

Esercizio 1

Rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano di origine O , un punto materiale P di massa $m=3.20$ kg si muove di moto rettilineo ed uniforme lungo la retta r di equazione cartesiana $3x-4y+12=0$ con velocità di modulo $v = 2.25$ m/s e avente verso diretto in modo tale che le componenti di v siano entrambe negative; determinare modulo, direzione e verso del momento angolare di P rispetto al polo O .

Esercizio 2

Un punto materiale P di massa m è legato mediante una corda inestensibile ad una sottile asta verticale e ruota, in un piano supposto orizzontale, attorno al punto O dell'asta; inizialmente il raggio della traiettoria di P misura $r_1=24$ cm e ha velocità $v_1=2.4$ m/s, dopo un certo tempo la corda si è avvolta attorno all'asta e il raggio della traiettoria si è ridotto alla misura $r_2=15$ cm; determinare la velocità finale di P .

Esercizio 3

Due punti materiali P_1 e P_2 aventi la stessa massa $m=50$ g sono uniti da una corda inestensibile di lunghezza $\ell=60$ cm e massa trascurabile e ruotano attorno al loro centro di massa G con velocità $v=4.3$ m/s;

- determinare il momento angolare del sistema rispetto al polo G ;
- mostrare che il momento angolare rispetto a P_1 è il doppio del momento angolare rispetto a G .

Esercizio 4

Un furgone si muove con moto uniformemente accelerato su una traiettoria retta. All'istante $t=0$, quando la velocità è v_0 , una vite si stacca dal soffitto.

- Studiare il moto della vite rispetto a un sistema di riferimento OXY solidale con il terreno;
- Studiare il moto della vite rispetto a un sistema di riferimento $O'X'Y'$ solidale con il furgone.

Esercizio 5

Un punto materiale che si trova sulla sommità di una semisfera di raggio $r=2.0$ m viene messo in movimento con un velocità iniziale di modulo v_0 tangente alla superficie sferica e scivola senza attrito, sulla superficie esterna di questa; determinare

- come il punto di distacco dipende da v_0 ;
- il valore massimo di v_0 affinché il punto materiale non si stacchi subito dalla sfera.

Esercizio 6

Due corpi di massa $m_1=1.1$ Kg e $m_2=2$ Kg sono collegati da una fune inestensibile e di massa trascurabile e poggiano su un piano scabro. Il coefficiente di attrito dinamico tra ciascuno dei due copri e il piano è $\mu_d=0.4$. Il corpo m_2 è trascinato da una forza F diretta verso destra di modulo 30 N. Determinare:

- L'accelerazione dei due corpi e la tensione della fune
- Sopra al corpo m_1 si trova una formica di massa 1 g, in quiete rispetto al corpo stesso. Determinare il modulo e il verso della forza di attrito agente sulla formica e il valore della forza apparente nel sistema relativo al corpo.

Esercizio 7

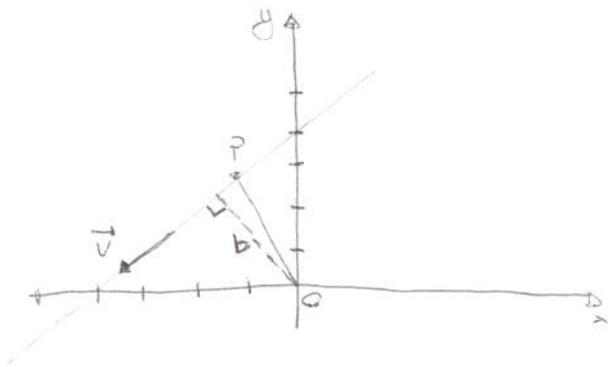
Due pattinatori su ghiaccio partono da fermi e devono percorrere una distanza d . Supponendo che sviluppino la stessa forza motrice e sapendo che $m_1=m$ e $m_2=2m$, si determini

- Quale pattinatore arriva al traguardo con energia cinetica maggiore;
- Quale arriva al traguardo con la quantità di moto più alta.

Esercizio 8

Dobbiamo fermare due punti materiali in movimento aventi rispettivamente $m_1=0.5$ Kg, $v_1=4$ m/s e $m_2=0.1$ Kg, $v_2=20$ m/s. In quale caso sarà più facile?

Esercizio 1



$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

Nel nostro caso

$$\vec{L} = \vec{OP} \times m\vec{v}$$

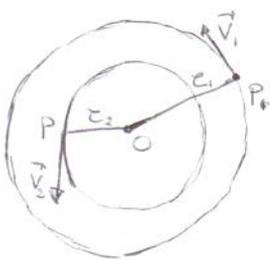
Per la regola della mano destra, il momento angolare ha direzione \perp al piano OXY e verso uscente dal foglio.

Il modulo vale: $L = |\vec{r} \times m\vec{v}|$

con b componente di $\vec{OP} \perp$ alla retta $\Rightarrow b = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2,4 \text{ m}$

$\Rightarrow L = |\vec{r} \times m\vec{v}| = mvb = 17,3 \text{ Kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$

Esercizio 2



Se punto agisce solo la tensione della corda

$$\Rightarrow \vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

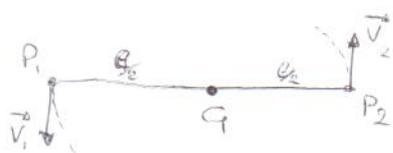
Nel nostro caso $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{T} = 0$ poiché \vec{r} e \vec{T} sono paralleli

$$\vec{M} = \frac{dL}{dt} = 0 \Rightarrow L = \text{cost.}$$

Possiamo supporre moto circolare uniforme

$L = \text{cost} \Rightarrow mrv_1 r_1 = mrv_2 r_2 \Rightarrow v_2 = v_1 \frac{r_1}{r_2} = 3,8 \text{ m/s}$

Esercizio 3



$$\vec{L}_{\text{Tot}} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2$$

$$L_{\text{Tot}} = \overline{GP_1} \times m\vec{v}_1 + \overline{GP_2} \times m\vec{v}_2$$

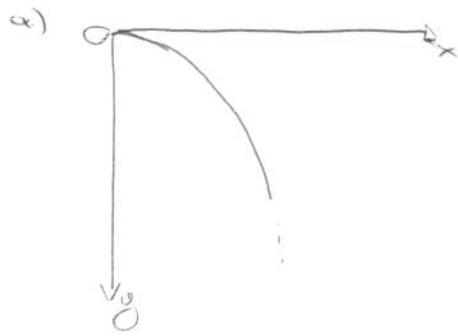
$$= m_1 v \frac{l}{2} + m_1 v \frac{l}{2} = mvl = 0,13 \text{ Kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Rispetto al polo P_1 , ho solo il momento angolare di P_2 che ruota intorno a P_1

$$\vec{v}_{21} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 \quad \text{ma } v_2 = -v_1 \Rightarrow v_{21} = 2v$$

$$\Rightarrow L'_{\text{Tot}} = \overline{P_1 P_2} \times m\vec{v}_{21} = m \cdot 2vl = 2L_{\text{Tot}} = 0,26 \text{ Kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Esercizio 4

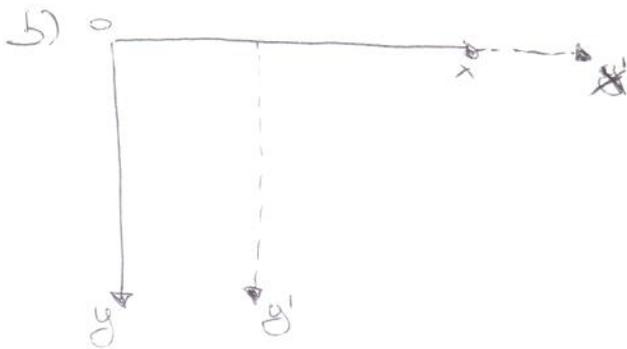


A $t=0$ ho: $x_0=0$
 $y_0=0$

Quando la vite si stacca ho:

$$\begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \rightarrow \text{Moto parabolico}$$

$$\Rightarrow t = \frac{x}{v_0} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \frac{g x_0^2}{v_0^2}$$



A $t=0$ ho:

$$\begin{cases} x'_0=0 \\ v'_0=0 \end{cases}$$

Il sistema $ox'y'$ si muove di moto accelerato rispetto al sistema oxy , con accelerazione \vec{a}_t

$$\Rightarrow \vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_t + \vec{v}'_0 \Rightarrow \vec{a}' = \vec{a} - \vec{a}_t$$

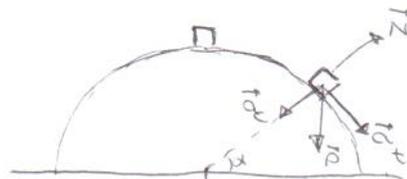
$$\Rightarrow \text{Ho accelerazione costante e } v'_0=0 \rightarrow \begin{cases} x'(t) = -\frac{1}{2} a_t t^2 \rightarrow t^2 = \frac{2x'(t)}{a_t} \\ y'(t) = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y'(t) = -x'(t) \frac{g}{a_t}$$

Esercizio 5

Le forze che agiscono sul punto sono la forza peso e la reazione vincolare.

$$\Rightarrow \vec{P} + \vec{N} = m\vec{a} \quad \vec{a} \text{ ha una componente tangenziale e una centripeta}$$



Fino a che il punto è sulla semisfera ho:

$$mg \sin \alpha - N = m a_c = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow \text{Se } N=0 \text{ il punto si stacca!}$$

$$\text{Ho conservazione dell'energia } \frac{1}{2} m v_0^2 + mgR = \frac{1}{2} m v^2 + mgR \sin \alpha$$

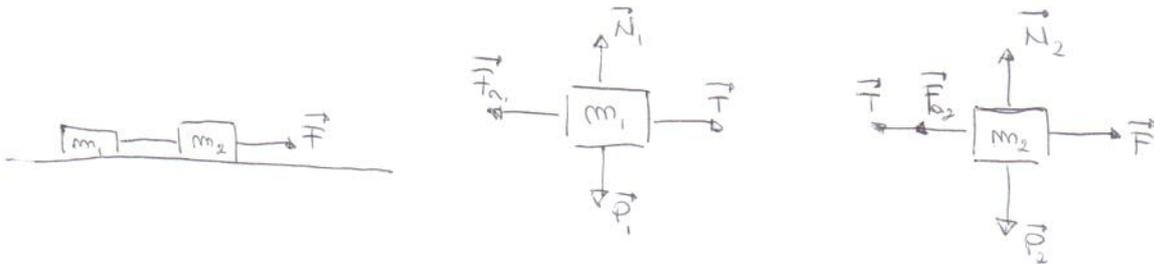
$$\Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2gR(1 - \sin \alpha) \rightarrow \text{sostituire nella prima e trovo}$$

$$\sin \alpha = \frac{2}{3} + \frac{V_0^2}{3gR}$$

- Per determinare V_0 massimo deve essere $\alpha = 90^\circ$

$$\Rightarrow 1 = \frac{2}{3} + \frac{V_0^2}{3gR} \Rightarrow V_0 \leq \sqrt{gR} = 4,4 \text{ m/s}$$

Esercizio 6



$$\begin{cases} \vec{T} + \vec{F}_{a1} = m_1 \vec{a}_1 \\ \vec{T} + \vec{F}_{a2} + \vec{F} = m_2 \vec{a}_2 \end{cases} \quad \text{con } a_1 = a_2 = a \quad \begin{cases} T - F_{a1} = m_1 a \\ F - T - F_{a2} = m_2 a \end{cases}$$

$$\begin{cases} T = F_{a1} + m_1 a \\ F - m_1 a - F_{a1} - F_{a2} = m_2 a \end{cases} \Rightarrow a = \frac{F - F_{a1} - F_{a2}}{m_1 + m_2} = \frac{F - \mu m_1 g - \mu m_2 g}{m_1 + m_2} = 5,75 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow T = \mu m_1 g + m_1 a = m_1 (\mu g + a) = 10,65 \text{ N}$$

b) $m = 1 \text{ g}$



Contando il sistema di riferimento in m_1 , vedo la femmina muoversi verso sinistra. Finché la femmina resta ~~in~~ attaccata su m_1 , la forza di attrito dovrà avere lo stesso verso di tutto il sistema in moto.

Visto che l'unica forza agente sulla femmina è quella ^{che} fa muovere il sistema, avrò: $F_a = m a = 5,75 \cdot 10^{-3} \text{ N}$

Di conseguenza la forza apparente avrà stesso modulo della forza d'attrito e verso contrario al moto del sistema.

Esercizio 7

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = m v_2^2$$

$$\Delta K = \Delta W_F \Rightarrow \Delta K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd$$

$$\Delta K_2 = m v_2^2 = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd$$

\Rightarrow Le due masse si muovono allo stesso modo \Rightarrow Avranno stessa energia cinetica

$$p_1 = m_1 v_1 = m v_1$$

$$p_2 = m_2 v_2 = 2 m v_2$$

$$K_1 = \frac{p_1^2}{2m_1} = \frac{p_1^2}{2m}$$

$$\Rightarrow K_1 = K_2 \Rightarrow \frac{p_1^2}{2m} = \frac{p_2^2}{4m} \Rightarrow p_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} p_2$$

$$K_2 = \frac{p_2^2}{2m_2} = \frac{p_2^2}{4m}$$

$$\Rightarrow m_1 v_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} m_2 v_2 \Rightarrow m v_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} 2 m v_2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2} v_2$$

Esercizio 8

$$p_1 = m v_1 = 2 \text{ N}\cdot\text{s}$$

$$p_2 = m_2 v_2 = 2 \text{ N}\cdot\text{s}$$

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = 4 \text{ J}$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = 20 \text{ J}$$

\rightarrow Anche se hanno lo stesso impulso,

la massa 2 richiede un lavoro 5 volte maggiore per essere fermata. Se la forza applicata è la stessa, per la massa 2 deve essere applicata per un tratto 5 volte più lungo.