Esercizio 1
Una palla viene lanciata da un'altezza di 5 *m* con velocità iniziale di modulo $v_0 = 15\ m/s$ ed avente un angolo $\theta = 60°$ rispetto all'orizzonte. Si determini:

a) il tempo di volo;
b) l'altezza massima raggiunta;
c) il punto di impatto con il suolo;
d) il modulo della velocità un attimo prima di giungere al suolo.

Esercizio 2
Un punto materiale si muove su un'orbita circolare, orizzontale di raggio R e la sua velocità angolare segue la legge: $\omega(t) = A\sqrt{t}$. Determinare:

a) Il modulo dell'accelerazione quando $t=t_1$;
b) Il tempo necessario a fare un giro a partire dall'istante iniziale.

R=10m
$t_1=0.4s$
$A=2rad\ s^{-3/2}$

Esercizio 3
Un punto materiale A viene lasciato cadere con velocità nulla da un'altezza dal suolo $h_A=45$ m; contemporaneamente un punto materiale B, passante per la verticale di A e situato a un'altezza $h_B=21$ m, viene lanciato verso l'alto con velocità di modulo v_0. Si calcoli, trascurando la resistenza dell'aria:

a) Il valore minimo v_0^* di v_0 per il quale A e B si urtano prima di giungere al suolo;
b) La velocità con la quale si urtano i due punti materiali quando $v_0 \geq v_0^*$;
c) Il valore di v_0 per il quale A e B si urtano alla quota $h_C=40$ m.

Esercizio 4
Una palla scende lungo un piano inclinato lungo 9 m con una accelerazione di 0.500 m/s^2. Dopo avere raggiunto la base, la palla sale lungo un altro piano inclinato, dove si ferma dopo avere percorso 15.0 m.
a) quale è la velocità alla base del primo piano inclinato?
b) quanto tempo impiega a scendere lungo il primo piano?
c) quale è l'accelerazione lungo il secondo piano?
d) quale è la velocità dopo i primi 8.00 m lungo il secondo piano?

Esercizio 5
Un treno affrontando una curva rallenta da 90.0 km/h a 50.0 km/h nei 15.0 secondi che impiega ad affrontarla. Il raggio della curva è r = 150 m. Calcolare l'accelerazione nel momento in cui la velocità del treno è 50.0 km/h, assumendo che in questo momento il treno continui a decelerare.

Esercizio 6
Un punto materiale si muove su una circonferenza di raggio r=1 m con moto uniformemente accelerato. Negli intervalli di tempo ($t_0=0$ s; $t_1=1$ s) e ($t_0=0$ s; $t_2=2$ s) il punto percorre gli spazi $C_1=0.15$ m e $C_2=0.4$ m, rispettivamente. Si calcoli:

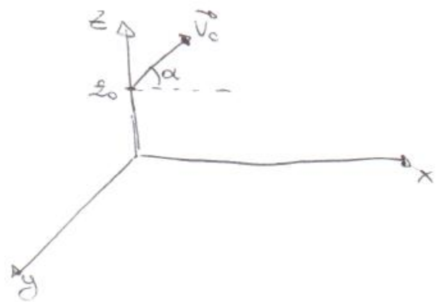
a) L'accelerazione tangenziale a_T e la velocità scalare v_0 all'istante t_0;
b) Il valore medio v_m del modulo della velocità e quello a_{Tm} del modulo dell'accelerazione tangenziale nell'intervallo di tempo ($t_0=0$ s; $t_2=2$ s);
c) La velocità angolare ω e il modulo dell'accelerazione a all'istante t_2.

Esercizio 1

$z_0 = 5$ cm

$V_0 = 15$ m/s

$\alpha = 60°$



a) La legge oraria della pallina è:

$$\begin{cases} x = V_{0x} \cdot t \\ z = z_0 + V_{0z} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Il tempo di volo si ottiene ponendo $z = 0 \Rightarrow 0 = z_0 + V_{0z} t - \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow \frac{1}{2} g t^2 - V_0 \operatorname{sen}\alpha\, t - z_0 = 0$

$$\Rightarrow t = \frac{V_0 \operatorname{sen}\alpha + \sqrt{(V_0 \operatorname{sen}\alpha)^2 + 2 g z_0}}{g} = 2{,}99\ s$$

b) L'altezza massima si raggiunge quando $V_z = 0$

$V_z = V_{0z} - gt \Rightarrow t = \frac{V_{0z}}{g} = \frac{V_0 \operatorname{sen}\alpha}{g} \Rightarrow z_{max} = z_0 + \frac{V_0^2 \operatorname{sen}^2\alpha}{2g} = 13{,}6$ m

c) Il punto d'impatto al suolo sarà dato da:

$x = V_{0x} \cdot t$ con t: tempo di volo

$\Rightarrow x = V_0 \cos\alpha \cdot t = 22{,}4$ m

d) Per la velocità abbiamo

$$\begin{cases} V_x = V_{0x} \\ V_z = V_{0z} - gt \end{cases} \qquad \begin{cases} V_x = V_0 \cos\alpha \\ V_z = V_0 \operatorname{sen}\alpha - gt \end{cases}$$

Sempre con t: tempo di volo $\Rightarrow V_x = 7{,}5$ m/s, $V_z = -13{,}61$ m/s

$\Rightarrow V = \sqrt{V_x^2 + V_z^2} = 17{,}9$ m/s

Esercizio 2

a) I termini tangenziale e centripeta dell'accelerazione sono dati rispettivamente da:

$a_T = R\dot{\omega} = R \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{2} \frac{AR}{\sqrt{t_1}} = 15{,}8$ m/s²

$a_c = \omega^2 R = A^2 t_1 R = 16$ m/s²

$\Rightarrow a = \sqrt{a_T^2 + a_c^2} = 22{,}5$ m/s²

b) Posso scrivere $\omega = \frac{d\theta}{dt} = A\sqrt{t} \Rightarrow d\theta = A\sqrt{t}\, dt$

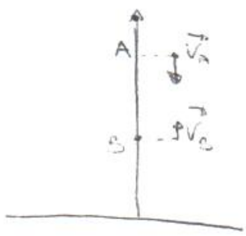
Integrando trovo la legge oraria per capire un dato angolo

$$\int_{\theta_0}^{\theta} d\theta = A \int_{t_0}^{t} \sqrt{t}\, dt \Rightarrow \theta = \frac{2}{3} A t^{\frac{3}{2}} + \theta_0 \qquad \text{con } t_0 = 0,\ \theta_0 = 0$$

Per fare un giro completo impongo:

$$2\pi = \frac{2}{3} A\, 2\, t^{3/2} \Rightarrow t = 2{,}8\, s$$

Esercizio 3



Le posizioni di A e B sono descritte da

$$\begin{cases} z_A(t) = h_A + v_{0A} t - \frac{1}{2} g t^2 & \text{con } v_{0A} = 0 \\ z_B(t) = h_B + v_{0B} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} z_A(t) = h_A - \frac{1}{2} g t^2 \\ z_B(t) = h_B + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \Rightarrow \text{la distanza tra A e B è: } d(t) = z_A(t) - z_B(t) = h_A - h_B - v_0 t$$

$\Rightarrow$ Trovo il tempo dopo il quale A e B si urtano $t_1 = \frac{h_A - h_B}{v_0}$

Per avere l'urto prima che i due punti giungano al suolo, deve essere $t_1 \leq t_2 = \sqrt{\frac{2h_A}{g}}$

con t_2: tempo impiegato da A per raggiungere il suolo

$$\Rightarrow \frac{h_A - h_B}{v_0} \leq \sqrt{\frac{2h_A}{g}} \Rightarrow v_0^* \geq \frac{h_A - h_B}{\sqrt{2h_A/g}} = 8\, m/s$$

b) La velocità di A e B valgono:

$$\begin{cases} v_A(t) = \frac{dz_A(t)}{dt} = -gt \\ v_B(t) = \frac{dz_B(t)}{dt} = v_0 - gt \end{cases} \Rightarrow \text{la velocità relativa è: } v_A(t) - v_B(t) = -v_0$$

$\Rightarrow$ La velocità dell'urto vale v_0

c) Il punto A passa alla quota h_c dopo $t_c = \sqrt{\frac{2(h_A - h_c)}{g}} = 1\, s$

Dopo t_c la quota di B sarà $z_B = h_B + v_0 t_c - \frac{1}{2} g t_c^2 = h_B - h_A + h_c + v_0 \sqrt{\frac{2(h_A - h_c)}{g}}$

Pongo $z_B = h_c$ e ottengo $v_0 = \frac{h_A - h_B}{t_c} = 24\, m/s$

[redacted] Esercizio 4

a) Per trovare la velocità alla base del piano uso:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$$ moto uniformemente accelerato

$$v_f^2 = 2a x_f \Rightarrow v_f = \sqrt{2a x_f} = 3{,}00 \text{ m/s}$$

b) Essendo moto uniformemente accelerato ho:

$$x_f = x_i + v_i t + \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} a t^2$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 x_f}{a}} = 6{,}00 \text{ s}$$

c) Uso sempre $v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$

con $v_f = 0$ $\quad v_i = 3{,}00$ m/s

$x_f = 15{,}00$ m

$$\Rightarrow a = \frac{-v_i^2}{2(x_f - x_i)} = -0{,}3 \text{ m/s}^2$$

d) $v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$

con $x_f = 8{,}00$ m

$v_i = 3{,}00$ m/s

$$\Rightarrow v_f = \sqrt{v_i^2 + 2a(x_f - x_i)} = 2{,}05 \text{ m/s}$$

Esercizio 5

$$\vec{a} = \vec{a}_c + \vec{a}_t$$

$$a = \sqrt{a_c^2 + a_t^2}$$

con $a_c = \omega^2 R = \frac{v_f^2}{R^2} R = \frac{v_f^2}{R} = 1{,}29 \text{ m/s}^2$

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{\Delta t} = -0{,}74 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{a_c^2 + a_t^2} = 1{,}48 \text{ m/s}^2$$

Esercizio 6

Scrivo le equazioni del moto

$$\begin{cases} v(t) = v_0 + a_T t \\ s(t) = v_0 t + \frac{1}{2} a_T t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} a_T t_1^2 \\ c_2 = v_0 t_2 + \frac{1}{2} a_T t_2^2 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Risolvo il sistema per sostituzione e trovo

$a_T = 0{,}1\ m/s^2$

$v_0 = 0{,}1\ m/s$

b) La velocità media sarà: $v_m = \frac{\text{spazio percorso}}{\text{tempo impiegato}}$

$$\Rightarrow v_m = \frac{c_2}{t_2 - t_0} = 0{,}2\ m/s$$

$a_{T_m} = a_T = 0{,}1\ m/s^2$ perché moto uniformemente accelerato!

c) All'istante t_2 ho:

$$v(t_2) = v_0 + a_T t_2 = 0{,}3\ m/s \Rightarrow \omega = \frac{v_2(t)}{r} = 0{,}3\ rad/s$$

Per l'accelerazione ho: $a = \sqrt{a_T^2 + a_c^2}$

con $a_c = \omega^2 r = 0{,}09\ m/s^2$

$$\Rightarrow a = \sqrt{a_T^2 + a_c^2} = 0{,}13\ m/s^2$$