITA'** **(fluidi reali)**



strato limite

legge sperimentale!!!:

$$v(y+dy)-v(y)=\frac{1}{\eta}\frac{F}{S}dy$$

S: superficie di base

η: coefficiente di viscosità o di Poiseuille

$$[\eta]=\left[\frac{N}{m^2}m\frac{s}{m}\right]=\left[\frac{Kg\cdot m\cdot s^{-2}}{m^2}m\frac{s}{m}\right]=\left[kg\cdot m^{-1}\cdot s^{-1}\right]\Rightarrow\left[ML^{-1}T^{-1}\right]\Rightarrow decapoise\ =\frac{N}{m^2}s$$

nel sistema internazionale (S.I.):

olio ricino: 1(20 °C)

Glicerina: 1.5(20°C)

Acqua: 1.8 10^{-3} (0°C);1.0 10^{-3} (20°C);2.8 10^{-4} (100°C)

sangue: 4 10-3

aria: 1.71 10^{-5} (0°C), 1.84 10-5 (20°C)

CO_2: 1.48 10-5 (20°C)

olio lubrificante SAE 20: 0.3 (40°C)

unità nel sistema cgs: POISE

$$1\,poise=g\cdot cm^{-1}\cdot s^{-1}$$

$$1\,poise=dyna\cdot cm^{-2}\cdot s$$

Prof. Savrié Mauro
savrie@fe.infn.it

Equazione di Poiseuille (flusso di volume attraverso tubature)

$$l >> R \Rightarrow \quad \frac{V}{t} = \frac{\pi}{8\eta} R^4 \frac{\Delta P}{l}$$

fluido viscoso min moto laminare e v=cost.
fluido incomprimibile
tubo di lunghezza l e raggio R a sezione costante
V/t=flusso di volume nell' unità di tempo
ΔP= diff. di pressione

da dove viene l' eq. di Poiseuille? facciamo un' analisi dimensionale:

E' abbastanza logico ammettere che il flusso di massa (volume) dipenda da:

1. raggio interno tubatura
2. differenza di pressione
3. lunghezza del tubo
4. viscosità

} gradiente di pressione

.....e da un' eventuale costante adimensionale.

$$\frac{V}{t} = \frac{m/\rho}{t} = K\eta^{\alpha} R^{\beta} \left(\frac{\Delta P}{l}\right)^{\gamma} \qquad L^3T^{-1} = \left(ML^{-1}T^{-1}\right)^{\alpha} L^{\beta} \left(ML^{-2}T^{-2}\right)^{\gamma}$$

$$L: 3 = -\alpha + \beta - 2\gamma$$
$$T: -1 = -\alpha - 2\gamma$$
$$M: 0 = \alpha + \gamma$$

$$\alpha = -1 \quad \beta = 4 \quad \gamma = 4$$

$$K = \frac{1}{8}\pi \Rightarrow \textit{sperimentalmente!}$$

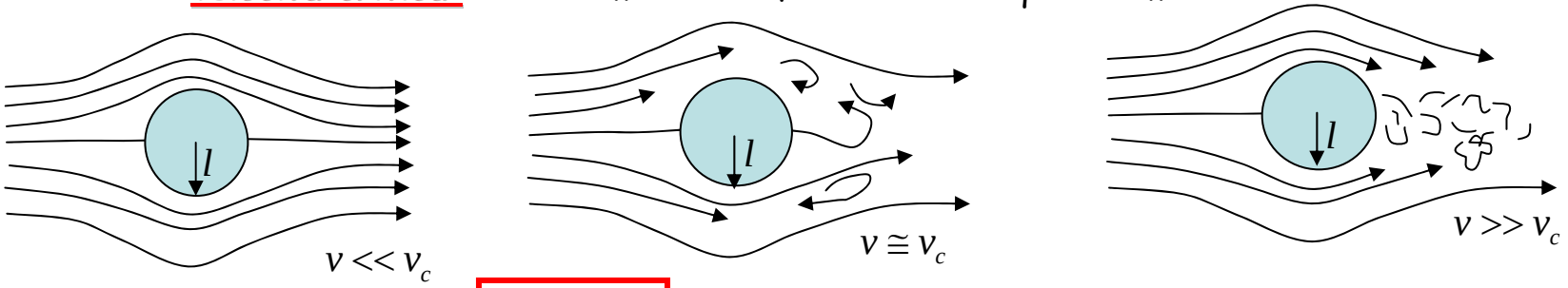
la tavola che procede con velocità V_0 in un liquido viscoso di profondità h a quale forza di attrito è soggetta?

$$v(y+dy)-v(y)=dv=\frac{1}{\eta}\frac{F}{S}dy \Rightarrow \quad v(h)-v(0)=v_0-0=\frac{1}{\eta}\frac{F}{S}h$$

all' equilibrio:

$$\vec{F}=\vec{A} \qquad \boxed{A=\eta\frac{v_0}{h}S}$$

un moto come quello fin qui studiato è detto: ***moto laminare***
esiste una ***velocità critica*** di scorrimento del fluido oltre la quale il moto diventa "vorticoso"



numero di ***Reynolds***: $\boxed{R_e=\rho\frac{vl}{\eta}}$ $\qquad R_e\cong 10^3\div 10^4 \Rightarrow$ passaggio al moto turbolento

$\rho=$ densità del fluido $\qquad l=$ dim. caratt. del sistema

$v=$ velocità del fluido $\qquad \eta=$ coeff. di viscosità del fluido

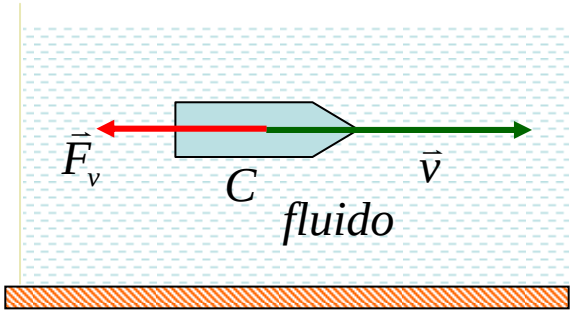
per un cilindro (R_e~2 10^3): $\boxed{v_c\approx R_e\frac{\eta}{\rho l}}$

qual' è la velocità critica di un cilindro di diametro D=20 cm immerso in un flusso di acqua ($\rho=10^3$ kg cm^{-3} $\eta=10^{-3}$) a 20 °C?
In questo caso la dimensione caratteristica è D e R_e=2 10^3.

$$\boxed{v_c=R_e\frac{\eta}{\rho l}=1cm\cdot s^{-1}}$$

Prof. Savrié Mauro
savrie@fe.infn.it

Forze di attrito nei fluidi reali



$$\vec{F}_v = -K\eta\vec{v}$$ **legge di Stokes**

$\eta > 0$: *coefficiente di viscosità*

$K > 0$: *dipende dalla forma del corpo*

Per un corpo sferico: $K = 6\pi R \Rightarrow \vec{F}_v = -6\pi R\eta\vec{v}$

applicazioni:

1. **meteorologia**
2. **medicina**
3. **aerosol**
4. **moto di polveri in campi Gravitazionali ed E.M. (esp. di Millikan)**

ma da dove viene? Al solito, tentando un approccio dimensionale, è ragionevole assumere:

$$\vec{F}_v = K\eta^{\alpha} R^{\beta} v^{\gamma}\left(-\frac{\vec{v}}{v}\right) \qquad MLT^{-2} = \left(ML^{-1}T^{-1}\right)^{\alpha} L^{\beta}\left(LT^{-1}\right)^{\gamma}$$

$$\alpha = -1 \quad \beta = 4 \quad \gamma = 4$$

$$\vec{F}_v = -K\,R\,\eta\,\vec{v}$$

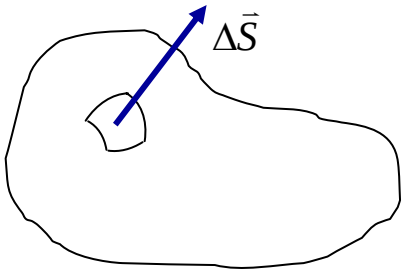
sperimentale!

Prof. Savrié Mauro
savrie@fe.infn.it

STATICA DEI FLUIDI

tratteremo solo fluidi ***perfetti***:

- incompressibili
- non viscosi (η=0)



PRESSIONE

modulo della forza normale agente su una superficie unitaria → è uno ***scalare***

$\Delta\vec{F} = P\Delta\vec{S}$

ma hanno la stessa direzione.....

$$P = \frac{\Delta F}{\Delta S}$$

$$P = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta S} = \frac{dF}{dS}$$

Unità di misura:

S.I.: $N \cdot m^{-2} \rightarrow (Pa)$

c.g.s.: $dyne \cdot cm^{-2}$

$$1Pa = 10 dyne \cdot cm^{-2}$$

dimensioni:

$$\left[MLT^{-2}\right] \cdot \left[L^{-2}\right] = \left[ML^{-1}T^{-2}\right]$$

altre unità:

$$1bar = 10^6 dyne \cdot cm^{-2} = 10^5 Pa$$

$$1atm = 1.013 \cdot 10^5 Pa$$

$$1Torr (1mmHg = 1.359 cmH_2O) \Rightarrow 760mmHg = 760Torr = 1atm$$

$$1Pa = 10 dyne \cdot cm^{-2} = 9.869 \cdot 10^{-6} atm = 7.50 \cdot 10^{-3} torr = 10^{-5} bar$$

Prof. Savrié Mauro
savrie@fe.infn.it

DENSITA’

$$\rho = \frac{M}{V} \quad \Rightarrow \quad [\rho] = [ML^{-3}]$$

Spazio interstellare		$10^{-18} \div 10^{-21}$ Kg/m^3
Vuoto di laboratorio		10^{-18} Kg/m^3
Idrogeno	T=0°C ; P=1 atm	9 10^{-2} Kg/m^3
Aria	T=0°C ; P=1 atm	1,3 Kg/m^3
	T=100°C ; P=1 atm	0,95 Kg/m^3
	T=0°C ; P=50 atm	6,5 Kg/m^3
Ghiaccio		0,92 10^3 Kg/m^3
Acqua	T=0°C ; P=1 atm	1 10^3 Kg/m^3
	T=100°C ; P=1 atm	0,958 10^3 Kg/m^3
	T=0°C ; P=50 atm	1,002 10^3 Kg/m^3
Alluminio		2,7 10^3 Kg/m^3
Mercurio		1,36 10^4 Kg/m^3
Platino		2,14 10^4 Kg/m^3
Terra	Densita’ media	5,52 10^3 Kg/m^3
	Densita’ del nucleo	9,5 10^3 Kg/m^3
	Densita’ della crosta	2,8 10^3 Kg/m^3
Sole	Densita’ media	1,4 10^3 Kg/m^3
	Densita’ nel centro	~1,6 10^5 Kg/m^3
Stelle Nane Bianche	Densita’ centrale	$10^8 \div 10^{15}$ Kg/m^3

Unita’ di misura:

1. **S.I. → kg m^{-3}**
2. **C.g.s. → g cm^{-3}**

Varia con:

1. **pressione**
2. **temperatura**

Varia:

1. **Poco nei liquidi**
2. **Molto nei gas**

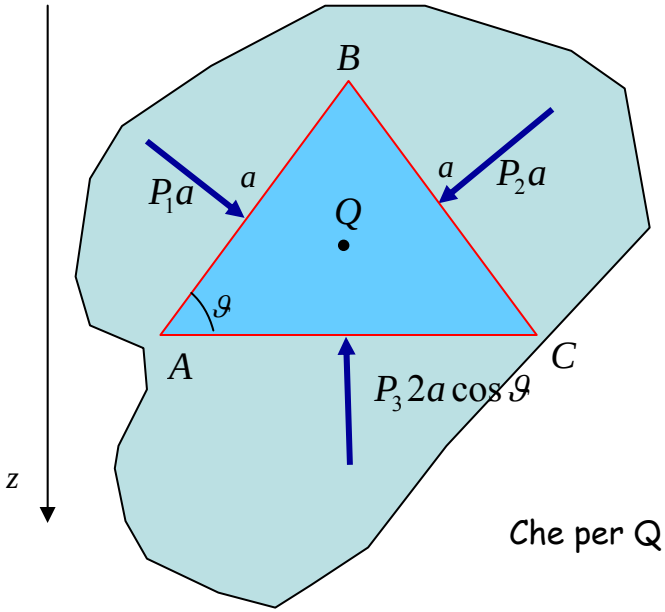
Proprieta'

La pressione in un fluido e' indipendente dall' orientazione della superficie sulla quale si manifesta

Dimostrazione

consideriamo una porzione di fluido *in equilibrio* a forma di prisma retto a sezione triangolare e consideriamone una sezione di *spessore unitario* :

$$\vec{F}_r = 0$$



$$AB = BC;\ AC = 2AB\cos\vartheta = 2BC\cos\vartheta$$

All' equilibrio si ha, lungo la verticale,:

$$P_3 2A\cos\vartheta = P_1 A\cos\vartheta + P_2 A\cos\vartheta + \Delta mg$$

$$P_3 2A\cos\vartheta = P_1 A\cos\vartheta + P_2 A\cos\vartheta + \rho\Delta Vg$$

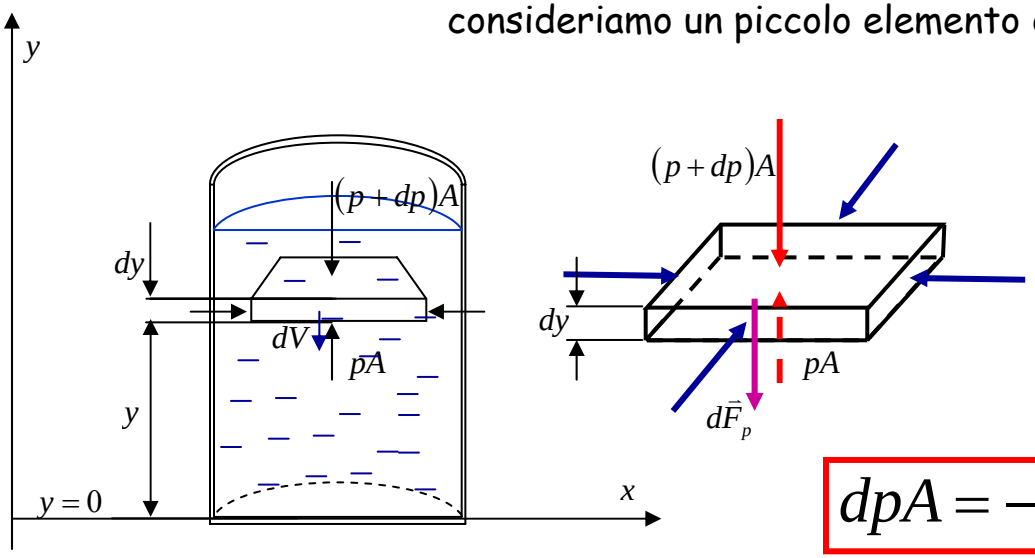
In un generico punto Q (lim. Per $\Delta V \to 0$) $\quad 2P_3 = P_1 + P_2$

Che per Q qualunque vale s.s.e. : $\boxed{P_3 = P_1 = P_2 = P}$

Prof. Savrié Mauro
savrie@fe.infn.it

Legge di Stevino

consideriamo un piccolo elemento di volume di fluido in *equilibrio*



$$dm = \rho A dy \quad dF_p = g(\rho A dy)$$

$$pA - (p + dp)A - dF_p = 0$$

$$pA - (p + dp)A - \rho g A dy = 0$$

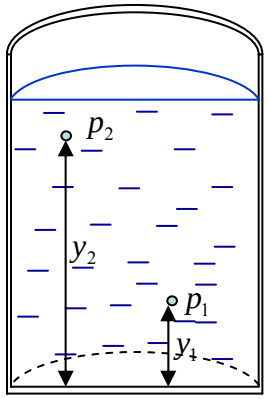
$$dpA = -\rho g A dy$$

$$\frac{dp}{dy} = -\rho g$$

Tra due punti qualsiasi p_1 e p_2 in un fluido:

$$\int_{p_1}^{p_2} dp = -\rho g \int_{y_1}^{y_2} dy = p_2 - p_1$$

$$p_2 - p_1 = -\rho g (y_2 - y_1)$$



Se p_2 e' sulla superficie libera a Pressione p_0(atmosferica):

$$p_0 - p_1 = -\rho g h$$

$$p_1 = p_0 + \rho g h$$

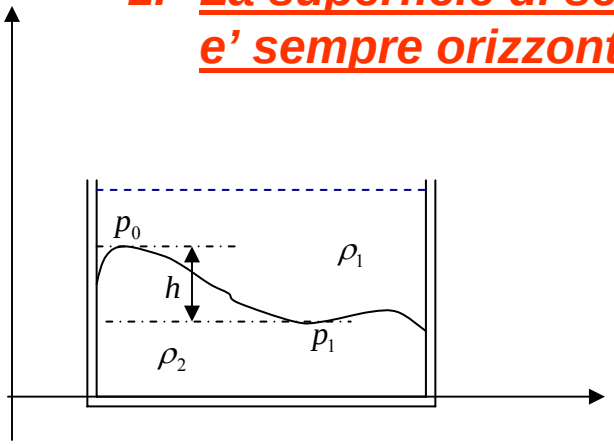
h= profondita' di p_1

Legge di Stevino

Prof. Savrié Mauro
savrie@fe.infn.it

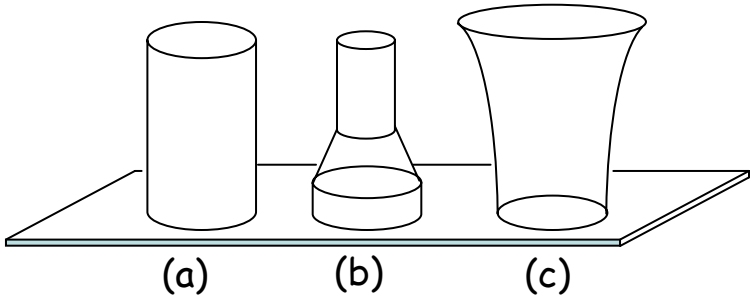
Conseguenze della legge di Stevino

1. La superficie di separazione di liquidi di diversa densita' e' sempre orizzontale



$$\left.\begin{aligned} p_1 &= p_0 + \rho_1 g h \\ p_1 &= p_0 + \rho_2 g h \end{aligned}\right\} \rho_1 \neq \rho_2 \Rightarrow h = 0$$

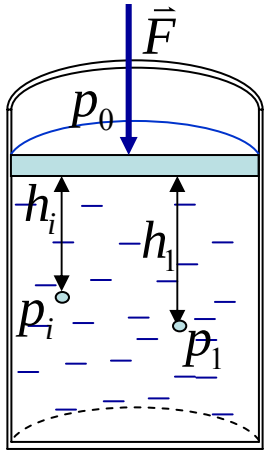
2. Paradosso idrostatico



Se la superficie di base A e' la stessa ed il livello del liquido contenuto e' lo stesso, la forza eseritata dal liquido, Apgh, e' uguale in tutti i casi e puo' risultare uguale (a), maggiore (b), o minore (c) del peso del liquido contenuto.

Conseguenze della legge di Stevino

3. Legge di Pascal



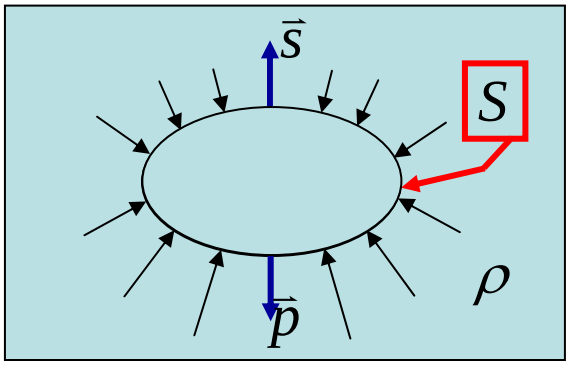
$$p_1 = p_0 + \rho g h_1$$

$$p_i = p_0 + \rho g h_i$$

$$p_0 \rightarrow p_0 + \Delta p_0 \quad \begin{cases} p_1' = p_1 + \Delta p_0 \\ p_i' = p_i + \Delta p_0 \end{cases}$$

Tutti i punti nel fluido subiscono la stessa variazione di pressione

4. Principio di Archimede (Stevino 1586)



B= centro di spinta; C=centro di gravita'

Un corpo immerso in un fluido riceve una spinta dal basso verso l' alto pari al peso del fluido spostato.

Sostituiamo il corpo con un volume equivalente di fluido:

- Forza peso: $p = m_f g = \rho g V$
- Forze di superficie (dovute alla pressione): s

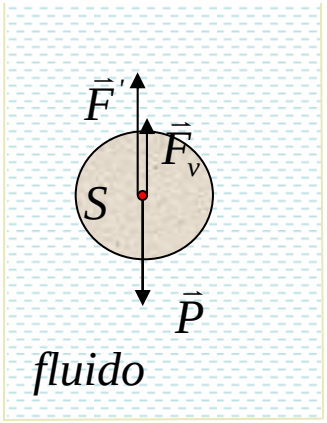
All' equilibrio: $\vec{p} + \vec{s} = 0$ ma anche che:

- Il centro di spinta è sulla verticale per C(centro di massa)
- C deve essere piu' profondo di B → eq. stabile)
- Se C≡B→eq. indifferente
- Se C e' meno profondo di B→ eq. instabile

Prof. Savrié Mauro
savrie@fe.infn.it

Esempio

consideriamo una sferetta S di raggio R e densità ρ che si muove verticalmente in un fluido di densità ρ'< ρ cosicchè S scende verso il basso.La sferetta è sottoposta alle seguenti forze:



$$\vec{P} = m\vec{g} = \rho\frac{4}{3}\pi R^3\vec{g} \rightarrow \textit{forza peso}$$

$$\vec{F}' = m'\vec{g} = -\rho'\frac{4}{3}\pi R^3\vec{g} \rightarrow \text{spinta idrostatica (Archimede)}$$

$$\vec{F}_v = -6\pi R\eta\vec{v} \rightarrow \textit{legge di Stokes}$$

$$\vec{P} + \vec{F}' + \vec{F}_v = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{4}{3}\pi R^3\left(\rho - \rho'\right)\vec{g} - 6\pi R\eta\vec{v} \qquad m\frac{dv_z}{dt} = \frac{4}{3\pi}R^3\left(\rho - \rho'\right)g - 6\pi R\eta v_z$$

$$m\frac{dv}{dt} + 6\pi R\eta v = \frac{4}{3}\pi R^3\left(\rho - \rho'\right)g$$

$$v(t) = A + Be^{\alpha t}$$

$$\begin{cases} \alpha = -\dfrac{6\pi R\eta}{m} = -\alpha_0 \; sol.eq.caratt.(<0) \\ A, B : dai\ valori\ di\ v\ per\ t = 0\ et = \infty \end{cases}$$

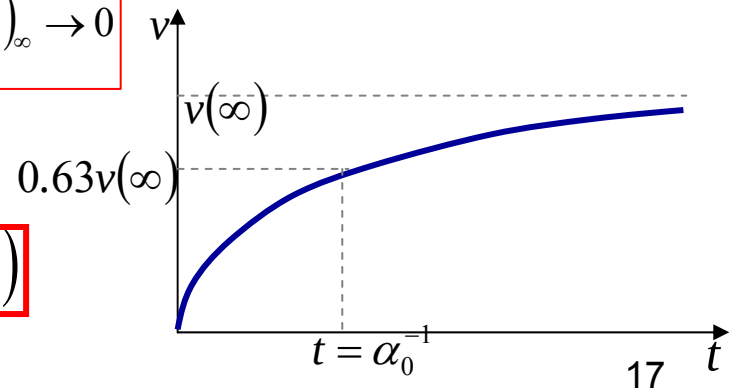
per t=∞: $t = \infty \rightarrow v(\infty) = A = \cos t.$

per t=0: $t = 0 \rightarrow A = -B$

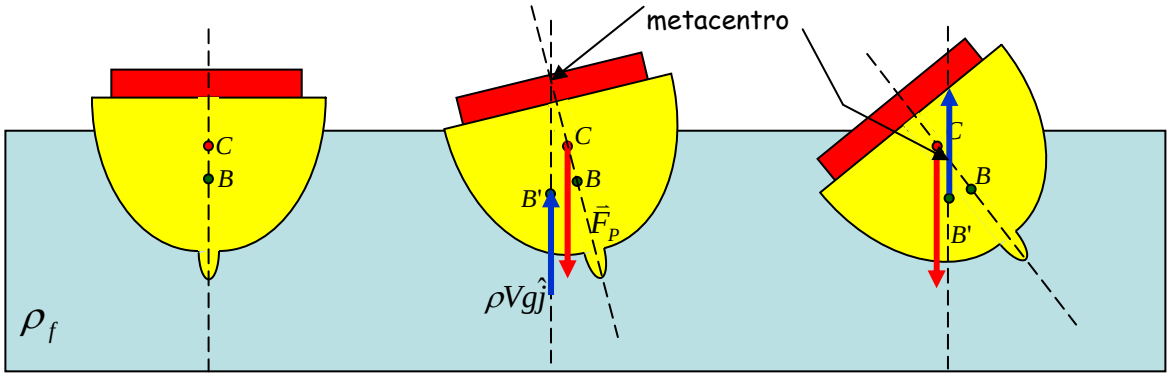
$$\left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right)_\infty = \left(-B\alpha_0 e^{-\alpha_0 t}\right)_\infty \rightarrow 0$$

$$v(\infty) = \frac{2\left(\rho - \rho'\right)R^2 g}{9\eta}$$

$$v(t) = v(\infty)\left(1 - e^{-\alpha_0 t}\right)$$



Prof. Savrié Mauro
savrie@fe.infn.it



C=centro di massa (=baricentro)
B=centro di spinta

Se il centro di spinta ed il centro di gravita' non sono sulla stessa verticale si hanno momenti che agiscono in modo da riportare o allontanare dall' equilibrio il sistema

La Pressione Atmosferica

Ipotesi (ideali):

- densita' proporzionale a P (T=cost.)
- g costante (indipendente da h)
- il gas atmosferico obbedise alla legge dei gas perfetti (PV=cost.)che vedremo poi!

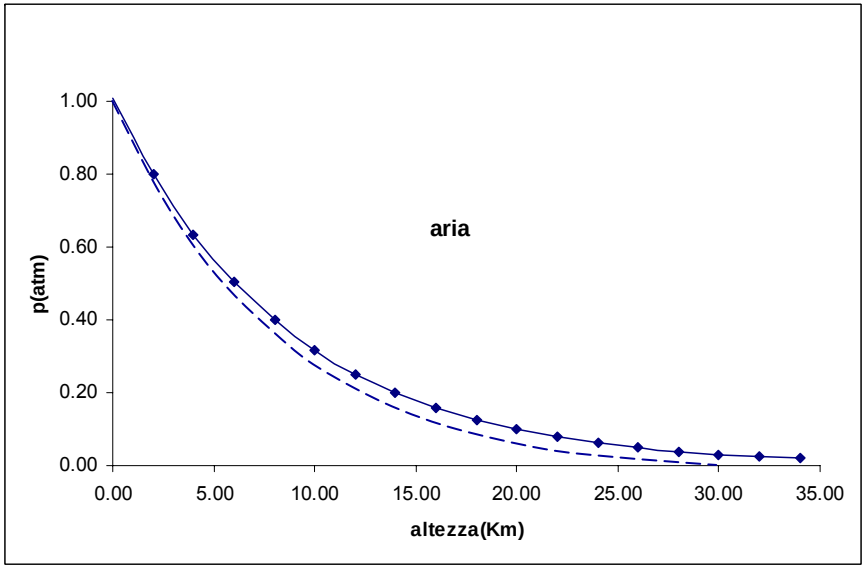
Dall' eq. della statica dei fluidi:

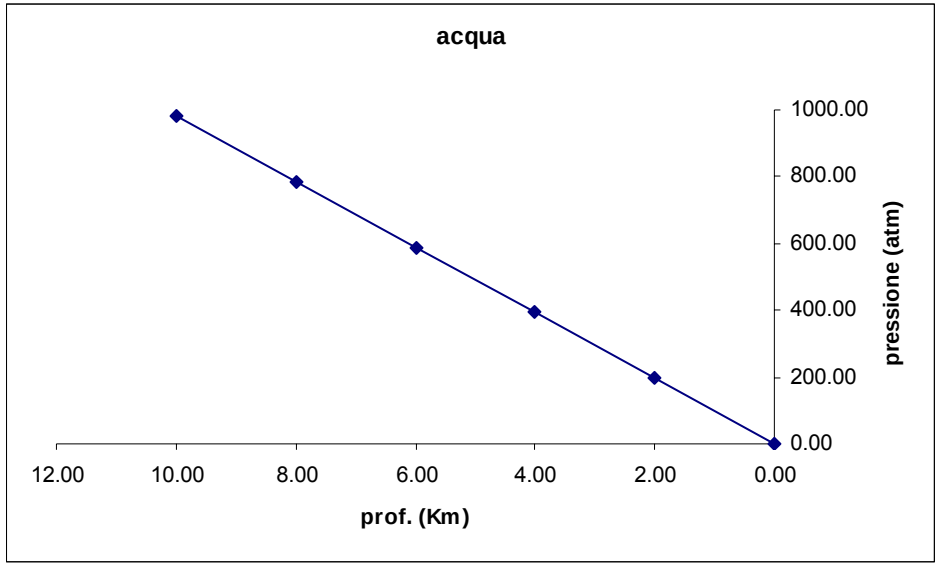
$$\frac{dp}{dy} = -\rho g \qquad \text{Ma:} \quad \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{p}{p_0} \qquad \frac{dp}{dy} = -g\rho_0 \frac{p}{p_0} \qquad \frac{dp}{p} = -g\frac{\rho_0}{p_0} dy = a dy$$

$$\ln \frac{p}{p_0} = -g \frac{\rho_0}{p_0} y = ay \quad \Rightarrow \quad p = p_0 e^{-g\frac{\rho_0}{p_0} y} = p_0 e^{-ay}$$

$\left(g \frac{\rho_0}{p_0}\right)^{-1}$ Si chiama Altezza di scala

Prof. Savrié Mauro
savrie@fe.infn.it





esempio

quale frazione del volume totale di un iceberg emerge dall' acqua? Sia la densità del ghiaccio ρ_i=0.92 g/cm^3 e quella dell' acqua di mare ρ_a=1.03 g/cm^3.

peso dell' iceberg: $P_i = \rho_i V_i g$

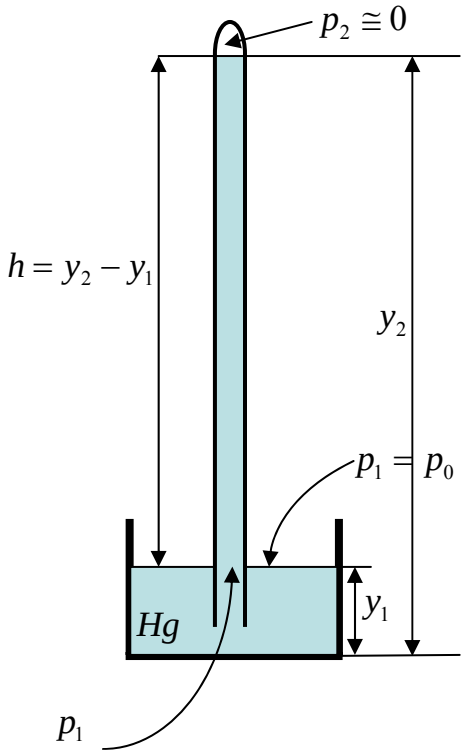
peso dell' acqua spostata (spinta di Archimede): $P_a = \rho_a V_a g$

$$P_a = P_i \Rightarrow \rho_i V_i g = \rho_a V_a g \Rightarrow \frac{\rho_i}{\rho_a} = \frac{V_a}{V_i} = \frac{0.92}{1.03} = 89\%$$

emerge 11% del volume dell' iceberg

Prof. Savrié Mauro
savrie@fe.infn.it

Misura della pressione (atmosferica). E. Torricelli (1608-1647)



$$p_0 = \rho g h$$

h vale 76 cm al livello del mare a 20°C a 1 atm (per convenzione!)

$$1atm = (13.5950 g/cm^3)(980 cm/s^2)(76 cm) = 1.013 \cdot 10^6 \, dyne/cm^2$$

$$1atm = (13.5950 \cdot 10^3 \, Kg/m^3)(9.81 m/s^2)(0.76 m) = 1.013 \cdot 10^5 \, N/m^2$$

	Pa	bar	mbar	at	atm	Torr	psi
1Pa 1N/m^2	1	10^{-5}	10^{-2}	1.0197 10^{-5}	9.8692 10^{-6}	750.06 10^{-5}	1.4504 10^{-4}
1bar =0.1MPa	10^5	1	10^3	1.0197	0.98692	750.06	14.5032
1mbar =10^2Pa	10^2	10^{-3}	1	1.0197 10^{-3}	0.98692 10^{-3}	0.75006	14.5032 10^{-3}
1at =1kg/cm^2	98066.5	0.981	980.68	1	0.96784	735.56	14.2247
1 atm =760 Torr	101325	1.013	1013.25	1.03323	1	760	14.6972
1 Torr =1mm Hg	133.322	0.00133	1.333	0.001316	1.3158 10^{-3}	1	0.01934
1 psi	6894.8	0.06895	68.95	0.0703	0.06804	51.715	1

Prof. Savrié Mauro
savrie@fe.infn.it

Caratteristiche medie dell' atmosfera

troposfera

tropopausa

Stratosfera

Ionosfera

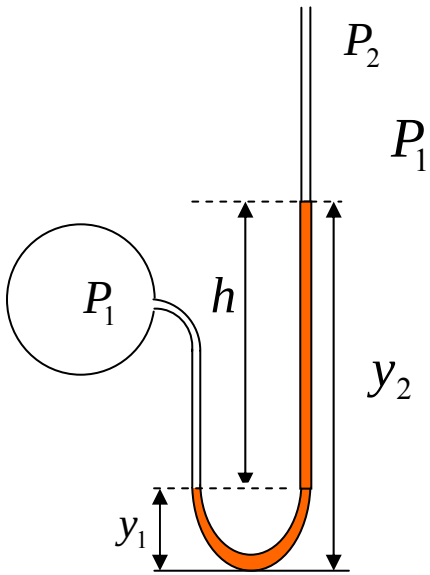
Altitudine(Km)	Pressione (bar)	Densita' (Kg/m^3)	Temperatura °C	Altezza di scala (Km)
0	1.01325	1.225	15	8.43
2	0.7950	1.0066	15	8.06
4	0.6166	0.8195	-11	7.68
8	0.3565	0.5258	-37	6.93
12	0.1940	0.3119	-56	6.37
16	0.1045	0.1665	-56	6.37
20	0.0553	0.0889	-56	6.38
30	0.0119	0.0179	-42	6.83
40	0.0030	0.0040	-12	7.73
60	0.0002	0.0003	-19	7.57
80	1.0 10^{-5}	2.12 10^{-5}	-107	4.97
100	2.14 10^{-7}	3.73 10^{-7}	-74	6.02
150	5.33 10^{-9}	1.76 10^{-9}	+758	32.40
200	1.63 10^{-9}	3.67 10^{-10}	+1131	48.12

Nubi(90%H_2O)

ozono

Ionizzata e condutrice, riflessione delle Radioonde, aurore boreali

Misuratori a tubo aperto



Se il fluido ha densita' ρ: $P_1 + \rho g y_1 = P_2 + \rho g y_2$

$$P_1 = P_2 + \rho g(y_2 - y_1) = P_2 + \rho g h$$

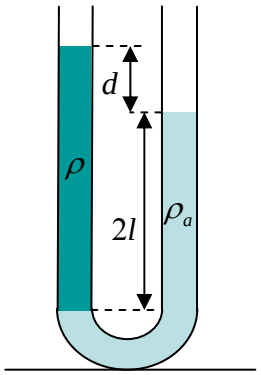
Se $P_2 = P_0$ = pressione atmosferica :

$$P - P_0 = \rho g h$$

pressione differenziale

esempio

un tubo ad U è riempito parzialmente di acqua e di un liquido con essa non miscibile. La superficie libera di quest' ultimo, all equilibrio, si trova a distanza d da quella dell' acqua che è salita di un tratto l.



$$\rho_a g 2l = \rho g(d + 2l)$$

$$\frac{2l}{d + 2l} = \frac{\rho}{\rho_a} = \quad \text{densità relativa}$$

DINAMICA DEI FLUIDI

DESCRIZIONI POSSIBILI:

1. Lagrange (1736-1813) "like": descrivere il comportamento dinamico di **OGNI** particella di fluido

$$x = x(x_0, y_0, z_0, t_0, t)$$
$$y = y(x_0, y_0, z_0, t_0, t)$$
$$z = z(x_0, y_0, z_0, t_0, t)$$

2. Eulero(1707-1783) "like": introduzione di "variabili" che descrivono il comportamento medio delle particelle di fluido come la **DENSITA'** e la **VELOCITA'**

$$\rho = \rho(x, y, z, t)$$
$$\vec{v} = \vec{v}(x, y, z, t)$$

Il secondo, quello da noi adottato, corrisponde a verificare cosa succede in un dato punto del fluido piuttosto che studiare il moto di ciascuna particella di fluido. Ogni grandezza fisica che identifica il comportamento del fluido avra', in ogni punto di esso, un valore ben definito.

Caratteristiche generali del moto dei fluidi

Fluido in moto stazionario:

la velocita' delle particelle in ogni punto del fluido e' costante nel tempo.
Cioè, la velocita' di ogni particella che passa in un dato punto e' sempre la stessa
e punti differenti saranno in genere caratterizzati da velocita' diverse

Fluido in moto non stazionario:

la velocita' in ogni punto del fluido e', in generale, dipendente dal tempo

Fluido in moto turbolento:

la velocita' vaia in modo irregolare da punto a punto e con il tempo

Fluido in moto irrotazionale:

quando le particelle di fluido hanno velocita' angolare nulla in un dato punto
una ipotetica ruotina a pelette in un fluido irrotazionale traslerebbe senza ruotare

Fluido in moto rotazionale:

moti vorticosi.
esistenza di momenti angolari non nulli.
componenti della velocita' ortogonali alla direzione del moto delle particelle

Fluido incompressibile:

densita' costante

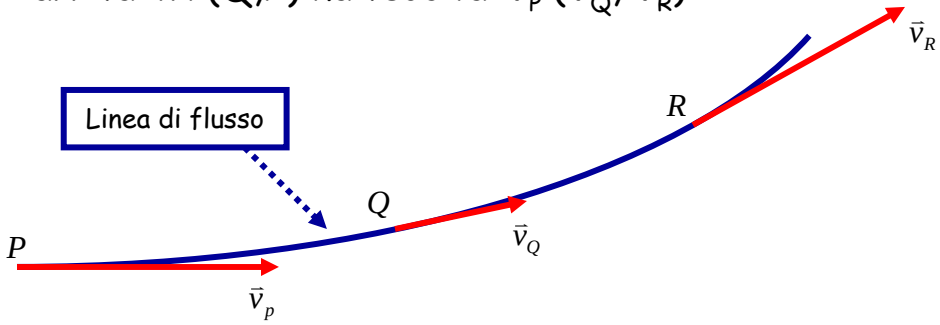
Fluido viscoso

presenza di attriti interni al fluido
esistenza di forze tangenziali che fanno scorrere strati di fluido gli uni sugli altri

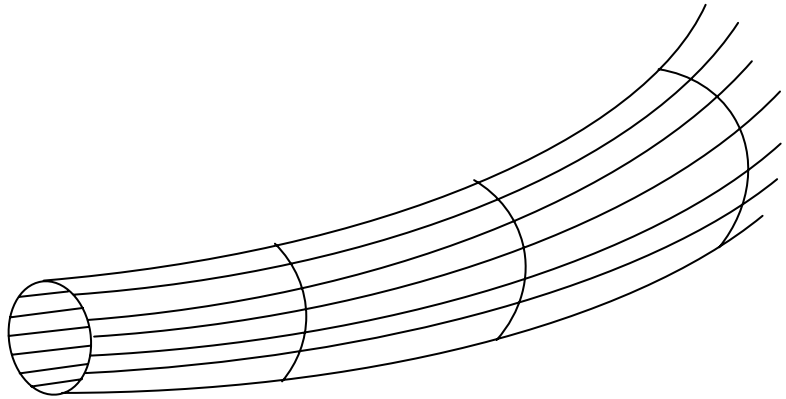
Per fortuna tratteremo: *fluidi stazionari, irrotazionali, incompressibili e non viscosi*

Tubi di flusso

In un fluido stazionario la velocita' in ogni punto e' costante→ogni particella che arriva in P(Q,R) ha veocita' V_P (V_Q, V_R)



1. Due linee di flusso non possono mai incrociarsi,
2. L' insieme delle linee di flusso non cambia nel tempo
3. L' insieme delle linee di flusso passanti entro una linea chiusa immersa nel fluido definisce un: **tubo di flusso**

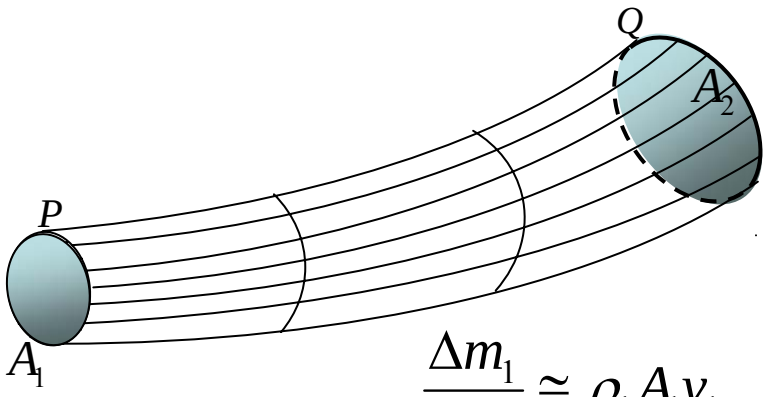


In un tubo di flusso:

- le velocita' delle particelle di fluido che si muovono sulla superficie sono parallele alla superficie stessa
- Durante il moto nessuna particella puo' entrare o uscire dal T.d.F.

Prof. Savrié Mauro
savrie@fe.infn.it

Equazione di continuita'



$$v_1 = v(P)$$
$$v_2 = v(Q)$$

In un tempo Δt : $\Delta m_1 \cong \rho_1 A_1 v_1 \Delta t$

$$\frac{\Delta m_1}{\Delta t} \cong \rho_1 A_1 v_1$$

Δt :abbastanza piccolo perche' ne' la velocita' ne' la sezione varino apprezzabilmente nel tratto $v\Delta t$

Flusso di massa in P: $\left(\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta m_1}{\Delta t}\right)_P = \left(\frac{dm}{dt}\right)_P = \rho_1 A_1 v_1$

Flusso di massa in Q: $\left(\frac{dm}{dt}\right)_Q = \rho_2 A_2 v_2$

il tubo di flusso:
1. ha pareti impenetrabili
2. non ha né sorgenti né pozzi

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2 \qquad \boxed{\rho A v = Cost.}$$

Equazione di continuita'

Se il fluido e' incomprimibile: $\rho_1 = \rho_2$ $\qquad \boxed{Av = portata = Cost.}$

La velocita' del fluido e' alta dove il tubo e' stretto (linee di flusso dense) e viceversa (linee di flusso rade)

Equazione di Bernoulli

1. Non costituisce un nuovo principio
2. E' derivata dalle leggi della dinamica

Consideriamo un fluido:

- incompressibile
- non viscoso
- irrotazionale
- in moto stazionario lungo una tubazione.

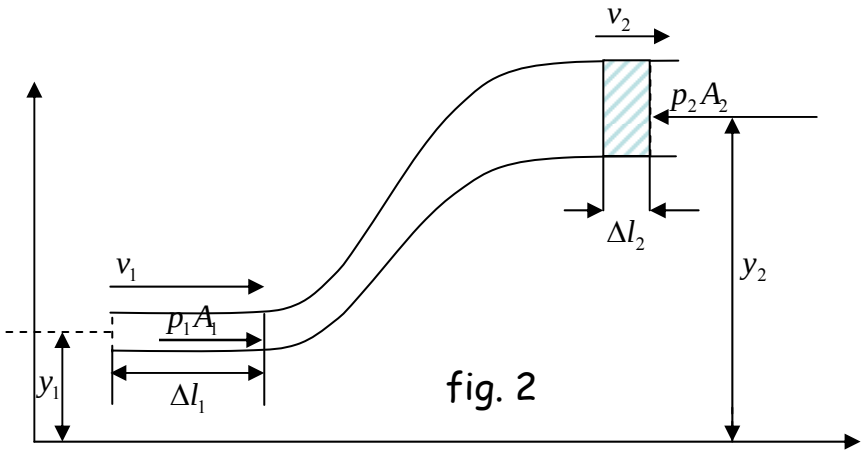


fig. 2

$v = velocita'\ del\ \ fluido$

$\Delta V = A\Delta l = Av\Delta t$

$\Delta m = \rho \Delta V$

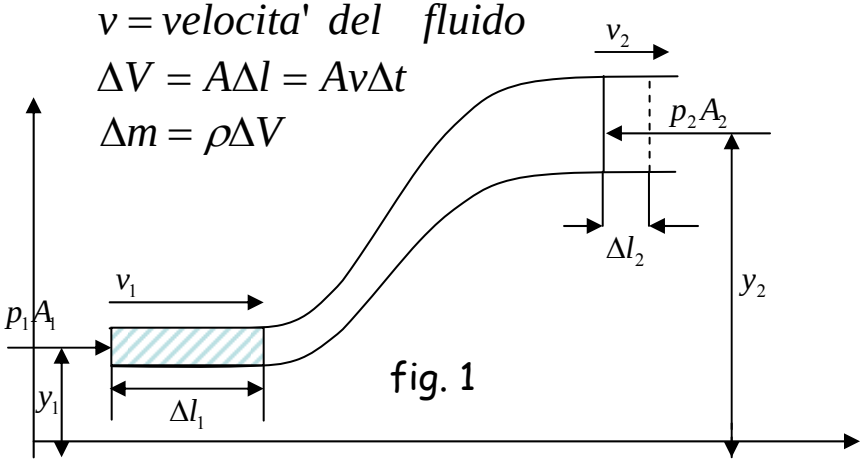


fig. 1

$A_1\Delta l_1 = A_2\Delta l_2 \qquad A_1v_1 = A_2v_2$

Applichiamo il ***teorema delle forze vive***
(teorema dell' energia cinetica)

W=W_1+W_2= lavoro delle forze di pressione

$$W_{p1} = P_1A_1\Delta l_1 = P_1\Delta V$$

$$W_{p2} = -P_2A_2\Delta l_2 = -P_2\Delta V$$

Lavoro forze di pressione:

$$W_p = W_{p1} + W_{p2} = (P_1 - P_2)\Delta V$$

Lavoro forze gravitazionali:

$$W_g = -\Delta mg(y_2 - y_1)$$

Variazione Energia Cinetica:

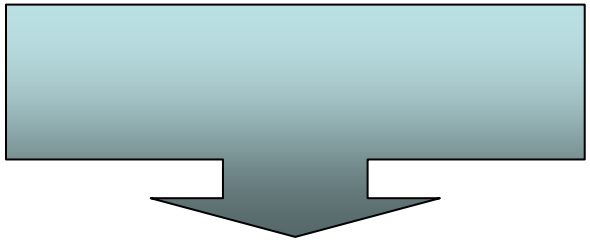
$$\Delta E_c = \frac{1}{2}\Delta m v_2^2 - \frac{1}{2}\Delta m v_1^2$$

Prof. Savrié Mauro
savrie@fe.infn.it

$$\Delta E_c = W_p + W_g$$

$$\frac{1}{2}\Delta m v_2^2 - \frac{1}{2}\Delta m v_1^2 = (P_1 - P_2)\Delta V - \Delta m g (y_2 - y_1) \qquad (P_1 - P_2)\Delta V = g\rho\Delta V (y_2 - y_1) + \frac{1}{2}\rho\Delta V (v_2^2 - v_1^2)$$

$$(P_1 - P_2) = g\rho(y_2 - y_1) + \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) \qquad P_1 + g\rho y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + g\rho y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$



Teorema di Bernoulli

Se il fluido
E' in quiete

Legge di Stevino

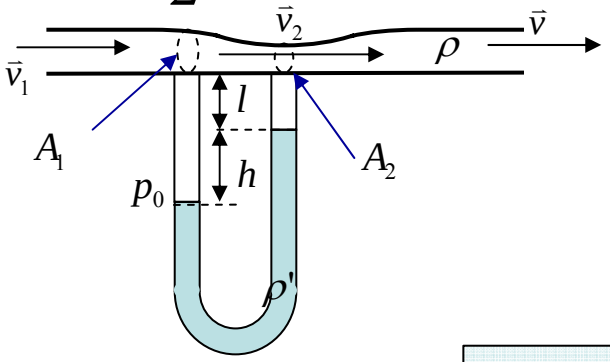
Conseguenze del teorema di Bernoulli

1) Venturimetro

e' usato per misurare la velocita' dei fluidi. In una condotta orizzontale si ha che:

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 = \cos t.$$

Per un fluido incomprimibile, se cresce la velocita' deve diminuire P



$$\rho A_1 v_1 = \rho A_2 v_2$$

$$P_{A_1} + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_{A_2} + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$v_2 = \frac{A_1 v_1}{A_2}$$

$$P_{A_1} + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_{A_2} + \frac{1}{2}\rho\left(\frac{A_1 v_1}{A_2}\right)^2$$

$$P_{A_2} - P_{A_1} = \frac{1}{2}\rho v_1^2\left(1 - \frac{A_1^2}{A_2^2}\right)$$

$$v_1 = A_2\sqrt{\frac{2\left(P_{A_2} - P_{A_1}\right)}{\rho\left(A_2^2 - A_1^2\right)}}$$

$$P_{A_1} = P_0 - \rho g h - \rho g l$$

$$P_{A_2} = P_0 - \rho' g h - \rho g l$$

$$P_{A_2} - P_{A_1} = -(\rho' - \rho) g h$$

$$v_1 = A_2\sqrt{\frac{2(\rho' - \rho) g h}{\rho\left(A_1^2 - A_2^2\right)}}$$

$$F_w = v_1 A_1$$

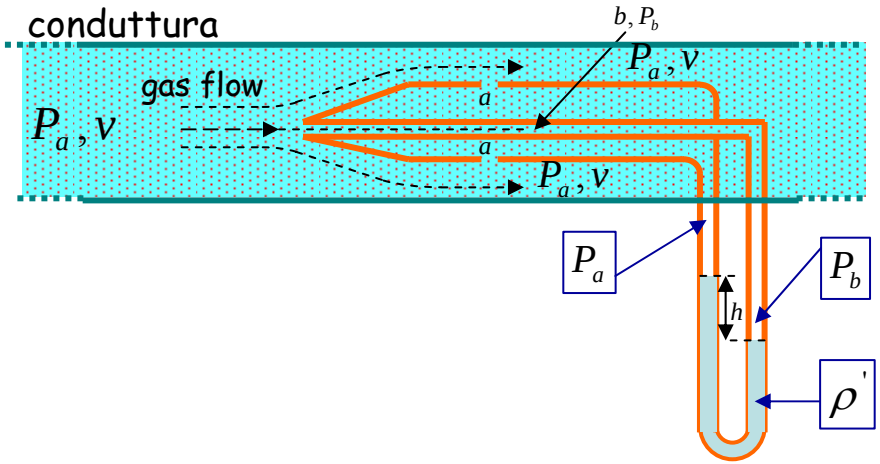
Portata(Flow): volume di fluido che attraversa la sezione A nell' unita' di tempo

Prof. Savrié Mauro
savrie@fe.infn.it

Conseguenze del teorema di Bernoulli

2)Tubo di Pitot

e' usato per misurare la velocita' dei gas. In una condotta orizzontale si ha che:

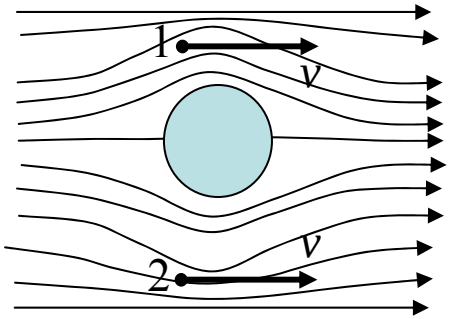


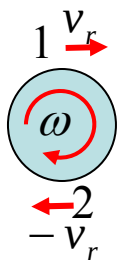
b: zona di stagnazione (v=0)
a: fori di comunicazione

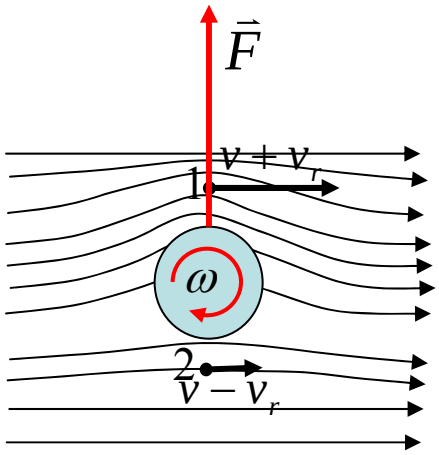
$$P_a + \frac{1}{2}\rho v^2 = P_b + 0 \qquad P_b - \rho' g h = P_a$$

$$\frac{1}{2}\rho v^2 = \rho' g h \qquad v = \sqrt{\frac{2hg\rho'}{\rho}}$$

3)Tiro a "effetto"







Prof. Savrié Mauro
savrie@fe.infn.it