

Esercizio 1

Un proiettile è lanciato verso l'alto con una velocità di 20 m/s sotto un angolo di 30° con l'orizzontale. Nel corso della sua traiettoria esplose, suddividendosi in due frammenti, uno dei quali ha massa doppia dell'altro. I due frammenti colpiscono il suolo nello stesso istante. Il frammento con la massa minore colpisce il suolo a 20 m dal punto del lancio. In quale punto colpisce il suolo il secondo frammento?

Esercizio 2

Una pallina di gomma viene lasciata cadere, da ferma, da una altezza di 1 m, e rimbalza sul pavimento. Si osserva che l'energia cinetica della pallina, tra l'istante subito prima e l'istante subito dopo ogni rimbalzo, diminuisce del 20%. Dopo il primo rimbalzo, trascurando l'attrito con l'aria, a quale altezza massima ci aspettiamo che possa arrivare la pallina?

Esercizio 3

Un uomo di massa $M=80$ Kg viaggia su un carrello di massa $m=40$ Kg su un pavimento orizzontale con una velocità di $v_{CM}=2$ m/s. l'uomo salta giù dal carrello dalla parte posteriore e la sua velocità rispetto al suolo vale $v_M=1$ m/s nella direzione del moto ma nel verso opposto:

- Qual è la velocità del C.M del sistema uomo-carrello prima e dopo che l'uomo ha saltato?
- Qual è la velocità del carrello dopo che l'uomo ha saltato?
- Qual è la velocità del C.M. dopo che l'uomo ha urtato il suolo arrestandosi?
- A quale forza è dovuta la variazione della velocità del C.M.?
- Quanta energia è stata spesa dall'uomo nel salto?

Esercizio 4

Un uomo di massa $m_1=75$ kg si trova a poppa di una zattera di massa $m_2=200$ kg e lunghezza $\ell=10$ m la cui prua si trova a contatto con un molo; l'uomo cammina sulla zattera per scendere sul molo. Determinare la distanza fra la prua e il molo quando l'uomo ha raggiunto la prua.

Esercizio 5

Su un carrello di massa $m_1=0.5$ Kg è montato un cannoncino a molla. Nella condizione iniziale il carrello è fermo e la molla, di costante elastica $k=5 \cdot 10^4$ N/m, è compressa di un tratto $\Delta l=1$ cm. Determinare l'energia cinetica finale K_2 del proiettile, di massa $m_2=50$ g, nelle due ipotesi:

- Il carrello viene tenuto fermo;
- Il carrello è lasciato libero di rinculare.

Esercizio 6

E' assegnata la funzione energia potenziale $U(x)=A\cos(kx)-Bx$, con $A=0.12$ J, $B=0.63$ N, $k=2,5$ m⁻¹ costanti assegnate. Si consideri un punto materiale di massa $m=22$ g inizialmente fermo nell'origine ($x=0$). Si determini:

- la forza agente sul punto materiale;
- la sua velocità, quando passa per il punto di ascissa $x_0 = \frac{2\pi}{k}$

Esercizio 7

Una scala di massa $m=3,5$ kg e lunghezza ℓ è appoggiata ad una parte verticale formando con il pavimento un angolo $\alpha=65^\circ$; sapendo che il coefficiente di attrito statico fra la scala e la superficie del pavimento è $\mu_s=0,36$ e che l'attrito con la parete verticale è trascurabile, determinare

- le reazioni vincolari nei punti di appoggio;
- l'angolo minimo α che consente alla scala di stare in equilibrio.

Esercizio 1

Calcoliamo il punto di impatto del proiettile se non esplodesse

$$\begin{cases} x(t) = v_{0x} t \\ y(t) = v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \Rightarrow \text{gittata } X_{\text{crit}} = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g} = 35,3 \text{ m}$$

Dopo l'esplosione il centro di massa non varia

$$X_{\text{cm}} = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{x_1 m + x_2 2m}{3m}$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{3m X_{\text{cm}} - m x_1}{2m} = 42,8 \text{ m}$$

Esercizio 2

Metto di calcolo libera

$$S_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2S_1}{g}}$$

$$v_1 = g t_1 = \sqrt{2g S_1}$$

$$K_2 = 0,8 K_1 \Rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 = 0,8 \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow v_2 = v_1 \sqrt{0,8}$$

$\Rightarrow v_p = v_2 - g t_2$ con $v_p = 0$ (da palla si ferma nel punto più alto dopo le zumbales)

$$\Rightarrow t_2 = \frac{v_2}{g} = \frac{v_1 \sqrt{0,8}}{g} = \sqrt{\frac{1,6 S_1}{g}}$$

$$S_2 = v_2 t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2 = v_2 t_2 - \frac{1}{2} g \frac{v_2^2}{g^2} = v_1 \sqrt{0,8} \cdot \frac{v_1 \sqrt{0,8}}{g} - \frac{1}{2} \frac{0,8 v_1^2}{g} = \frac{1}{2} \frac{0,8 v_1^2}{g} = \frac{1}{2} \frac{0,8 \cdot 2g S_1}{g} = 0,8 m$$

Esercizio 3

- Nell'istante precedente e successivo al salto dell'uomo, la velocità del c.m. non cambia $\Rightarrow v_{\text{cm}} = 2 \text{ m/s}$

- Dopo il salto ho:

$$m v_c + M v_u = (m+M) v_{\text{cm}}$$

$$m v_c - M v_u = (m+M) v_{\text{cm}}$$

$$v_c = \frac{(m+M) v_{\text{cm}} + M v_u}{m} = 8 \text{ m/s}$$

- Quando l'uomo si ferma ho:

$$(m+M)V'_{CH} = \cancel{mV_c} - MV_u \quad \text{con } V_u = 0$$

$$\Rightarrow V'_{CH} = \frac{m}{m+M} V_c = \frac{8}{3} \text{ m/s} = 2,67 \text{ m/s}$$

- la forza che permette all'uomo di fermarsi è la forza d'attrito

- $\Delta K = K_D - K_P$ cioè la differenza di energia cinetica prima e dopo lo salto

$$K_P = \frac{1}{2} (m+M) V'^2_{CH} = 240 \text{ J}$$

$$K_D = \frac{1}{2} m V_c^2 + \frac{1}{2} M V_u^2 = 1320 \text{ J}$$

$$\Rightarrow \Delta K = K_D - K_P = 1080 \text{ J}$$

Esercizio 4

Sul sistema compresso, non agiscono forze esterne
⇒ C.M. resta ferma mentre il corpo si sposta

$$\begin{cases} \text{applicate le c.m. vede} \\ X_0 = 0 \\ X_2 = \frac{e}{2} \end{cases} \Rightarrow X_{cm} = \frac{m_1 X_0 + m_2 X_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 e}{m_1 + m_2}$$

Quando il corpo si sposta, la sottile resta distante "d" dal molo

$$\begin{cases} X'_0 = d \\ X'_2 = d + \frac{e}{2} \end{cases} \Rightarrow X'_{cm} = \frac{m_1 X'_0 + m_2 X'_2}{m_1 + m_2} = \frac{(m_1 + m_2)d + \frac{m_2 e}{2}}{m_1 + m_2}$$

$$\text{Deve essere } X'_{cm} = X_{cm} \Rightarrow d = \frac{m_2 e}{m_1 + m_2} = 2,7 \text{ cm}$$

Esercizio 5

Energia elastica molla $\Rightarrow U_e = \frac{1}{2} k \Delta l^2 = 2,5 \text{ J}$

Caratteristiche $\Rightarrow U_e = K_2 = 2,5 \text{ J}$

• le caratte sul molo \rightarrow conservazione energia ~~meccanica~~ meccanica

$$V_{ip} = V_{ic} = 0$$

$$\Rightarrow K_e + K_p = U_e \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_e^2 + \frac{1}{2} m_2 v_p^2 = U_e$$

Conservazione quantità di moto

$$m_1 v_e + m_2 v_p = 0 \Rightarrow v_e = -\frac{m_2}{m_1} v_p \rightarrow \text{scatolucos e teste}$$

$$K_p = \frac{U_e}{1 + \frac{m_2}{m_1}} = 9,3 \text{ J}$$

Esercizio 6

$$F(x) = -\frac{dU}{dx} = -AK \sin(kx) - B$$

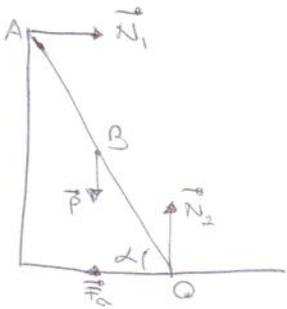
$$\Rightarrow F(0) = -B = -0,63 \text{ N}$$

Conservazione dell'energia

$$U_0 + K_0 = U_f + K_f$$

$$U(0) = U(x_0) + \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2(U(0) - U(x_0))}{m}} = \sqrt{\frac{2Bx_0}{m}} = 7,6 \text{ cm/s}$$

Esercizio 7



Per l'equilibrio dobbiamo annullare sia le risultanti delle forze che il momento totale delle forze nei punti di appoggio.

$$\begin{cases} \vec{N}_1 + \vec{F}_a = 0 \\ \vec{N}_2 + \vec{P} = 0 \\ \vec{M}_1 + \vec{M}_p = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_1 = F_a \\ N_2 = P = mg \\ |\vec{OA} \times \vec{N}_1| = |\vec{OB} \times \vec{P}| \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_1 = F_a \\ N_2 = 34 \text{ N} \\ N_1 \ell \sin \alpha = mg \frac{\ell}{2} \sin(90^\circ - \alpha) = mg \frac{\ell}{2} \cos \alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow N_1 = \frac{mg}{2 \tan \alpha} = 8 \text{ N}$$

- La forza di attrito statica massima che si può sviluppare vale $F_s^m = \mu_s N_2 = \mu_s mg$

$$\Rightarrow F_s \leq F_s^m \Rightarrow \frac{mg}{2 \tan \alpha} \leq \mu_s mg \Rightarrow \alpha \geq \arctan\left(\frac{1}{2\mu}\right) = 54^\circ$$