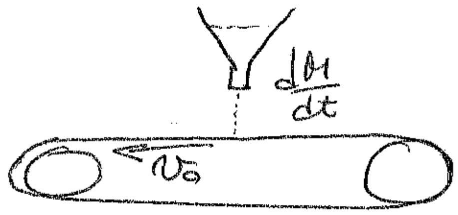
Es 1:

Da un imbuto cade sabbia su un nastro trasportatore che si muove con v_0.
Sapendo che la velocità con cui cade la sabbia $\frac{dM}{dt}$ è costante si determini la forza necessaria per mantenere costante v_0 del nastro.



Ci sono 2 cose da considerare.

1) la massa del sistema varia
2) un sistema è in moto rispetto all'altro

$$F + \frac{dM}{dt} v_{rel} = M \cdot \frac{dv}{dt}$$

v_{rel} è la velocità della sabbia rispetto al sistema solidale al nastro, mentre M è la massa totale ad un determinato istante t.

quindi $v_{rel} = -v_0$

$v = v_0$

Quindi

$$F = v_0 \frac{dM}{dt}$$

Pag 74

2) determinare l'energia cinetica del sistema

Anche l'energia cinetica non è costante quindi

$$\frac{dk}{dt} = \frac{1}{2}\frac{dM}{dt} v_0^2$$

Es2:

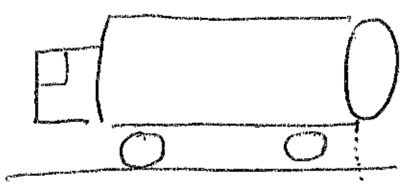
Un'autocisterna si muove sotto l'effetto di una forza F_0.
Inizialmente l'auto ha massa M_0 e velocità v_0.
Da un foro situato sul fondo esce acqua con velocità costante

1) Determinare l'equazione del moto

1) È un sistema a massa variabile quindi:

$$F + v_{rel} \cdot \frac{dM}{dt} = M \frac{dv}{dt}$$

anche qui ci sono 2 sistemi di riferimento prendiamo quello che ci conviene di più.



nel sistema solidale con il terreno l'acqua non ha velocità relativa

Quindi $v_{rel} = 0$

$$F_0 = M \frac{dv}{dt}$$

Consideriamo che $M = M_0 - \frac{dM}{dt} \cdot t$

per comodità chiamiamo $\frac{dM}{dt} = \mu$

$$M = M_0 - \mu \cdot t$$

$$\rightarrow dM = d(M_0 - \mu t) = -\mu\, dt$$

$$\rightarrow dt = -\frac{d(M_0 - \mu t)}{\mu}$$

ricaviamoci dv

$$dv = \frac{F_0}{M} dt$$

$$= \frac{F_0}{(M_0 - \mu t)} dt$$

$$= \frac{F_0 \cdot d(M_0 - \mu t)}{\mu (M_0 - \mu t)}$$

integriamo per ottenere la velocità

$$v = v_0 + \frac{F_0}{\mu} \cdot \ln\left(\frac{M_0}{(M_0 - \mu t)}\right)$$

ci serve la legge oraria quindi:

$$dx = v_0 \cdot dt + \left[\frac{F_0}{\mu} \ln\left(\frac{M_0}{M_0 - \mu t} \right) \right] dt$$

integriamo ancora una volta

$$x = v_0 t + \frac{F_0}{\mu} \ln M_0 + \frac{F_0}{\mu^2} \times \Big\{$$

$$\Big\{ (M_0 - \mu t) \cdot [\ln(M_0 - \lambda t) - 1] - M_0(\ln M_0 - 1) \Big\}$$