Esercizio 1

Trovare con l'analisi dimensionale da quali grandezze dipende il periodo di oscillazione del pendolo.

Esercizio 2

Trovare con l'analisi dimensionale da quali parametri dipende la gittata di un proiettile.

Esercizio 3

Quali delle equazioni riportate sono dimensionalmente corrette?
$v = v_0 + ax$ con v = velocità, x = lunghezza, a = accelerazione

$y = (x)\cos(kx)$ dove $k = 2\ m^{-1}$, x = lunghezza

Esercizio 4

Effettuare l'analisi dimensionale della grandezza fisica espressa dalla relazione:

$$x = f \cdot \left(\frac{L}{D}\right) \cdot \left(\frac{w^2}{2}\right) \cdot \rho$$

in cui f è un coefficiente numerico adimensionale, L è la lunghezza di una tubazione, D è il suo diametro, w è la velocità del fluido che scorre in essa e ρ è la sua densità.

Esercizio 5

Le dimensioni di una forza F sono massa*accelerazione; di un lavoro L sono forza*spostamento; di una pressione P sono forza/superficie; di un'energia cinetica K sono massa*velocità quadro.

a) **Srivere le equazioni dimensionali per F,L,P,K**
b) **Verificare la correttezza di**
    1) $F = m*g + P*S$
    2) $P*V = 1/2*m*v^2 + L$
    3) $L/v = \pi V*P/g$

dove v=velocità, V=volume, S=superficie.

Esercizio 6

Un elicottero sta viaggiando in direzione Nord Ovest a una velocità di circa 70 km/h rispetto al suolo, in assenza di vento. Entra in una regione in cui sta spirando un vento in direzione Nord Est alla velocità di circa 70 km/h rispetto al suolo. Con che velocità e in che direzione si muoverà l'elicottero rispetto al terreno, se mantiene, rispetto all'aria, la stessa velocità che aveva prima?

Esercizio 7

Una particella effettua 3 spostamenti consecutivi dati da:

$$\vec{a} = (1.5\vec{i} + 3.0\vec{j} - 1.2\vec{k})cm$$
$$\vec{b} = (2.3\vec{i} - 1.4\vec{j} - 3.6\vec{k})cm$$
$$\vec{c} = (-1.3\vec{i} + 1.5\vec{j})cm$$

Calcolare modulo e direzione dello spostamento risultante.

Esercizio 8

Determinare se possibile i due numeri reali m e n in modo che i vettori a=(-5,3,1) e b=(2,1-m,3n) risultino paralleli.

Esercizio 9

Il vettore a ha modulo di 5.0 unità ed è orientato verso est. Il vettore b è orientato in direzione di 35° a est rispetto al nord e ha modulo di 4.0 unità. Si costruiscano i diagrammi vettoriali per calcolare a+b e b-a e si stimino i vettori somma e differenza.

Esercizio 10

Un vettore a con modulo 17.0m è orientato 56.0° in senso antiorario rispetto al semiasse positivo delle x. Quali sono le componenti a_x e a_y del vettore? Un secondo sistema di coordinate è inclinato di 18.0 rispetto al primo, sempre in senso antiorario. Quali sono le componenti in questo sistema di coordinate?

Esercizio 1

Il periodo di oscillazione del pendolo dipenderà dalla sua massa, dalla lunghezza del filo, dall'accelerazione di gravità, oltre che da una costante di proporzionalità

$$T = k\, m^{\alpha} \ell^{\beta} g^{\gamma}$$

Dimensionalmente

$$[T] = [M]^{\alpha} [L]^{\beta} [L]^{\gamma} [T]^{-2\gamma}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta + \gamma = 0 \\ -2\gamma = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \gamma = -\frac{1}{2} \\ \beta = \frac{1}{2} \end{matrix} \Rightarrow T = k\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

Esercizio 2

Come nel precedente: $D_{max} = k\, v^{\alpha} g^{\beta} m^{\gamma}$ con v: velocità iniziale

Dimensionalmente

$$[L] = [L]^{\alpha} [T]^{-\alpha} [L]^{\beta} [T]^{-2\beta} [M]^{\gamma}$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 1 \\ -\alpha - 2\beta = 0 \\ \gamma = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \alpha = -\beta + 1 \\ \beta - 1 + 2\beta = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \beta = -1 \\ \alpha = 2 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow D_{max} = k\, \frac{v^2}{g}$$

Esercizio 3

$V = V_0 + a x$

$$[L][T]^{-1} = [L][T]^{-1} + [L][T]^{-2} \cdot [L] = [L][T]^{-1} + [L]^{2}[T]^{-2}$$

NON CORRETTA

$y = x \cos(kx)$

$$[L] = [L] \cdot [L]^{-1} [L] = [L] \Rightarrow \text{CORRETTA!}$$

Esercizio 4

Trovo le dimensioni di x per capire che grandezza è

$[x] = [L][L]^{-1}[L]^{2}[T]^{-2}[M][L]^{-3}$

Perchè $[L]=[L]$ $\quad [w] = [L][T]^{-1}$

$[D]=[L]$ $\quad [\rho] = [M][L]^{-3}$

$\Rightarrow [x] = [M][L]^{-1}[T]^{-2} \Rightarrow$ È una pressione

$P = \frac{F}{S} = \frac{m \cdot a}{S} = [M][L][T]^{-2} \cdot [L]^{-2} = [M][L]^{-1}[T]^{-2}$

Esercizio 5

$[F] = [M][L][T]^{2}$

$[P] = [F][L]^{-2} = [M][L]^{-1}[T]^{-2}$

$[\alpha] = [F]\cdot[L] = [M][L]^{2}[T]^{-2}$

$[K] = [M][L]^{2}[T]^{2}$

b) $F = mg + PS$

$[M][L][T]^{-2} = [M][L][T]^{-2} + [M][L]^{-1}[T]^{-2}[L]^{2}$ CORRETTA

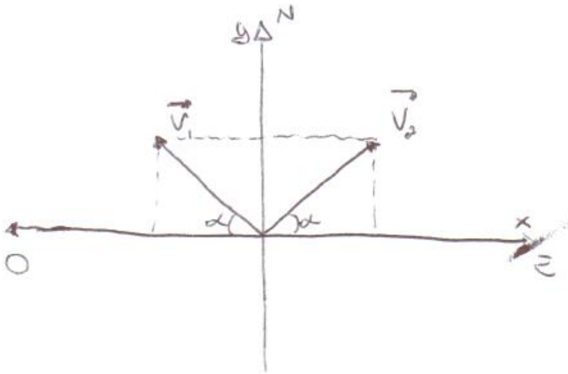
$P \cdot V = \frac{1}{2} m v^2 + \alpha$

$[M][L]^{2}[T]^{-2} = [M][L]^{2}[T]^{-2} + [M][L]^{2}[T]^{-2}$ CORRETTA

$\frac{\alpha}{v} = \pi V \frac{\rho}{g}$

$[L][T]^{-1} = \cancel{[L]^{3}}\cancel{[M]}\cancel{[L]^{-3}}\cancel{[M]^{-1}}[T]^{-2}$ NON CORRETTA

Esercizio 6



$\alpha = 45°$

Scomponendo sugli assi ho:

$V_{1x} = V_1 \cos\alpha \qquad V_{2x} = V_2 \cos\alpha$

$V_{1y} = V_1 \operatorname{sen}\alpha \qquad V_{2y} = V_2 \operatorname{sen}\alpha$

Ma $V_1 = V_2 \Rightarrow V_{1x} = -V_{2x} \Rightarrow$ il vettore somma non ha componenti sull'asse x

$\Rightarrow$ L'elicottero si muoverà in direzione NORD

$V_R = V_{1y} + V_{2y} = 2 V_1 \operatorname{sen}\alpha = 98,99 \text{ Km/h} = 99 \text{ Km/h}$

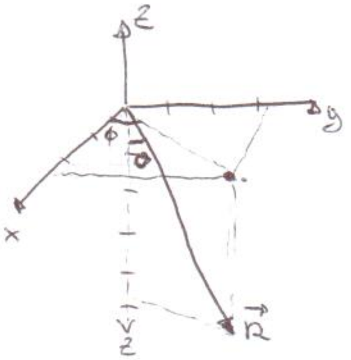
Esercizio 7

Lo spostamento risultante è dato da:

$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (1,5 + 2,3 - 1,3)\hat{i} + (3,0 - 1,4 + 1,5)\hat{j} + (-1,2 - 3,6)\hat{k}$

$= (2,5\hat{i} + 3,1\hat{j} - 4,8\hat{k})\text{ cm}$

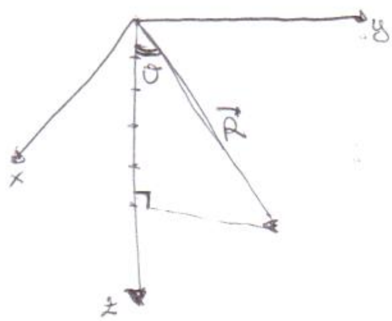
Il modulo sarà dato da: $R = \sqrt{R_i^2 + R_j^2 + R_k^2} = 6,2 \text{ cm}$

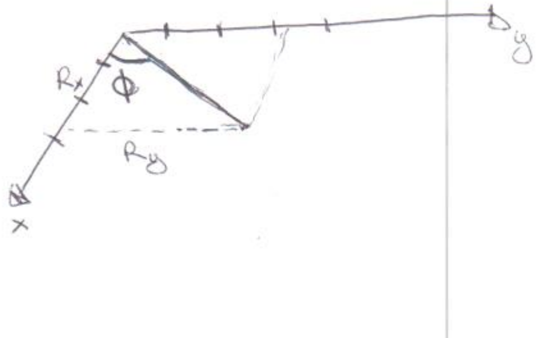


Trovo θ e φ

$\theta = \arccos \frac{R_z}{R} = 39,2°$

$\phi = \operatorname{arctg} \frac{R_y}{R_x} = 51°$





Esercizio 8

Affinché i vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ siano paralleli
il loro prodotto vettoriale deve essere nullo

$$\vec{a} \times \vec{b} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -5 & 3 & 1 \\ 2 & 1-m & 3m \end{vmatrix} = (9m - 1 + m)\hat{i} + (2 + 15m)\hat{j} + (5m - 11)\hat{k} = 0\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}$$

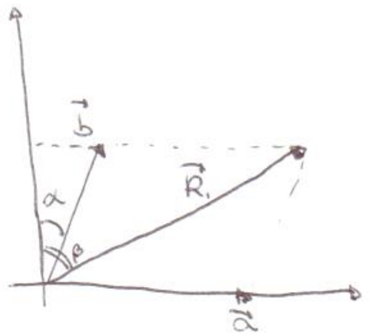
$$\Rightarrow \begin{cases} 9m - 1 + m = 0 \\ 2 + 15m = 0 \\ 5m - 11 = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad m = -\frac{2}{15} \quad m = \frac{11}{5}$$

Altrimenti $\vec{v} = k\vec{w}$

$$\Rightarrow (-5, 3, 1) = (2k, (1-m)k, 3mk)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2k = -5 \\ (1-m)k = 3 \\ 3mk = 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} k = -\frac{5}{2} \\ m = \frac{11}{5} \\ m = -\frac{2}{15} \end{cases}$$

Esercizio 9



$\alpha = 35°$

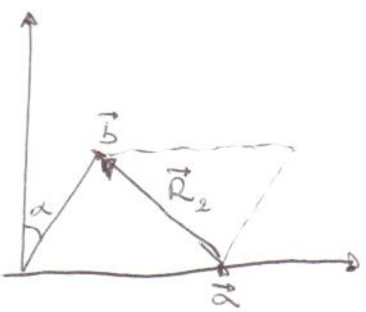
$a = 5.0$

$b = 4.0$

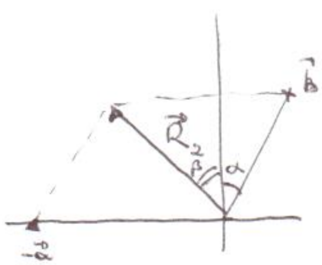
$\vec{R}_1 = \vec{a} + \vec{b}$

$$R_1 = \sqrt{(a + b\,\text{sen}\,\alpha)^2 + b^2\cos^2\alpha} = 8\,u$$

Direzione di $\vec{R}_1$ rispetto al Nord $\Rightarrow$ $\beta = \text{arctg}\,\frac{R_{1x}}{R_{1y}} = 65{,}8°$



È come se avessimo

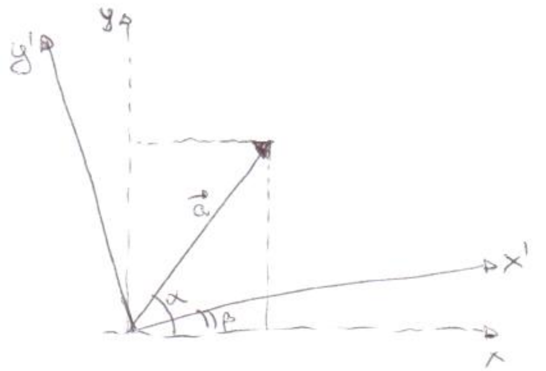


$\vec{R}_2 = \vec{b} - \vec{a}$

$$R_2 = \sqrt{R_{2x}^2 + R_{2y}^2} = \sqrt{(a - b\,\text{sen}\,\alpha)^2 + b^2\cos^2\alpha} = 4.3\,u$$

$$\beta = \text{arctg}\,\frac{R_{2x}}{R_{2y}} = 39{,}6°$$

Esercizio 10



$\alpha = 56°$

$\beta = 18°$

$a = 17{,}0\ m$

Le componenti di $\vec{a}$ sul sistema XY saranno le proiezioni sugli assi

$a_x = a\cos\alpha = 17{,}0\ m \cdot \cos 56° = 9{,}5\ m$

$a_y = a\ \mathrm{sen}\,\alpha = 17{,}0\ m \cdot \mathrm{sen}\,56° = 14{,}1\ m$

Rispetto al sistema X'Y', $\vec{a}$ formerà un angolo di $38° = \alpha - \beta = \delta$

$a_{x'} = a\cos\delta = 17{,}0\ m \cdot \cos 38° = 13{,}4\ m$

$a_{y'} = a\ \mathrm{sen}\,\delta = 17{,}0\ m \cdot \mathrm{sen}\,38° = 10{,}5\ m$