Esercizio 1
La temperatura di una massa di 1 grammo di ferro passa da 18°C a 20°C, alla pressione atmosferica. Calcolare la variazione di energia interna della massa di ferro. Il calore specifico del ferro vale $c=448$ J/kgK, il coefficiente di dilatazione termica del ferro è pari a $\lambda=1{,}1\ 10^{-6}K^{-1}$ e la densità del ferro vale $\rho=7{,}8.10^3\ Kgm^{-3}$.

Esercizio 2
Un recipiente adiabatico è diviso in due parti uguali da una parete isolante. Una parte contiene un gas perfetto a temperatura e pressione iniziali $T_1=300K$ e $p_1=10^5Pa$. Nell'altra parte e contenuta una quantità dello stesso gas perfetto a temperatura e pressione iniziali $T_2=500K$ e $p_2=3\ 10^5Pa$. Se la parete viene rimossa e i due gas si mescolano, determinare la temperatura e la pressione del gas nella condizione di equilibrio finale.

Esercizio 3
La massa totale di un pallone aerostatico e del suo carico (esclusa l'aria all'interno) è $m_p=200kg$. Il volume del pallone è $V_p=400\ m^3$. L'aria esterna ha una temperatura T=10.0°C e pressione p=1atm. Determinare a quale temperatura deve essere scaldata l'aria nel pallone affinché possa decollare. [densità dell'aria a 10.0°Cpari a 1.25 kg/m^3 composizione aria secca nel pallone: 20 % O_2 e 80% N_2].

Esercizio 4
Un cilindro di raggio R=40.0 cm e profondo $h_0=50.0$ cm è riempito d'aria a T=20.0°C e $p_0=1atm$. Un pistone di 20.0 kg viene abbassato nel cilindro, comprimendo l'aria intrappolata all'interno. Infine, un uomo di 75.0 kg sale sul pistone comprimendo ulteriormente l'aria che rimane a 20.0°C.

- di quanto si abbassa (Δh) il pistone quando l'uomo sale su di esso?
- a quale temperatura si deve riscaldare il gas perché sollevi il pistone e l'uomo di nuovo alla quota h_i

Esercizio 5
Due moli di gas ideale, inizialmente nello stato 1, vengono messi a contatto termico con un serbatoio a temperatura di 800 K e raggiungono mediante una trasformazione isocora irreversibile uno stato termodinamico 2 ($T_2=800$ K). Tramite una espansione isoterma reversibile il gas raggiunge lo stato 3 tale che $V_3=2V_2$. Successivamente, il gas viene riportato allo stato 1 mediante una trasformazione isobara reversibile. Il calore specifico del gas a pressione costante dipende dalla temperatura e può essere scritto come $c_p/R=2 + 0.02T$. Determinare tutti i calori scambiati per ogni trasformazione e calcolare il rendimento del ciclo. Quanto vale il lavoro lungo la trasformazione 3-1?

Esercizio 6
Nel 1827 Robert Sterling inventò il "motore a Sterling", che ha trovato fin da allora numerose applicazioni. Il carburante viene bruciato esternamente per riscaldare uno dei due cilindri della macchina. Una quantità fissa di gas inerte si muove ciclicamente fra i cilindri, espandendosi in quello caldo e comprimendosi in quello freddo, secondo il ciclo termodinamico rappresentato in figura. Date n moli di gas perfetto monoatomico che compie un ciclo reversibile fra le isoterme a temperatura 3Ti e Ti, e due trasformazioni a volume costante, determinare

- l'energia trasferita tramite il calore al gas, in funzione di n, R e T;
- il rendimento della macchina.

Esercizio 7
Tre moli di un gas ideale monoatomico vengono portati dallo stato A allo stato B mediante una espansione adiabatica nel vuoto. Successivamente, il gas viene portato allo stato C tramite una

compressione adiabatica irreversibile ed infine il gas viene posto a contatto con una sorgente a temperatura T_A e ritorna allo stato iniziale A con una trasformazione isobara irreversibile. Sono dati la temperatura T_A=300K, la pressione p_A=2 10^5Pa ed il lavoro compiuto nella trasformazione BC, L_{BC}=−3,7 10^4J. Determinare il volume dello stato C.

Esercizio 1

Dal primo principio della termodinamica

$$\Delta U = Q - \mathcal{L}$$

con $Q = m c_a \Delta T = 8{,}91 \cdot 10^{-1}\ J$

$$\mathcal{L} = p \Delta V = p\, 3\lambda V_0 = p\, 3\lambda \frac{m}{\rho} \Delta T = 8{,}72 \cdot 10^{-8}\ J$$

$$\Rightarrow \Delta U = Q - \mathcal{L} \simeq Q = 8{,}91 \cdot 10^{-1}\ J$$

Esercizio 2

Allo stato iniziale ho

$$p_1 V = m_1 R T_1$$
$$p_2 V = m_2 R T_2$$

Allo stato finale ho

$$p_f V_f = (m_1 + m_2) R T_f \Rightarrow p_f = \frac{(m_1 + m_2) R T_f}{V_f}$$

con $m_1 = \frac{p_1 V}{R T_1}$ $\quad m_2 = \frac{p_2 V}{R T_2}$ $\Rightarrow$ sostituisco e trovo

$$p_f = \frac{T_f}{2}\left(\frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2}\right)$$

- Per trovare T_f considero che:
- la trasformazione è adiabatica $\Rightarrow Q = 0$
- $\mathcal{L} = 0$ perché ho espansione libera

$$\Rightarrow \Delta U = Q - \mathcal{L} = 0 = m_1 \cancel{c_v} (T_f - T_1) + m_2 \cancel{c_v} (T_f - T_2)$$

$$\Rightarrow T_f = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} = \frac{p_1 + p_2}{\frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2}} = 429\,K$$

$$\Rightarrow p_f = \frac{T_f}{2}\left(\frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2}\right) = 2 \cdot 10^{5}\ Pa$$

Esercizio 3

Perché il pallone decolli deve essere equilibrio tra le forze

$$\vec{P}_{aria} + \vec{P}_{pallone} + \vec{F}_A = 0$$

$$F_A - P_{aria} - P_{pallone} = 0$$

$$\rho_{aria}^{(10°C)} V \cancel{g} - m_{aria} \cancel{g} - m_p \cancel{g} = 0 \Rightarrow m_{aria} = \rho_{aria}^{(10°C)} V - m_p = 300\,Kg$$

NB: m_{aria} è la massa d'aria scaldata che avrà densità diversa da quella a 10°C

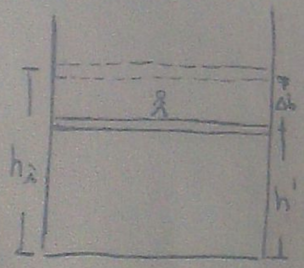
- Calcolo il numero di moli dell'aria dentro il pallone

$$n = \frac{m_{aria}}{M_{aria}} = \frac{300\,Kg}{0{,}2 \cdot 32\,g/mol + 0{,}8 \cdot 28\,g/mol} = 1{,}04 \cdot 10^4\,mol$$

- Applico l'equazione dei gas perfetti

$$pV = nRT \Rightarrow T = \frac{pV}{nR} = 470\,K$$

Esercizio 4



- Nel caso del solo pistone ho trasformazione isoterma

$$p_i V_i = p_f V_f \qquad \text{con } p_i = p_0$$

$$p_f = p_0 + \Delta p = p_0 + \frac{m_p g}{A}$$

$$\Rightarrow p_0 \cancel{A} h_0 = p_f A h_i = p_0 \cancel{A} h_i + \frac{m_p g}{A} h_i \cancel{A}$$

$$\Rightarrow h_i = \frac{p_0 h_0}{p_0 + \frac{m_p g}{A}} = 49{,}81\,cm$$

- Quando sale anche l'uomo uso la stessa equazione sostituendo a m_p, $M + m_p$

$$\Rightarrow h' = \frac{p_0 h_0}{p_0 + (M + m_p)\frac{g}{A}} = 49{,}10\,cm$$

$$\Rightarrow \Delta h = h' - h_i = 7{,}1 \cdot 10^{-1}\,cm$$

- Ho un processo a pressione costante

$$\frac{V_i}{T_i} = \frac{V_f}{T_f} \qquad \frac{A h'}{T_i} = \frac{A h_2}{T_f}$$

$$\Rightarrow T_f = \frac{h_2}{h'} T_i = 297\,K$$

Esercizio 5

- Trasformazione 1-2

$c_p - c_v = R \Rightarrow c_v = R(1 + 0{,}02T)$

$\mathcal{L}_{1-2} = 0$ Trasf. isocora $\Rightarrow \Delta U_{1-2} = Q_{1-2}$

$$\Delta U_{1-2} = \int_{T_1}^{T_2} m c_v \, dT = \int_{T_1}^{T_2} mR(1 + 0{,}02T)\, dT$$

$\Rightarrow$ Calcolo T_1 considerando che $T_2 = T_3$ e $P_1 = P_3$

$P_1 V_1 = mRT_1$

$P_3 V_3 = mRT_3$ $\Rightarrow$ Divido membro a membro

$$\frac{V_1}{V_3} = \frac{T_1}{T_3} = \frac{T_1}{T_2} \quad \text{ma } V_1 = V_2,\ V_3 = 2V_2 \Rightarrow \frac{V_2}{2V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\Rightarrow T_1 = \frac{T_2}{2} = 400\,K$$

$$Q_{1-2} = \Delta U_{1-2} = \int_{T_1}^{T_2} mR(1 + 0{,}02T)\, dT = mR\Big[T + 0{,}01T\Big]_{400K}^{800K} = 8{,}65 \cdot 10^4\,J$$

- Trasformazione 2-3

$\Delta U_{2-3} = 0$ poichè è isoterma

$$Q_{2-3} = \mathcal{L}_{2-3} = \int_{V_2}^{V_3} p\, dV = mRT_2 \int_{V_2}^{V_3} \frac{dV}{V} = mRT_2 \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right) = 9{,}22 \cdot 10^3\,J$$

- Trasformazione 3-1

$$Q_{3-1} = \int_{T_3}^{T_1} m c_p \, dT = \int_{T_3}^{T_1} m(2R + 0{,}02RT)\, dT = 2mRT\Big|_{T_3}^{T_1} + 0{,}01mRT^2\Big|_{T_3}^{T_1} = -9{,}31 \cdot 10^4\,J$$

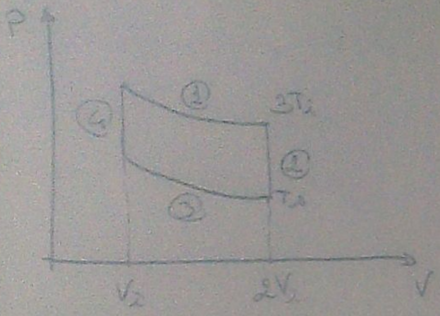
$$\mathcal{L}_{3-1} = Q_{3-1} - \Delta U_{3-1}$$

$$\Delta U_{3-1} = \int_{T_3}^{T_1} m c_v \, dT = \int_{T_3}^{T_1} mR(1 + 0{,}02T)\, dT = -8{,}65 \cdot 10^4\,J$$

$$\mathcal{L}_{3-1} = Q_{3-1} - \Delta U_{3-1} = -6{,}65 \cdot 10^4\,J$$

$$\eta = \frac{\mathcal{L}_{tot}}{Q_{ASS}} = 1 - \frac{Q_{CED}}{Q_{ASS}} = 0{,}027 \quad \text{con } \begin{array}{l} Q_{CED} = Q_{3-1} \\ Q_{ASS} = Q_{1-2} + Q_{2-3} \end{array}$$

Esercizio 6



- Trasformazione 1 e 3

$\Delta U = 0 \Rightarrow$ È isoterma

$$Q = \mathcal{L} = \int_{V_i}^{V_f} p\,dV = mRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V}$$

$$\Rightarrow Q_1 = mR3T_i \int_{V_i}^{2V_i} \frac{dV}{V} = 3mRT_i \ln 2$$

$$Q_3 = mRT_i \ln\left(\frac{V_i}{2V_i}\right) = mRT_i \ln\frac{1}{2}$$

- Trasformazione 2 e 4

$\mathcal{L} = 0 \Rightarrow$ È isocora

$$\Delta U = Q = mc_v \Delta T$$

$$\Rightarrow Q = \int_{T_i}^{T_f} mc_v\,dT = \int_{T_i}^{T_f} \frac{3}{2} mR\,dT$$

$$\Rightarrow Q_2 = \frac{3}{2} mR(T_i - 3T_i)$$

$$Q_4 = \frac{3}{2} mR(3T_i - T_i)$$

$$\Rightarrow Q_{TOT} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 2mRT_i \ln 2$$

$$- \eta = \frac{\mathcal{L}_{TOT}}{Q_{ASS}} = \frac{Q_{TOT}}{Q_1 + Q_4} = 0{,}273 = 27{,}3\%$$

Esercizio 7

- Trasformazione A-B

Adiabatica esterna = adiabatica nel vuoto $\Rightarrow L=0$

$Q=0 \Rightarrow \Delta U_{A-B}=0$

Trasformazione A-B è anche isoterma $T_A = T_B$

- Trasformazione B-C

$Q_{BC}=0$

$L_{BC} = -\Delta U_{B-C} = -mc_v(T_C - T_B) = mc_v(T_A - T_C)$

$\Rightarrow T_C = T_A - \dfrac{L_{BC}}{mc_v} = 1288{,}96\,K$

$P_C V_C = mRT_C \Rightarrow V_C = \dfrac{mRT_C}{P_C} = \dfrac{mRT_C}{P_A} = 0{,}16\,m^3$