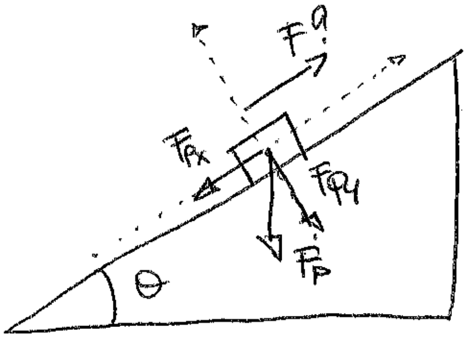
Dinamica attrito

Es 1
Calcolare la forza necessaria a spingere un pacco pesante 180 N su un piano inclinato di 30° tra il pacco e il terreno c'è un coeff di attrito $\mu = 0,25$

Si assuma un moto uniforme.

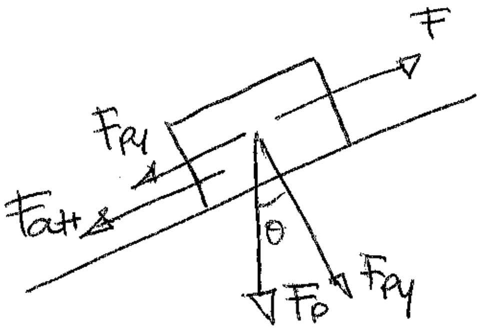


$\theta = 30°$

Se non ci fosse attrito basterebbe uguagliare

F con F_{px}

Ma c'è attrito, quindi studiamo meglio il problema



La forza di attrito $\vec{F}_{att}$ si oppone sempre alla direzione del moto. Quindi, dal momento che il testo dice che il pacco sale, $\vec{F}_{att}$ è opposta a $\vec{F}$

$$F_{att} = \mu \cdot F_{py}$$

$$= \mu \, F_p \cos\theta$$

$$= 0,25 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} mg$$

$$= 0,25 \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot 180 \, N = 38,97 \, N$$

Quindi

$$F = F_{px} + F_{att}$$

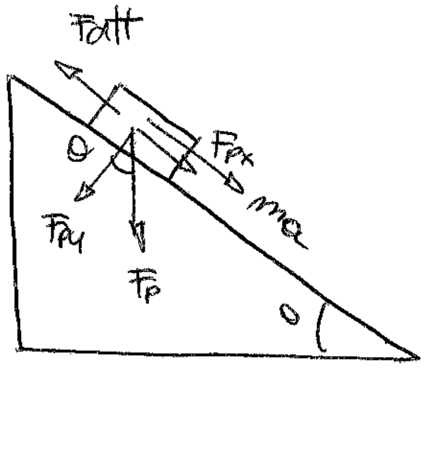
$$\rightarrow F = 180\,N \cdot \frac{1}{2} + 38{,}97\,N$$

$$= 129\,N$$

Es 2:

Un corpo di massa $m = 60\,kg$ scende lungo un piano inclinato di $21°$ con $a = 0{,}38\,\frac{m}{s^2}$ il coeff di attrito vale $\mu = 0{,}35$ e il corpo scende in 7 secondi, calcolare:

1) forza motrice
2) velocità finale



il problema è ingannevole perché ci da già la accelerazione con cui scende quindi la forza di trazione F entrerà nell'equazione

$$ma = F + F_{px} - F_{att}$$

$$\rightarrow F = ma - F_{px} + F_{att}$$

$$= 60\,kg \cdot 0{,}38\,\frac{m}{s^2} - 60\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}\,\sin(21)$$

$$+ \mu \cdot 60\,kg \cdot \cos(21) \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}$$

$$= 22{,}8\,N - 210{,}9\,N + 192{,}3\,N$$

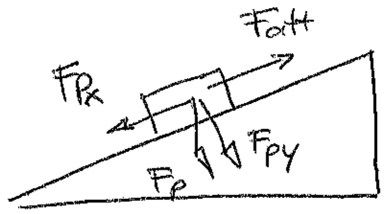
$$= 4{,}22\,N$$

2) So la acc. e il tempo quindi

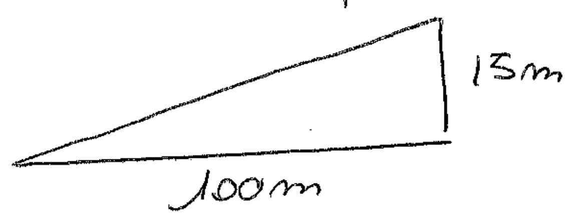
$$v = at$$
$$= 0{,}38\,\frac{m}{s^2} \cdot 7s$$
$$= 2{,}66\,\frac{m}{s}$$

Es 3:

Si vuole bloccare una vettura su una salita del 15%, quale forza di attrito deve esercitare il freno? La macchina ha massa $m = 500kg$



una pendenza del 15% vuol dire che si percorrono



15 m in altezza ogni 100 m in lunghezza

$$\theta = \arctan \frac{15}{100}$$
$$= 8{,}53°$$

Quindi è un problema di statica

$$F_{att} = F_{Px}$$
$$\rightarrow F_{att} = mg \sin(8{,}53)$$
$$= 500kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} \sin(8{,}53)$$
$$= 727{,}6\ N$$

FORZE ELASTICHE

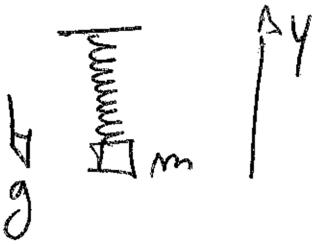
dipendo dallo spostamento cioè

$$\vec{F} = -k\Delta\vec{x}$$

dove k è una costante positiva e si misura in $\left[\frac{N}{m}\right]$

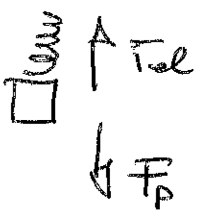
Es 1:

Una molla è sospesa al soffitto e ad essa viene collegata una massa $m = 5\,kg$ determinare l'allungamento della molla sapendo che la sua costante elastica $k = 1 \cdot 10^4 \frac{N}{m}$



Ci muoviamo in 1D (y) quindi possiamo trascurare la notazione vettoriale.

studiamo cosa succede alla massa



$$F_p = F_{el}$$

$$\Downarrow$$

$$mg = k\cdot$$

$$\Downarrow$$

$$(5 \cdot 9{,}8)\,N = 10^4 \cdot$$

$$\Downarrow$$

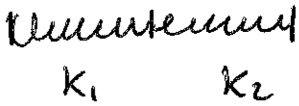
$$\rightarrow y = \frac{49\,N}{10'000\,\frac{N}{m}} = 4{,}9 \cdot 10^{-3}\,m$$

$$\Downarrow$$

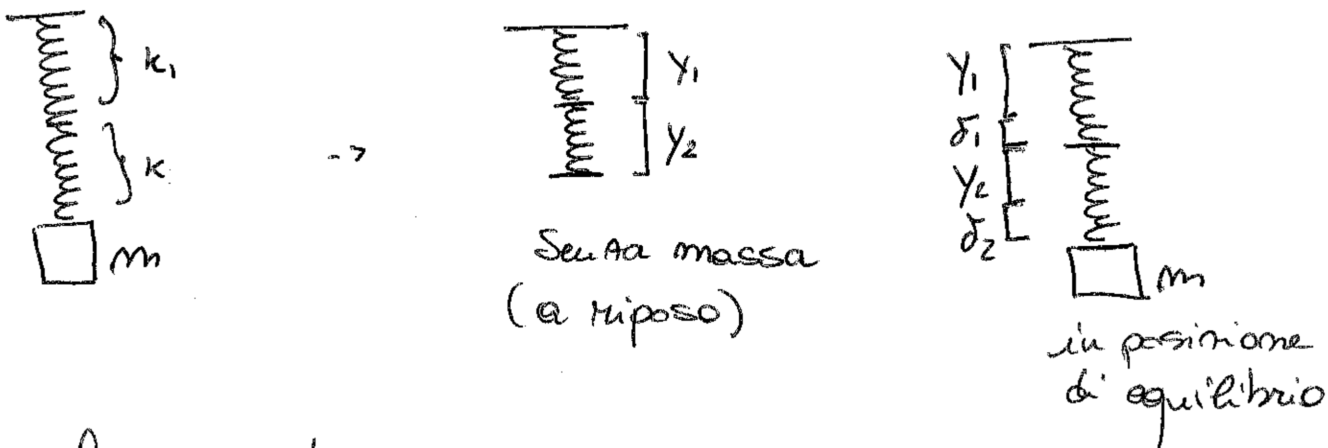
$$4{,}9\,mm$$

Es2:

Due molle con costanti elastiche K_1 e K_2 vengono saldate insieme



La nuova molla è fissata al soffitto e vi si appende un corpo di massa m.
Si calcoli l'allungamento in posizione di equilibrio.



La forza che agisce sulle molle è la stessa ed è quella di gravità

l'allungamento δ_1 è relativo alla molla con K_1
" δ_2 " " " " " " K_2

$$mg = K_1 \delta_1 = K_2 \delta_2$$

l'allungamento totale è $\delta = \delta_1 + \delta_2$

$$\delta = \frac{mg}{K_1} + \frac{mg}{K_2}$$

$$= mg\left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}\right)$$

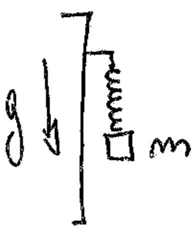
il coeff. elastico totale è

$$k = \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

Es 3:

Un alpinista di massa $m = 70\ kg$ durante una scalata scivola e prima che la corda di sicurezza si tenda cade per $h = 1m$
la corda si comporta come una molla di costante $k = 1000 \frac{N}{m}$

1) calcolare l'allungamento della molla.



anche qui siamo solo in 1 dimensione lungo y.

la forza che agisce è quella di gravità alla quale si contrappone la forza elastica

$$mg = F_{el}$$

$$\to mg = k(y-h)$$

$$\to ky = mg + kh$$

$$y = \frac{mg + kh}{k}$$

$$= \frac{70 \cdot 9{,}8 + 1000 \cdot 1}{1000} = 1{,}69m$$

Es4:

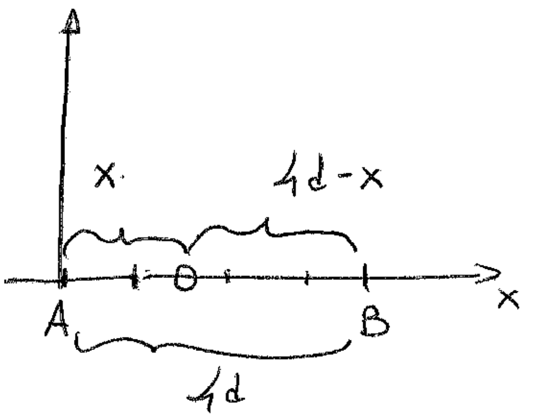
Una pallina di massa m è vincolata a muoversi su un piano orizzontale privo di attrito
è collegata tramite 2 molle a due punti A e B distanti tra loro $4d$
Le 2 molle hanno lunghezza a riposo d e costanti elastiche k_1 e k_2

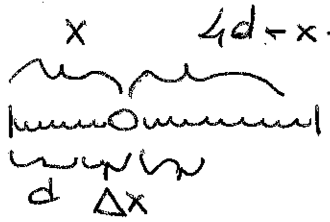
1) posizione di equilibrio della massa

La pallina viene spostata di un tratto ℓ dalla posizione di equilibrio e lasciata libera di muoversi

2) pulsazione e ampiezza del moto oscillatorio

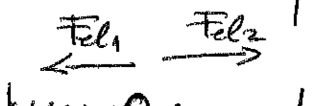
$m = 100\,g \qquad d = 10\,cm \qquad k_2 = 3k_1 = 3 \cdot 10^{-4}\,\frac{N}{m} \qquad \ell = 5\,cm$





$$\begin{cases} x = d + \Delta x \\ \Delta x = 4d - d - x \end{cases}$$

Scriviamo l'equazione di statica



$$F_{el_1} = F_{el_2}$$

$$\rightarrow k_1 \Delta x = k_2 \Delta x$$

$$\rightarrow k_1 (x - d) = k_2 (4d - x - d)$$

$\rightarrow k_1 x + k_2 x = k_1 d + 3k_2 d$

$\rightarrow x_e = \dfrac{(3k_2 + k_1)\, d}{k_1 + k_2}$ posizione di equilibrio

2) Scriviamo l'equazione del moto della pallina.

$$F_e(x) = ma = -(k_1 + k_2)x + (3k_2 + k_1)d$$

$$= -(k_1 + k_2)(x - x_e)$$

cioè se $x = x_e \Rightarrow F(x) = 0$ ed è il caso di prima
se $x \neq x_e$ allora ho spostamento e quindi moto.

Risolviamo:

$$ma = m\frac{d^2x}{dt^2} = -(k_1 + k_2)(x - x_e)$$

effettuiamo un cambio di variabile $(x - x_e) = X$

$$\rightarrow m\frac{d^2X}{dt^2} = -(k_1 + k_2)X$$

la cui soluzione generale è

$$X(t) = A \sin(\omega t + \alpha) \qquad \omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$$

Con $t = 0$ ho spostato la pallina di e

$$\begin{cases} x(0) = x_e + e \\ v(0) = \dfrac{dX(0)}{dt} = 0 \end{cases} \rightarrow \qquad X = x - x_e$$

$$\begin{cases} X(0) = \ell \\ \dfrac{dX(0)}{dt} = 0 \end{cases}$$

Scriviamo la legge oraria

$$\begin{cases} X(0) = \ell = A \sin(\alpha) \quad \rightarrow t=0 \\ \dfrac{dX(0)}{dt} = 0 = \omega A \cos\alpha \end{cases}$$

Se $\omega A \cos\alpha = 0$ l'unica soluzione è che

$$\cos\alpha = 0$$
$$\rightarrow \alpha = 90° = \frac{\pi}{2}$$

Quindi

$$\begin{cases} A = \ell \\ \alpha = \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

Quindi

l'oscillazione è $\omega = \sqrt{\dfrac{K_1+K_2}{m}}$ e l'ampiezza $A = \ell$