DINAMICA

Formulario:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

Se m = cost

$$= m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

definisco la quantità di moto
$\vec{p} = m\vec{v}$

Da qui

$$\int_{t_1}^{t_2} d\vec{p} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\,dt$$

$$\rightarrow \bar{P}(t_2) - \bar{P}(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\,dt$$

$$\rightarrow \Delta P = I(t_1, t_2)$$ teorema impulso

Es 1:

Un corpo in quiete avente massa $m = 80\,kg$ si muove con acc $a = 0{,}2\,\frac{m}{s^2}$ sotto l'azione di una forza $\vec{F}$.

1) calcolare $\vec{F}$
2) calcolare la velocità dopo 80 s.

1)

$$F = ma = 80kg \cdot 0{,}2\,\frac{m}{s^2} = 16\,N$$

Posso trascurare il formalismo vettoriale in quanto non è specificato nel testo la direzione del moto. Quindi scelgo un moto unidimensionale

2) dal momento che all'istante $t_0 = 0$ il corpo è in quiete $v_0 = 0 \frac{m}{s}$

$$v = v_0 + at$$
$$\overset{!}{=} 0{,}2 \frac{m}{s^2} \cdot 30\,s$$
$$\overset{!}{=} 6 \frac{m}{s}$$

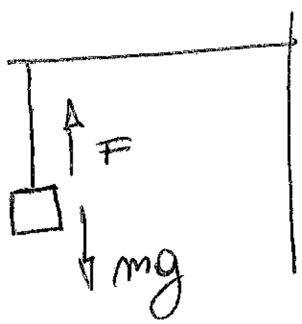
Es 2:

Un carico di 4 tonnellate viene sollevato da una gru alla velocità costante di $v = 0{,}5 \frac{m}{s}$.
Il carico parte da fermo e la velocità costante viene raggiunta in $t = 0{,}5\,s$

1) trovare la forza a cui è sottoposto il cavo durante la fase di moto a velocità costante

2) punto 1 durante la fase di accelerazione

1) 4 tonnellate $= 4000\ kg$
il corpo è inizialmente in quiete $v_0 = 0$



il moto avviene lungo y
Quindi anche in questo caso non ho bisogno di scomporre i vettori Forza.

il punto 1 mi chiede la forza sulla fune quando il moto ha v = costante.

Quindi la risultante delle accelerazioni è nulla cioè

$$\vec{F}_1 = m\vec{g} = 4000\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} = 39240\,N$$

2) in questo caso il problema chiede la forza da esercitare nel momento in cui il corpo sta accelerando

Quindi la risultante è

$$\vec{F}_2 = m\vec{a} = m(\vec{g}+\vec{a}_1)$$

Con a_1 = accelerazione del corpo.

Quanto vale a_1?

$$v = v_0 + at$$

$$\rightarrow a = \frac{v}{t} = 1\,\frac{m}{s}$$

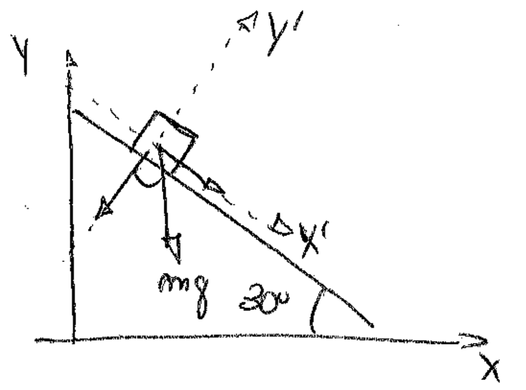
Quindi

$$F_2 = m(g+a_1) = 4000\,kg\,(9{,}81+1)\,\frac{m}{s^2} = 43240\,N$$

Es 3:

Un blocco di massa $m = 10$ kg si muove su un piano inclinato di 30°.

1) trovare l'accelerazione con cui si muove.



In questo caso il moto non è più unidimensionale quindi devo ragionare con i vettori e scomporli per semplicità chiamo $m\vec{g} = \vec{F}_P$ forza peso

Quindi

$$\vec{F}_p = m\vec{g}$$

$$F_{px'} = mg \sin(30°)$$

$$F_{py'} = mg \cos(30°)$$

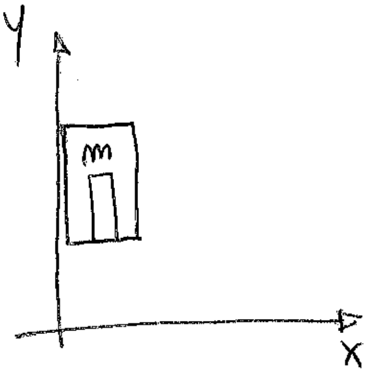
il corpo si muove lungo x' quindi è qui che subirà l'accelerazione.
Quindi mi calcolo $a_{x'}$

$$a_{x'} = \frac{F_{px'}}{m} = g \sin(30°) = 4{,}9 \frac{m}{s^2}$$

Es 4:

1) Calcolare la forza esercitata da un uomo di $m = 80\,kg$ su un ascensore in quiete

2) punto (1) nel caso l'ascensore si stia muovendo con $a = 0{,}2\,\frac{m}{s^2}$

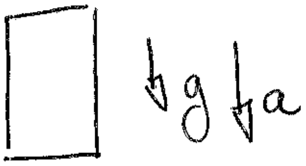


il moto sarà solo lungo x quindi non ho bisogno di usare i vettori.

1) $F = mg = 80\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} = 784{,}8\,N$

2) ho 2 possibili direzioni del moto, in salita e in discesa.

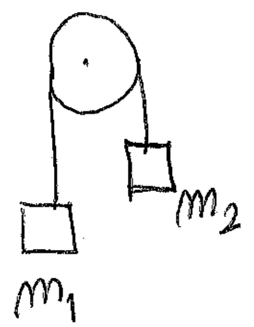
$F = m(g+a) = 80\,kg \cdot 10{,}01\,\frac{m}{s^2} = 800{,}8\,N$



$F = m(g-a) = 80\,kg \cdot 9{,}61\,\frac{m}{s^2} = 768{,}8\,N$

Es 5:

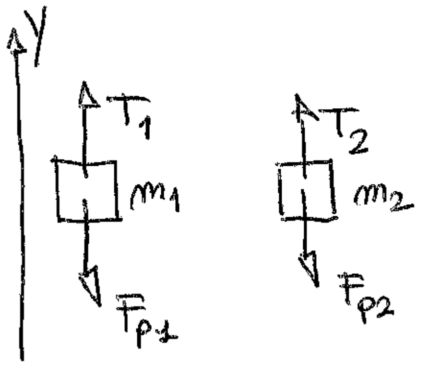
Nel sistema illustrato $m_1 = 3kg$ $m_2 = 2kg$
Calcolare l'acc. delle masse e la tensione del cavo.



ho 2 corpi nel sistema, ma il moto avviene tutto lungo y quindi traccio i vettori

1) In questi casi bisogna ragionare sulle masse separatamente:

Chiamo la forza peso F_p e la tensione T



dal momento che la carrucola è ideale e una massa è più grande dell'altra il moto è accelerato.

Quindi

$$\begin{cases} m_1) & T_1 - F_{p_1} = -m_1 a \\ m_2) & T_2 - F_{p_2} = m_2 a \end{cases}$$

la corda è una sola e la carrucola è ideale quindi $T_1 = T_2$

dato che $T_1 = T_2 = T$

$$F_{p_1} - m_1 a - F_{p_2} = m_2 a$$

$$\to F_{p_1} - F_{p_2} = (m_2 + m_1) a$$

$$a = \frac{F_{P1} - F_{P2}}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 g - m_2 g}{m_1 + m_2} = g\,\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = 9{,}81\,\frac{m}{s^2}\,\frac{(3-2)\,kg}{(3+2)\,kg} = 1{,}962\,\frac{m}{s^2}$$

2) per calcolare la tensione del cavo uso l'acc. trovata in una delle equazioni di partenza.

$$T - F_{P2} = m_2 a$$

$$\rightarrow T = F_{P2} + m_2 \cdot \left(1{,}962\,\tfrac{m}{s^2}\right) = 23{,}5\,N$$

Si può fare anche in generale:

$$\begin{cases} F_{P1} - T = m_1 a \\ T - F_{P2} = m_2 a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_{P1} - T = m_1 \left(\dfrac{T - F_{P2}}{m_2}\right) \\ a = \dfrac{T - F_{P2}}{m_2} \end{cases}$$

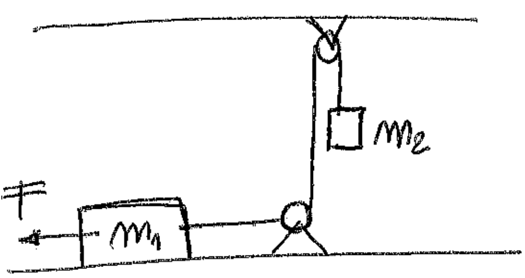
$$\rightarrow m_2 (F_{P1} - T) = m_1 (T - F_{P2})$$

$$\rightarrow m_2 m_1 g - m_2 T = m_1 T - m_1 m_2 g$$

$$\rightarrow T = \frac{2 m_1 m_2 g}{m_1 + m_2} = 23{,}5\,N$$

Ess:

Calcolare l'acc e la tensione nel sistema illustrato



$m_1 = 50\,g$

$m_2 = 80\,g$

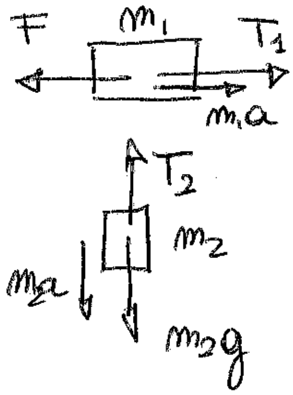
$F = 1\,N$

Come abbiamo fatto prima consideriamo le masse singolarmente.

Notiamo che il moto avviene su 2 assi distinti e ortogonali m_2 lungo y, m_1 lungo x tuttavia sono le corde e le carrucole che spostano il moto dall'asse x all'asse y quindi possiamo trascurare la notazione vettoriale

$m_1)$

$m_2)$



in questo caso non sappiamo da quale pate, in quale verso, avviene il moto.
Ne scegliamo uno a piacere se ci siamo sbagliati alla fine i segni saranno scambiati

$$\begin{cases} m_1) \quad T_1 - F = m_1 a \\ m_2) \quad F_{P2} - T_2 = m_2 a \end{cases}$$

la fune è una sola e le carrucole sono ideali quindi $T_1 = T_2 = T$

$$\begin{cases} T - F = m_1 a \\ F_{P2} - T = m_2 a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} T = m_1 a + F \\ F_{P2} - m_1 a - F = m_2 a \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} T = m_1 a + F \\ F_{P2} - F = (m_2 + m_1) a \end{cases} \rightarrow \quad a = \frac{F_{P2} - F}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{0{,}08\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} - 1\,N}{(0{,}08 + 0{,}05)\,kg}$$

$$= \frac{0{,}785\,N - 1\,N}{0{,}13\,kg}$$

$$= -1{,}655\,\frac{m}{s^2}$$

infatti come detto prima troviamo una acc negativo. vuol dire che non riusciamo a smuovere il blocco m_1 e che il moto è nella direzione opposta a quella che avevamo immaginato

troviamo la tensione

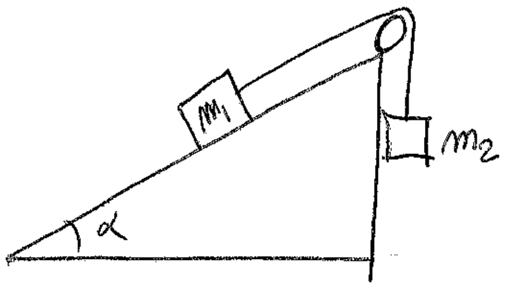
$$T = F + m_1 a$$

$$= 1\,N + \left(0{,}05\,kg \cdot -1{,}655\,\frac{m}{s^2}\right)$$

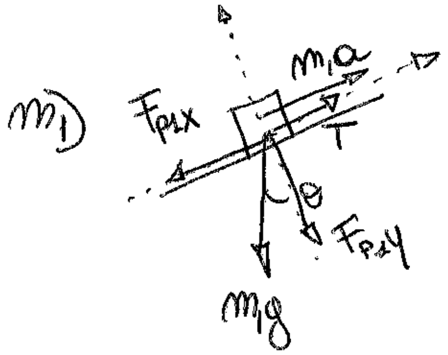
$$= 0{,}917\,N$$ su tutta la fune

Es 7:

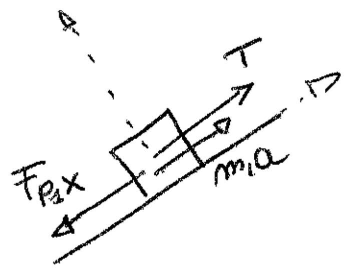
Assumendo $m_1 = 200\,g$ $m_2 = 180\,g$ e $\alpha = 30°$
Calcolare l'accelerazione e la tensione nel caso in figura



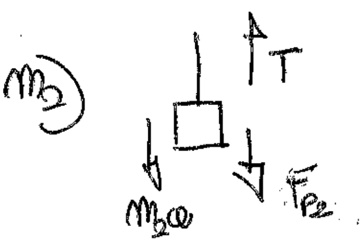
Consideriamo le masse una alla volta



=



$$F_{P1X} = F_{P1} \cdot \sin 30° = m_1 g \sin 30° = \frac{0{,}2 \cdot 9{,}81}{2}\,N = 0{,}981\,N$$



$$\begin{cases} m_1)\; T - F_{P1X} = m_1 a \\ m_2)\; F_{P2} - T = m_2 a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} T = m_1 a + F_{P1X} \\ F_{P2} - m_1 a - F_{P1X} = m_2 a \end{cases}$$

$$\rightarrow\; a = \frac{F_{P2} - F_{P1X}}{m_1 + m_2} = \frac{0{,}18\,kg \cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} - 0{,}981\,N}{0{,}38\,kg} = 2{,}065\,\frac{m}{s^2}$$

l'acc è positiva quindi il moto va nel verso che ho pensato.

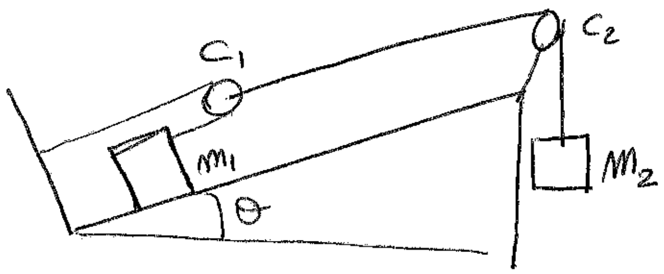
la tensione:

$$T - F_{P_1x} = m_1 a$$

$$\rightarrow T = F_{P_1x} + m_1 a = 0{,}981\ N + 2{,}065 \cdot 0{,}2 = 1{,}394\ N$$

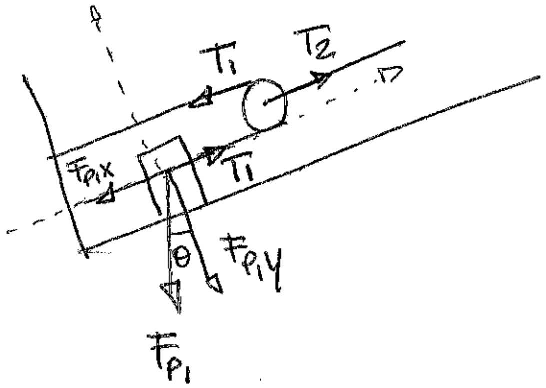
Es 8:

trovare a_1, a_2, T_1, T_2 del sistema

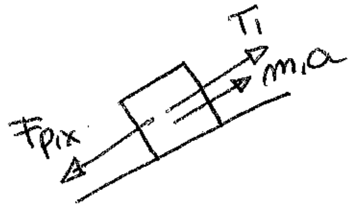


Come abbiamo fatto negli altri esercizi studiamo le singole masse.

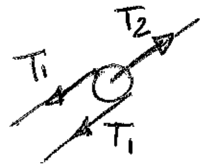
m_1)



$$T_1 - F_{P_1x} = m_1 a_1$$



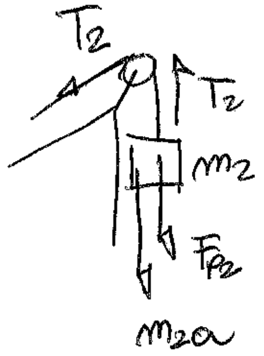
c'è anche una carrucola



$$T_2 = 2T_1 + \cancel{m_{c_1} a_2}$$

$$\rightarrow T_2 = 2T_1$$

m_2)



$$F_{P2} - T_2 = m_2 a_2$$

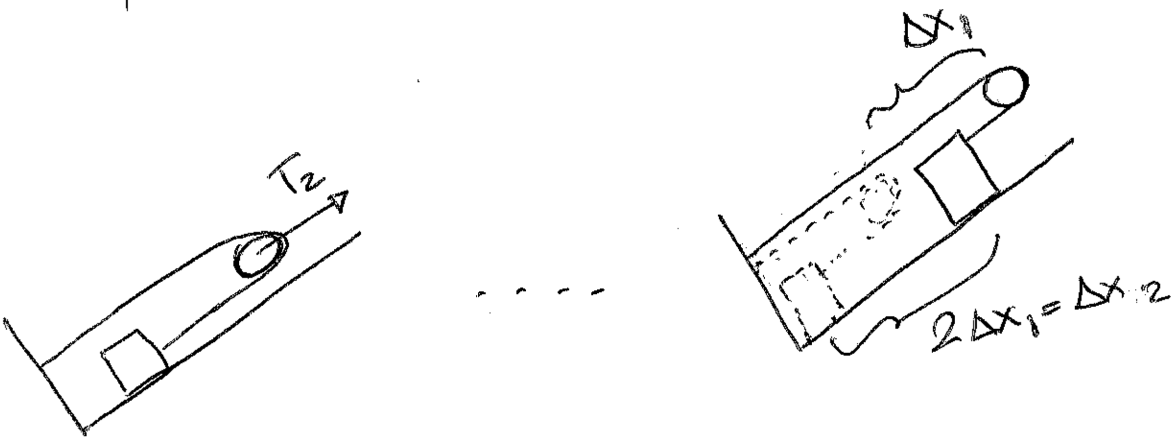
e la carrucola da

$T_2 = T_2$ niente di nuovo.

mettiamo tutto a sistema

$$\begin{cases} T_1 - F_{P1x} = m_1 a_1 \\ T_2 = 2T_1 \\ F_{P2} - T_2 = m_2 a_2 \end{cases}$$

incognite T_1, T_2, a_1, a_2
e 3 equazioni
Mi manca una equaz.



Se ho il doppio di spazio percorso

$$\begin{cases} \Delta x_1 = \frac{1}{2} a_2 t^2 \\ \Delta x_2 = \frac{1}{2} a_1 t^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \Delta x_1 = \frac{1}{2} a_2 t^2 \\ 2\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta x_1 = \frac{1}{2} a_2 t^2 \\ a_2 t^2 = \frac{1}{2} a_1 t^2 \end{cases} \rightarrow \quad a_2 = \frac{a_1}{2}$$

Quindi

$$\begin{cases} T_1 - F_{P1x} = m_1 a_1 \\ T_2 = 2T_1 \\ F_{P2} - T_2 = m_2 a_2 \\ a_2 = \frac{a_1}{2} \end{cases} \rightarrow \quad \begin{cases} T_1 - F_{P1x} = 2m_1 a_2 \\ F_{P2} - 2T_1 = m_2 a_2 \\ \vdots \end{cases}$$

$$F_{P2} - 2F_{P1x} - 4m_1 a_2 = m_2 a_2$$

$$\rightarrow a_2 = \frac{F_{P2} - 2F_{P1x}}{m_2 + 4m_1} = \frac{(m_2 - 2m_1 \sin\theta)}{m_2 + 4m_1} g$$

$$F_{P2} = m_2 g$$

$$F_{P1x} = mg\sin\theta$$

$$a_1 = 2a_2$$

Prendo questa a_2 e la sostituisco in una eq.

$$T_1 = F_{P1x} + 2m_1 a_2$$

$$= m_1 g \sin\theta + 2m_1 \frac{(m_2 - 2m_1 \sin\theta) g}{m_2 + 4m_1}$$

$$= \frac{\cancel{4m_1^2 g \sin\theta} + m_1 m_2 g \sin\theta + 2m_1 m_2 g - \cancel{4m_1^2 g \sin\theta}}{m_2 + 4m_1}$$

$$T_1 = \frac{m_1 m_2 g (2 + \sin\theta)}{4m_1 + m_2}$$

$$T_2 = 2T_1$$