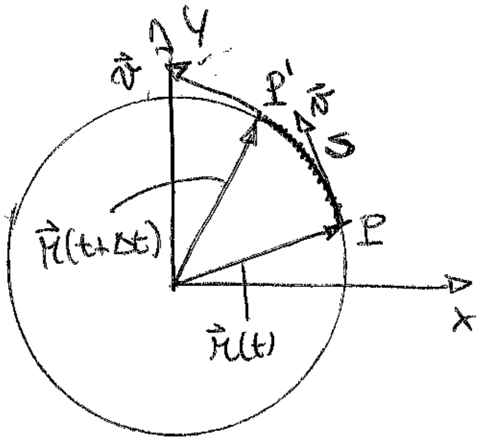
Moto circolare



$|\vec{v}|$ = velocità = costante

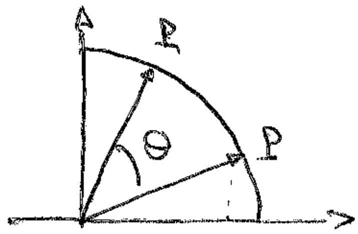
$|\vec{r}|$ = raggio = costante

$\frac{|\vec{v}|}{|\vec{r}|}$ = costante = velocità angolare

dato che $v = \frac{s}{t}$

$$\frac{v}{r} = \frac{s}{rt} = \frac{\theta}{t} = \omega \text{ velocità angolare}$$

Quindi $\theta = \omega t$



$$\begin{cases} x = r\cos(\omega t) \\ y = r\sin(\omega t) \\ z = 0 \end{cases}$$

è un moto piano.

velocità

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = -\omega r \sin(\omega t) \\ v_y = \frac{dy}{dt} = \omega r \cos(\omega t) \\ v_z = 0 \end{cases}$$

modulo di $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$

$= \sqrt{\omega^2 r^2 \sin^2(\omega t) + \omega^2 r^2 \cos^2(\omega t)}$

$= \omega r$

calcoliamo il prodotto scalare

$\vec{r} \cdot \vec{v} = x v_x + y v_y$

$= r\cos(\omega t)(-\omega r \sin(\omega t)) + r\sin(\omega t)(\omega r \cos\omega t) = 0$

Sono $\perp$, $\vec{r}$ e $\vec{v}$ sono tra loro ortogonali SEMPRE

accelerazione

$$\begin{cases} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = \dfrac{d[-\omega r \sin(\omega t)]}{dt} = -\omega^2 r \cos\omega t \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = \dfrac{d[\omega r \cos(\omega t)]}{dt} = -\omega^2 r \sin(\omega t) \end{cases}$$

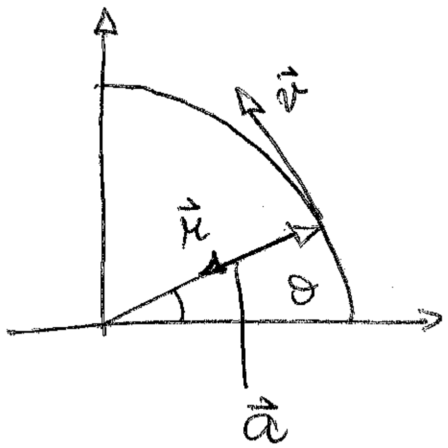
$$\rightarrow \begin{cases} a_x = -\omega^2 x \\ a_y = -\omega^2 y \end{cases}$$

Sto trascurando z perché il moto è piano.

modulo

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \omega^2 r$$

i segni meno sulle componenti mi indicano che l'accelerazione è diretta lungo il raggio ma nel verso opposto



Come per il moto rettilineo uniforme

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\rightarrow d\theta = \omega\, dt$$

$$\rightarrow \int_{\theta_0}^{\theta} d\theta = \int_0^t \omega\, dt$$

$$\rightarrow \theta = \theta_0 + \omega t$$

Se ω = costante.

Se $\omega \neq$ costante non sto più parlando di moto circolare uniforme.

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

$$\rightarrow \int_{\omega_0}^{\omega} d\omega = \int_{t_0}^{t} \alpha \, dt$$

$$\rightarrow \omega = \omega_0 + \alpha t$$

e la legge della cinematica

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

del tutto analoga a quella della cinematica lineare

Es 1:

Considerando l'orbita terreste intorno al sole una circonferenza determinare
1) velocità
2) accelerazione del moto della terra

sapendo $\begin{cases} T = 3{,}156 \cdot 10^7 s \\ r = 1{,}496 \cdot 10^8 m \end{cases}$

T è il periodo che impiega la terra a fare un giro intorno al sole ...

$$T = \frac{\text{spazio percorso}}{\text{velocità}} = \frac{2\pi r}{v}$$

$$\to v = \frac{2\pi r}{T} = 29{,}8 \frac{m}{s}$$

$$a = \frac{v^2}{r} = \cancel{2.81 \cdot 10^{-5}} \frac{m}{s^2} = 5{,}9 \cdot 10^{-6} \frac{m}{s^2}$$

Es 2:

Una stazione spaziale ha la forma di un anello rotante di diametro 100 m l'acc. prodotta dalla rotazione è uguale a quella esistente sulla luna

$$a = \frac{1}{6} g$$

Calcolare la velocità angolare della stazione e il periodo.

So che $a = \omega^2 r$

quindi $\omega = \sqrt{\frac{a}{r}}$

$= \sqrt{\frac{\frac{1}{6}g}{50m}} = 0{,}18 \frac{rad}{s}$

dalla velocità angolare si ottiene il periodo

$\omega = \frac{2\pi}{t}$

$t = \frac{6{,}28}{} = \frac{6{,}28}{0{,}18}$

$\underline{t = 34{,}7\ s}$

$v = \frac{s}{t}$

$= \frac{\theta r}{t} = \omega r$

Se

$v = \frac{2\pi r}{t}$

$\rightarrow \omega r = \frac{2\pi r}{t}$

$\rightarrow \omega = \frac{2\pi}{t}$

calcoliamoci anche la velocità tangenziale:

$V = \omega r$

$= (0{,}18 \cdot 50)\frac{m}{s}$

$= 9\frac{m}{s} = 32{,}4 \frac{km}{h}$

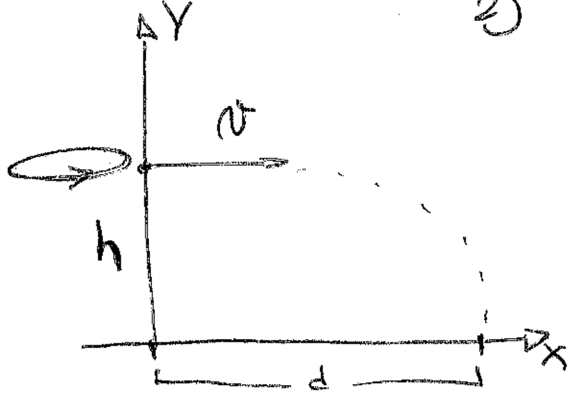
Es 3

Un ragazzo fa ruotare un sasso legato ad una corda di $\ell = 1,5\,m$ ad una altezza $h = 2m$

Ad un certo istante il ragazzo lascia andare la corda e il sasso parte parallelamente al suolo e tocca terra ad una distanza $d = 10m$

1) Qual è il valore della acc. centripeta durante il moto circolare?

2) il periodo di rotazione



1) Da quando il sasso si stacca è un moto parabolico con componente solo lungo x (componente della velocità)

$$v_0 = v_{0x}$$

$$\begin{cases} v_x = v_{0x} \\ v_y = 0 - gt \end{cases}$$

il testo mi da come suggerimento la gittata di cui ho la formula generale

$$Y = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} x - \frac{1}{2} \frac{g x^2}{v_{0x}^2} + Y_0$$

Notate che il punto di partenza lungo y non è zero

$$0 = -\frac{1}{2} \frac{g x^2}{v_{0x}^2} + Y_0$$

$\rightarrow h = \frac{g}{2v} d^2$

$\rightarrow 2m = \frac{9{,}8 \frac{m}{s^2}}{2 \cdot v^2} \cdot 10^2 m^2$. ho preso $g = 10 \frac{m}{s^2}$

$\rightarrow v = \sqrt{\frac{10 \cdot 100}{4} \frac{m}{s}} = \sqrt{250 \frac{m}{s}}$

$= 15{,}8 \frac{m}{s}$

a questo punto so che l'acc. centripeta è

$a = \frac{v^2}{r}$

$= \frac{250}{1{,}5} \frac{m}{s^2}$

$= 166 \frac{m}{s^2}$

2) calcoliamo anche il periodo di rotazione

$v = \frac{2\pi r}{t}$

$\rightarrow t = \frac{2\pi r}{v}$

$= \frac{6{,}28 \cdot 1{,}5 \, m}{15{,}8 \frac{m}{s}}$

$= 0{,}59 \, s$

la frequenza

$\nu = \frac{1}{t} = 1{,}67 \frac{giri}{s}$