

ESERCIZIO ①

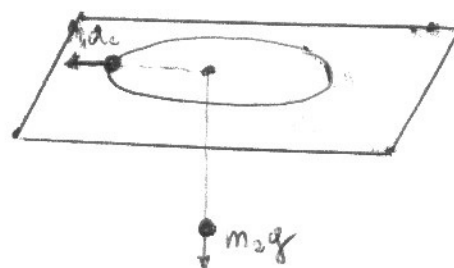
Si consideri un sistema come quello in figura. Una massa $m_1 = 20g$, che ruota su un piano orizzontale senza attrito, è vincolata ad una corda, che passa attraverso un foro nel piano, posto nel centro della circonferenza e a cui è appesa una massa $m_2 = 5g$, soggetta all'azione della gravità. Sia $R_0 = 10cm$ il raggio della circonferenza.

① si trovi la velocità angolare ω_0

② Si supponga di aumentare pian piano m_2 fino a raggiungere il valore $m_3 = 20g$. Qual è la nuova configurazione del sistema?

③ di quanto è variata l'energia cinetica?

④ qual è il lavoro delle forze?



SOLUZIONE

La forza che agisce sulla massa è sempre diretta lungo il filo, per cui il suo momento rispetto ad O è NULLO

① $m_1 \omega_0^2 R_0 = m_2 g$ $\rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{m_2 g}{m_1 R_0}}$

↑ ↑
 Forza centrifuga Forza gravitazionale

VELOCITÀ ANGOLARE INIZIALE

② CONSERVAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE $\ell = \text{cost} = R_0 m_1 v = R_f m_1 v_f \rightarrow \omega_0 R_0^2 = \omega_f R_f^2$

↑ ↑
 $\omega_0 R_0$ $\omega_f R_f$

● $m_2 \rightarrow m_3$ nuova configurazione del sistema

$\omega_f^2 R_f m_1 = m_3 g \rightarrow \omega_f = \sqrt{\frac{m_3 g}{m_1 R_f}}$

$\omega_0 R_0^2 = \sqrt{\frac{m_3 g}{m_1 R_f}} R_f^2 \rightarrow \omega_0^2 R_0^4 = \left(\frac{m_3}{m_1}\right) g R_f^3$

$R_f = \left[\frac{\omega_0^2 R_0^4}{g} \left(\frac{m_1}{m_3}\right) \right]^{1/3}$

$$\omega_f = \omega_o R_o^2 \left[\frac{g}{\omega_o^2 R_o^4} \left(\frac{m_3}{m_1} \right) \right]^{\frac{2}{3}}$$

③ ENERGIA CINETICA INIZIALE

ENERGIA CINETICA FINALE

$$T_o = \frac{1}{2} m_1 V_o^2 = \frac{1}{2} m_1 \omega_o^2 R_o^2$$

$$T_f = \frac{1}{2} m_1 V_f^2 = \frac{1}{2} m_1 \omega_f^2 R_f^2$$

$$\Delta T = \frac{1}{2} m_1 (\omega_f^2 R_f^2 - \omega_o^2 R_o^2)$$

↓
SOSTITUENDO I VALORI DI R_f E ω_f
PRECEDENTEMENTE OTTENUTI SI HA:

VARIAZIONE DI
ENERGIA
CINETICA

$$\Delta T = \frac{1}{2} m_1 \omega_o^2 R_o^2 \left[\left(\frac{R_o}{R_f} \right)^2 - 1 \right] *$$

5) IL LAVORO DELLA FORZA E'

$$F(R) = m_1 \omega^2 R$$

↑
FORZA
CENTRIFUGA

$$\omega(R) R^2 = \omega_o R_o^2$$

↑
MOMENTO
ANGOLARE

$$F(R) = m_1 \frac{\omega_o^2 R_o^2}{R^4} R = m_1 \omega_o^2 R_o^4 R^{-3}$$

$$L = \int_{R_o}^{R_f} F(R) dR = -m_1 \omega_o^2 R_o^4 \int_{R_o}^{R_f} R^{-3} dR = -\frac{m_1 \omega_o^2 R_o^4}{2} \left[\frac{1}{R_o^2} - \frac{1}{R_f^2} \right] =$$

$$= -\frac{m_1 \omega_o^2 R_o^4}{2} \left[1 - \frac{R_o^2}{R_f^2} \right]$$

→ Abbiamo fatto bene i calcoli perché
il lavoro deve corrispondere alla
variazione di energia cinetica *

TEOREMA DELLE
FORZE VIVE → conseguenza del
II° Principio della dinamica

$$L = \Delta T$$

ESERCIZIO ②

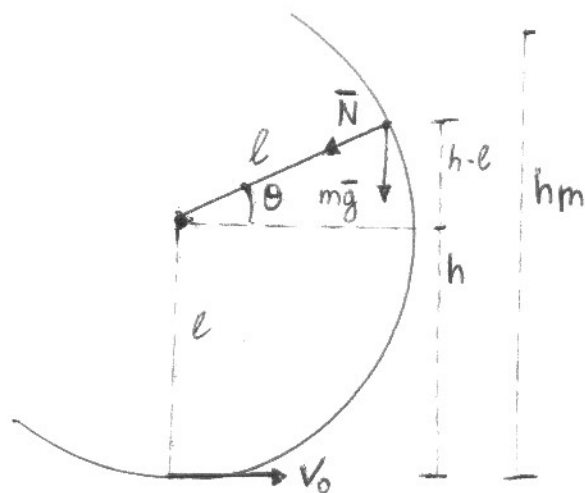
Un pendolo semplice, formato da una pallina attaccata ad un filo inestensibile di lunghezza l ha nel suo punto più basso una velocità v_0 . Trova a quale altezza h_m da questo punto la pallina si stacca dalla circonferenza percorsa.

SOLUZIONE

Finché il punto si muove sulla circonferenza dovrà essere:

$$N + mg \underbrace{\sin \theta}_{\left(\frac{h-l}{l}\right)} = m \frac{v^2}{l} = \frac{m}{l} (v_0^2 - 2gh) =$$

$$= N + mg \cdot \left(\frac{h-l}{l}\right) = \frac{m}{l} v_0^2 - \frac{m}{l} 2gh$$



dove v^2 è stato ricavato dalla CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v^2 + mgh$$

Il punto lascia la circonferenza per $N=0$, ossia:

$$mg \underbrace{\frac{h_m}{l}}_{\sin \theta_{\max}} - mg = \frac{m}{l} v_0^2 - \frac{m}{l} 2gh_m \rightarrow \boxed{h_m = \frac{l}{3} + \frac{v_0^2}{3g}}$$

ESERCIZIO 3

UN PROIETTILE DI MASSA $m = 20g$ VIENE SPARATO CONTRO UN SACCO PIENO DI SABBIA ($M = 5kg$) APPESO AD UN FILO DI LUNGHEZZA $l = 1m$.

IL PROIETTILE VIENE ASSORBITO DAL SACCO. IL SACCO SI ALZA FINO A CHE IL FILO FORMA CON LA VERTICALE UN ANGOLO $\alpha = 14^\circ$. CALCOLARE:

(a) VELOCITÀ CON CUI IL PROIETTILE COLPISCE IL SACCO

(b) LA FRAZIONE DI ENERGIA CINETICA DEL PROIETTILE DISSIPATA NELL'URTO

SOLUZIONE:

a) per la conservazione della quantità di moto:

$$mv = (m+M)v_1 \quad v = \frac{m+M}{m} v_1$$

la velocità v_1 si ricava dalla conservazione dell'energia

$$\frac{1}{2}(m+M)v_1^2 = (m+M)gl(1-\cos\alpha) \Rightarrow v_1^2 = 2gl(1-\cos\alpha)$$

$$\boxed{v = 192 \text{ m/s}}$$

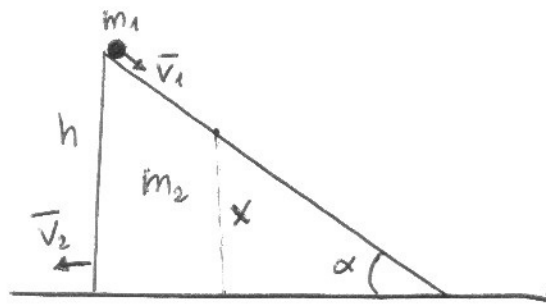
b) la frazione di energia cinetica dissipata $\bar{e}$:

$$\frac{K_f}{K_i} = \frac{\frac{1}{2}(m+M)v_1^2}{\frac{1}{2}mv^2} = \frac{m}{m+M} = 0,4$$

ESERCIZIO (4)

Un carrello di massa m_1 scivola senza attrito lungo un piano inclinato alto h . Il piano inclinato di massa m_2 può, a sua volta, scorrere senza attrito lungo il piano orizzontale cui è appoggiato.

a) determinare la velocità con cui il carrello arriva al suolo



SOLUZIONE:

la componente ORIZZONTALE DELLA QUANTITÀ DI MOTO SI CONSERVA

$$m_1 V_1 \cos \alpha = -m_2 V_2^*$$

Inoltre si deve conservare l'energia:

$$E = m_1 g h = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} (V_2^2 m_2 + m_1 g x)$$

da cui

$$* (V_2 = - \frac{m_1}{m_2} V_1 \cos \alpha$$

$$m_1 g (h-x) = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \left(\frac{m_1}{m_2} \right)^2 V_1^2 \cos^2 \alpha =$$

$$= \frac{1}{2} m_1 V_1^2 \left[1 + \frac{m_1}{m_2} \cos^2 \alpha \right]$$

$$\downarrow$$

$$V_1 = \sqrt{\frac{2g(h-x)}{1 + \frac{m_1}{m_2} \cos^2 \alpha}}$$