

Esercizio 1

Trovare con l'analisi dimensionale da quali grandezze dipende il periodo di oscillazione del pendolo.

Esercizio 2

Trovare con l'analisi dimensionale da quali parametri dipende la gittata di un proiettile.

Esercizio 3

Quali delle equazioni riportate sono dimensionalmente corrette?

$v = v_0 + ax$ con v = velocità, x = lunghezza, a = accelerazione

$y = (x) \cos(kx)$ dove $k = 2 \text{ m}^{-1}$, x = lunghezza

Esercizio 4

Effettuare l'analisi dimensionale della grandezza fisica espressa dalla relazione:

$$x = f \cdot \left(\frac{L}{D}\right) \cdot \left(\frac{w^2}{2}\right) \cdot \rho$$

in cui f è un coefficiente numerico adimensionale, L è la lunghezza di una tubazione, D è il suo diametro, w è la velocità del fluido che scorre in essa e ρ è la sua densità.

Esercizio 5

Le dimensioni di una forza F sono massa*accelerazione; di un lavoro L sono forza*spostamento; di una pressione P sono forza/superficie; di un'energia cinetica K sono massa*velocità quadro.

- a) Scrivere le equazioni dimensionali per F, L, P, K
- b) Verificare la correttezza di
 - 1) $F = m \cdot g + P \cdot S$
 - 2) $P \cdot V = 1/2 \cdot m \cdot v^2 + L$
 - 3) $L/v = \pi V \cdot P/g$

dove v =velocità, V =volume, S =superficie.

Esercizio 6

Un elicottero sta viaggiando in direzione Nord Ovest a una velocità di circa 70 km/h rispetto al suolo, in assenza di vento. Entra in una regione in cui sta spirando un vento in direzione Nord Est alla velocità di circa 70 km/h rispetto al suolo. Con che velocità e in che direzione si muoverà l'elicottero rispetto al terreno, se mantiene, rispetto all'aria, la stessa velocità che aveva prima?

Esercizio 7

Una particella effettua 3 spostamenti consecutivi dati da:

$$\vec{a} = (1.5\vec{i} + 3.0\vec{j} - 1.2\vec{k})\text{cm}$$

$$\vec{b} = (2.3\vec{i} - 1.4\vec{j} - 3.6\vec{k})\text{cm}$$

$$\vec{c} = (1.3\vec{i} + 1.5\vec{j})\text{cm}$$

Calcolare modulo e direzione dello spostamento risultante.

Esercizio 8

Determinare se possibile i due numeri reali m e n in modo che i vettori $\vec{a}=(-5,3,1)$ e $\vec{b}=(2,1-m,3n)$ risultino paralleli.

Esercizio 9

Il vettore a ha modulo di 5.0 unità ed è orientato verso est. Il vettore b è orientato in direzione di 35° a est rispetto al nord e ha modulo di 4.0 unità. Si costruiscano i diagrammi vettoriali per calcolare $\vec{a}+\vec{b}$ e $\vec{b}-\vec{a}$ e si stimino i vettori somma e differenza.

Exercício 1

O período do oscilador de pêndulo depende da sua massa, da comprimento do fio, da aceleração da gravidade, e de uma constante de proporcionalidade

$$T = k m^\alpha l^\beta g^\gamma$$

Dimensionalmente

$$[T] = [M]^\alpha [L]^\beta [L]^\gamma [T]^{-\gamma}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta + \gamma = 0 \\ -\gamma = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \gamma = -1 \\ \beta = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow T = k \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Exercício 2

Como no precedente: $D_{\max} = k v^\alpha g^\beta m^\gamma$ com v : velocidade inicial

Dimensionalmente

$$[L] = [L]^\alpha [T]^{-\alpha} [L]^\beta [T]^{-2\beta} [M]^\gamma$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 1 \\ -\alpha - 2\beta = 0 \\ \gamma = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -\beta + 1 \\ \beta - 1 + 2\beta = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \beta = -1 \\ \alpha = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow D_{\max} = k \frac{v^2}{g}$$

Exercício 3

$$V = V_0 + ax$$

$$[L][T]^{-1} = [L][T]^{-1} + [L][T]^{-2} \cdot [L] = [L][T]^{-1} + [L]^2[T]^{-2}$$

Não CORRETA

$$y = x \cos(kx)$$

$$[L] = [L] \cdot [L]^{-1} [L] = [L] \Rightarrow \text{CORRETA!}$$

Esercizio 4

Tutto le dimensioni di x per capire che grandezza è

$$[x] = [L][L]^{-1}[L]^2[T]^{-2}[M][L]^{-3}$$

Perciò $[L] = [L]$ $[w] = [L][T]^{-1}$

$$[\Delta] = [L] \quad [P] = [M][L]^{-3}$$

$$\Rightarrow [x] = [M][L]^{-1}[T]^{-2} \Rightarrow \text{È una pressione}$$

$$P = \frac{F}{S} = \frac{m \cdot a}{S} = [M][L][T]^{-2} \cdot [L]^{-2} = [M][L]^{-1}[T]^{-2}$$

Esercizio 5

$$[F] = [M][L][T]^{-2}$$

$$[P] = [F][L]^{-2} = [M][L]^{-1}[T]^{-2}$$

$$[L] = [F] \cdot [L] = [M][L]^2[T]^{-2}$$

$$[K] = [M][L][T]^{-2}$$

b) $F = mg + Ps$

$$[M][L][T]^{-2} = [M][L][T]^{-2} + [M][L]^{-1}[T]^{-2}[L]^2 \quad \text{CORRETTA}$$

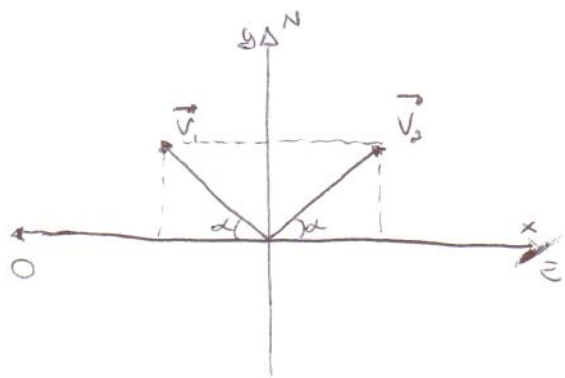
$$P \cdot V = \frac{1}{2} m v^2 + \Delta$$

$$[M][L]^2[T]^{-2} = [M][L]^2[T]^{-2} + [M][L]^2[T]^{-2} \quad \text{CORRETTA}$$

$$\frac{\Delta}{V} = \pi V \frac{\rho}{g}$$

$$[L][T]^{-1} = \cancel{[L]^3} \cancel{[M]} \cancel{[L]^3} \cancel{[M]}^{-1} [T]^{-2} \quad \text{NON CORRETTA}$$

Esercizio 6



$$\alpha = 45^\circ$$

Scomponendo sugli assi ho:

$$V_{1x} = V_1 \cos \alpha$$

$$V_{2x} = V_2 \cos \alpha$$

$$V_{1y} = V_1 \sin \alpha$$

$$V_{2y} = V_2 \sin \alpha$$

Per $V_1 = V_2 \Rightarrow V_{1x} = -V_{2x} \Rightarrow$ la vettoria somma non ha componenti sull'asse x

$\Rightarrow$ L'equivalente si muoverà in direzione Nord

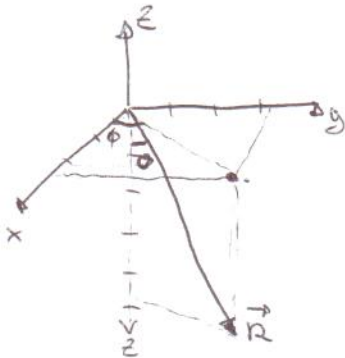
$$V_R = V_{1y} + V_{2y} = 2V_1 \sin \alpha = 98,99 \text{ Km/h} = 99 \text{ Km/h}$$

Esercizio 7

lo spostamento risultante è dato da:

$$\begin{aligned} \vec{R} &= \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (1,5 + 2,3 - 1,3)\hat{i} + (3,0 + 1,4 + 1,5)\hat{j} + (-1,2 - 3,6)\hat{k} \\ &= (2,5\hat{i} + 5,9\hat{j} - 4,8\hat{k}) \text{ cm} \end{aligned}$$

Il modulo sarà dato da: $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = 6,2 \text{ cm}$



Trovo σ e ϕ

$$\sigma = \arccos \frac{R_y}{R} = 39,2^\circ$$

$$\phi = \arctan \frac{R_z}{R_y} = 51^\circ$$

Esercizio 8

A) Perché i vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ siano paralleli
il prodotto vettoriale deve essere nullo

$$\vec{a} \times \vec{b} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ -5 & 3 & 1 \\ 2 & 1-m & 3m \end{vmatrix} = (9m-1+m)\hat{i} + (2+15m)\hat{j} + (5m-11)\hat{k} = 0\hat{i} + 0\hat{j} + 0\hat{k}$$

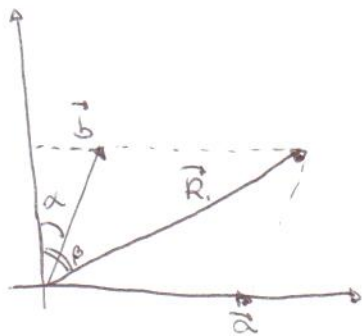
$$\Rightarrow \begin{cases} 9m-1+m=0 \\ 2+15m=0 \\ 5m-11=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -\frac{15}{2} \\ m = \frac{11}{5} \end{cases}$$

Altamente $\vec{v} = k\vec{w}$

$$\Rightarrow (-5, 3, 1) = (2k, (1-m)k, 3mk)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2k = -5 \\ (1-m)k = 3 \\ 3mk = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -\frac{5}{2} \\ m = \frac{11}{5} \\ m = -\frac{15}{2} \end{cases}$$

Esercizio 9



$$\alpha = 35^\circ$$

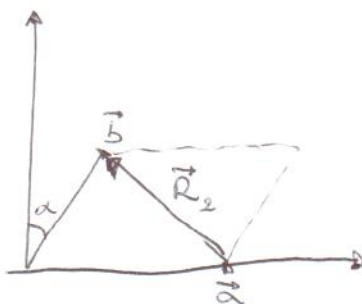
$$a = 5.0$$

$$b = 4.0$$

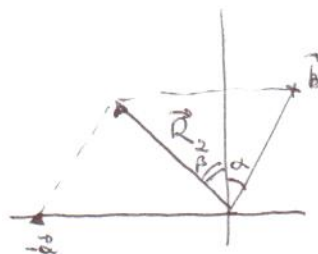
$$\vec{R}_1 = \vec{a} + \vec{b}$$

$$R_1 = \sqrt{(a + b \sin \alpha)^2 + b^2 \cos^2 \alpha} = 8.0$$

Direzione di $\vec{R}_1$ rispetto al Nord $\Rightarrow \beta = \arctg \frac{R_{1x}}{R_{1y}} = 65.8^\circ$



È come se
avessimo



$$\vec{R}_2 = \vec{b} - \vec{a}$$

$$R_2 = \sqrt{R_{2x}^2 + R_{2y}^2}$$

$$= \sqrt{(a - b \sin \alpha)^2 + b^2 \cos^2 \alpha} = 4.3$$

$$\beta = \arctg \frac{R_{2x}}{R_{2y}} = 39.6^\circ$$