ANALISI DIMENSIONALE

Es 1:

trovare tramite analisi dim. le dimensioni di tutte le grandezze della legge oraria

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$[L] \stackrel{!}{=} [L] + [L][t^{-1}][t] + [L][t]^{-2}[t]^2$$

$$= [L] + [L] + [L]$$

Es 2:

Effettuare l'analisi dim della grandezza fisica

$$J = \frac{w \cdot A \cdot M \cdot p \cdot \Delta\theta}{S \cdot a \cdot V}$$

w = velocità
A = superficie
M = # moli
p = pressione
$\Delta\theta$ = intervallo tempo
S = lunghezza
a = accelerazione
V = Volume

$w = [L][t]^{-1}$

$A = [L]^2$

$p = \frac{F}{A} = \frac{[M][L][t]^{-2}}{[L]^2} = [M][L]^{-1}[t]^{-2}$

$\Delta\theta = [t]$

$S = [L]$

$a = [L][t]^{-2}$

$V = [L]^3$

Mettiamo tutto insieme

$$[J] = \frac{[L][T]^{-1} \cdot [L]^2 \cdot [M][L]^{-1}[t]^{-2} \cdot [t]}{[L] \cdot [L][t]^{-2} \cdot [L]^3}$$

$$= [L]^{1+2-1-2-3} \cdot [M]\,[t]^{1-1}$$

$$= [M][L]^{-3}$$

J è una densità

Es 3:

In fluido dinamica il numero di Reynolds è un numero adimensionale che è dato dalla combinazione di quantità come velocità, densità, viscosità e lunghezza

Trovare il rapporto in cui esse appaiono nel # Reynolds.

$$v = \frac{[L]}{[t]} \qquad \rho = \frac{[M]}{[L]^3} \qquad \mu = \frac{[M]}{[L][t]} \qquad \ell = [L]$$

So che il numero di R. deve essere adimensionale quindi

$$\frac{[L]^a}{[t]^a} \cdot \frac{[M]^b}{[L]^{3b}} \cdot \frac{[M]^c}{[L]^c [t]^c} \cdot [L]^d = 0$$

faccio un sistema in cui raggruppo per unità dimensionali

$$\begin{cases} M) & b + c = 0 \\ L) & a - 3b - c + d = 0 \\ t) & -a - c = 0 \end{cases}$$

3 equazioni e 4 incognite

poniamo $a = 1$

$$\begin{cases} b + c = 0 \\ 1 - 3b - c + d = 0 \\ c = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b = 1 \\ 1 - 3 + 1 = -d \\ c = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b = 1 \\ d = 1 \\ c = -1 \end{cases}$$

ok ha soluzione.

$$R \propto \frac{v \rho \ell}{\mu}$$

Es 4: Certe stelle hanno luminosità e velocità radiale variabili periodicamente nel tempo.
Si pensa che il periodo "t" della pulsazione dipenda dal raggio della stella "r", dalla sua massa "m" e dalla costante gravitazionale "G".

a) trovare le dimensioni di una forza

$$F = m \cdot a = [M][L][t]^{-2}$$

b) conoscendo $F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ trovare le dimensioni di G.

$$F_g = [M][L][t]^{-2} = \frac{[G][M][M]}{[L]^2}$$

$$\to [G] = \frac{[M][L][t]^{-2}}{[M][M][L]^{-2}} = \frac{[L]^3}{[M][t]^2}$$

c) trovare l'espressione per il periodo di pulsazione della stella

$$[t] = m^a r^b G^c = [M]^a [L]^b \frac{[L]^{3c}}{[M]^c [t]^{2c}}$$

Come prima creiamoci un sistema raggruppando per unità di misura

$$\begin{cases} M) & a-c=0 \\ L) & b+3c=0 \\ t) & -2c=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=\frac{3}{2} \\ c=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

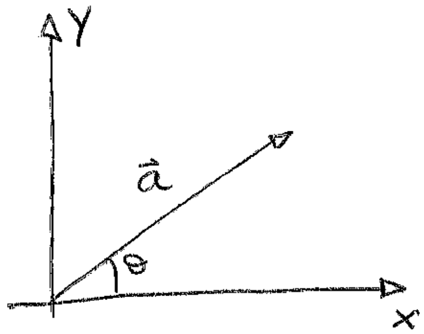
Quindi riprendiamo l'equazione

$$t = m^a r^b G^c$$

$$= \frac{r^{3/2}}{\sqrt{mG}}$$

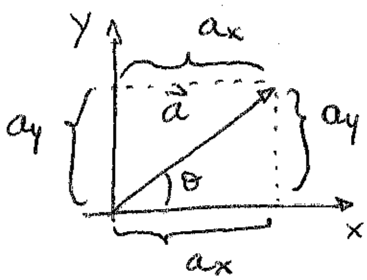
CALCOLO VETTORIALE

Es 1: trovare le componenti x ed y del vettore che giace sul piano xy

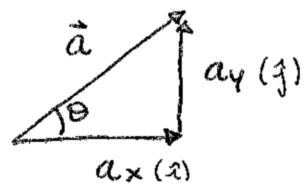


$a = 10\,m$
$\theta = 30°$

Si costruiscono le proiezioni del vettore sugli assi cartesiani



e consideriamo il triangolo rettangolo



$$a_x = |\vec{a}|\cos\theta = 8{,}66\,m$$
$$a_y = |\vec{a}|\sin\theta = 5\,m$$

le direzioni dei vettori $\vec{a}_x$ e $\vec{a}_y$ sono rispettivamente $a_x(\hat{i})$ e $a_y(\hat{j})$

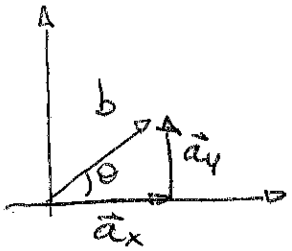
facciamo la somma dei vettori $\vec{a}_x$ e $\vec{a}_y$ per vedere cosa otteniamo:

$$\vec{b} = \vec{a}_x + \vec{a}_y$$
$$= |\vec{a}|\cos\theta\,(\hat{i}) + |\vec{a}|\sin\theta\,(\hat{j})$$

il modulo del vettore b:

$$|\vec{b}| = \sqrt{\vec{a}_x^{\,2} + \vec{a}_y^{\,2}} = \sqrt{(8{,}66)^2 + (5)^2}\ m = \sqrt{75 + 25}\ m = 10\ m$$

<u>la direzione</u>:



dobbiamo trovare l'angolo θ quindi sfruttiamo una delle relazioni trovate prima

1) $a_x = |\vec{b}| \cos\theta$

oppure

2) $a_y = |\vec{b}| \sin\theta$

1) $$\cos\theta = \frac{a_x}{|\vec{b}|} \quad \theta = \arccos \frac{a_x}{|\vec{b}|} = \arccos\left(\frac{8{,}66\ m}{10\ m}\right) = 30°$$

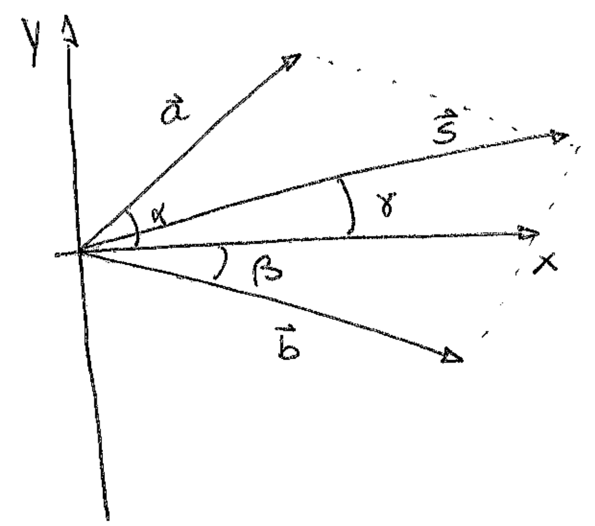
2) $$\sin\theta = \frac{a_y}{|\vec{b}|} \quad \theta = \arcsin \frac{a_y}{|\vec{b}|} = \arcsin\left(\frac{5\ m}{10\ m}\right) = 30°$$

Quindi il vettore $\vec{b}$ è esattamente il vettore $\vec{a}$

$$\vec{b} = \vec{a}$$

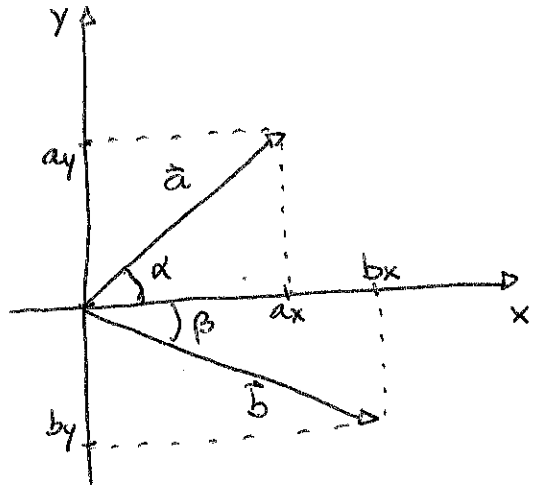
Esercizio 2:

Si trovino le componenti a_x, a_y, b_x, b_y dei vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ rispetto al S.D.R. in figura.
Si trovi inoltre il vettore somma $\vec{a}+\vec{b} = \vec{s}$



$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2m$$
$$\alpha = 45^\circ$$
$$\beta = 30^\circ$$

proiettiamo i vettori in figura sugli assi cartesiani



facciamo come abbiamo fatto nell' Es 1

$$a_x = |\vec{a}| \cos\alpha$$
$$a_y = |\vec{a}| \sin\alpha$$
$$b_x = |\vec{b}| \cos\beta$$
$$b_y = |\vec{b}| \sin\beta$$

Quindi

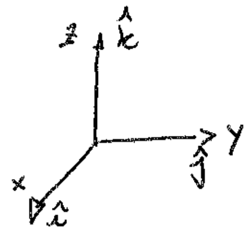
$$\left.\begin{aligned} a_x &= 2m\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \sqrt{2}\,m = 1{,}414\ m \\ a_y &= 2m\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 1{,}414\ m \\ b_x &= 2m\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \sqrt{3}\,m = 1{,}732\ m \\ b_y &= 2m\left(\frac{1}{2}\right) = 1\ m \end{aligned}\right\}$$ Queste sono le componenti

Per trovare il vettore somma $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$ sfruttiamo la proprietà dei vettori, ossia il fatto che le componenti ortogonali sono indipendenti tra loro.

cioè posso sommare tutte le componenti x di tutti i vettori
lo stesso vale per le componenti $\hat{y}$ e per le componenti $\hat{z}$

Per farlo utilizziamo il formalismo

$$\vec{x} = x\,(\hat{\imath})$$
$$\vec{y} = y\,(\hat{\jmath})$$
$$\vec{z} = z\,(\hat{k})$$



Quindi riscriviamo i vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ in funzione delle loro componenti

$$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y = a_x\,(\hat{\imath}) + a_y\,(\hat{\jmath}) = 1{,}414\,m\,(\hat{\imath}) + 1{,}414\,m\,(\hat{\jmath})$$
$$\vec{b} = \vec{b}_x + \vec{b}_y = b_x\,(\hat{\imath}) + b_y\,(\hat{\jmath}) = 1{,}732\,m\,(\hat{\imath}) + 1\,m\,(-\hat{\jmath})$$

Sommiamo le componenti che giacciono lungo le stesse direzioni $(\hat{\imath})$ o $(\hat{\jmath})$

$$S_x = a_x + b_x = (1{,}414\,m + 1{,}732\,m) = 3{,}146\,m$$

$$S_y = a_y + b_y = 1{,}414\,m - 1\,m = 0{,}414\,m$$

Ovviamente il modulo di $\vec{S}$:

$$|\vec{S}| = \sqrt{S_x^{\,2} + S_y^{\,2}} = \sqrt{(3{,}146)^2 + (0{,}414)^2}\ m = 3{,}173\,m$$

e la direzione:

$$S_y = |\vec{S}| \sin\gamma$$

$$\rightarrow \gamma = \arcsin \frac{S_y}{|\vec{S}|} = 7{,}5^\circ$$

Es 3: Si trovino Modulo e direzione di $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{a}+\vec{b}=\vec{s}$

dato
$$\begin{cases} a_x = 1m \\ a_y = -4m \\ b_x = 2m \\ b_y = 6m \end{cases}$$

Esercitiamoci un po nell'uso del formalismo $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$

rispettivi vettori
$$\begin{cases} \vec{a}_x = a_x\,(\hat{i}) \\ \vec{a}_y = a_y\,(\hat{j}) \\ \vec{b}_x = b_x\,(\hat{i}) \\ \vec{b}_y = b_y\,(\hat{j}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{a}_x = 1m\,(\hat{i}) \\ \vec{a}_y = -4m\,(\hat{j}) \\ \vec{b}_x = 2m\,(\hat{i}) \\ \vec{b}_y = 6m\,(\hat{j}) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \vec{a}_x = 1m\,(\hat{i}) \\ \vec{a}_y = 4m\,(-\hat{j}) \\ \vec{b}_x = 2m\,(\hat{i}) \\ \vec{b}_y = 6m\,(\hat{j}) \end{cases}$$

passiamo all'esercizio

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{1 + 16}\ m = 4{,}12\,m$$

$$b = |\vec{b}| = \sqrt{b_x^2 + b_y^2} = \sqrt{4 + 36}\ m = 6{,}32\,m$$

direzione $\vec{a}$:

$$\sin\theta = \frac{a_y}{|\vec{a}|} \rightarrow \theta = \arcsin\frac{a_y}{|\vec{a}|} = -76{,}1°$$

direzione $\vec{b}$:

$$\sin\alpha = \frac{b_y}{|\vec{b}|} \rightarrow \alpha = \arcsin\frac{b_y}{|\vec{b}|} = 71{,}7°$$

troviamo il vettore somma $\vec{S} = \vec{a} + \vec{b}$

$$S_x = |\vec{a}_x| + |\vec{b}_x| = 3\,m$$

$$S_y = |\vec{a}_y| + |\vec{b}_y| = 2\,m$$

Quindi il <u>modulo di $\vec{S}$</u>:

$$|\vec{S}| = \sqrt{S_x^2 + S_y^2} = \sqrt{9 + 4}\ m = 3{,}60\ m$$

<u>direzione di $\vec{S}$</u>:

$$\sin\beta = \frac{S_y}{|\vec{S}|}$$

$$\rightarrow \beta = \arcsin \frac{S_y}{|\vec{S}|} = 33{,}7°$$

Es 4:

Dati 2 vettori determinare se sono perpendicolari in caso negativo calcolare l'angolo compreso

$\vec{a} = 5\,\hat{i} - 1\,\hat{j} + 2\,\hat{k}$

$\vec{b} = 1\,\hat{i} + 1\,\hat{j} + 2\,\hat{k}$

Sappiamo che le componenti dei vettori che sono ortogonali tra loro sono indipendenti. Questa proprietà ci aiuta anche nel prodotto scalare.

due vettori sono perpendicolari se

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

perché $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$ θ angolo compreso

Calcoliamo il prodotto scalare:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$= (5 \cdot 1) + (-1 \cdot 1) + (2 \cdot 2)$$

$$= 8 \neq 0 \quad \text{non sono ortogonali}$$

Calcoliamo l'angolo:
Sappiamo che

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$$

$$\rightarrow \cos\theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$$

$$\rightarrow \theta = \arccos\left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}\right)$$

$$= \arccos\left(\frac{8}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \cdot \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}}\right)$$

$$\theta = \arccos\left(\frac{8}{\sqrt{30}\sqrt{6}}\right) = 53{,}4^\circ$$

Es 5:

Dati i seguenti vettori in $\mathbb{R}^3$ calcolare il prodotto scalare e dire quali sono ortogonali tra loro:

$\vec{v}_1 = (1,3,4)$ $\vec{v}_2 = (0,-1,2)$ $\vec{v}_3 = (1,2,1)$

$\vec{v}_4 = (-2,3,0)$ $\vec{v}_5 (1,1,1)$ $\vec{v}_6 = (1,-3,2)$

$$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = v_{1x} v_{2x} + v_{1y} v_{2y} + v_{3x} v_{3y}$$

$$= 1 \cdot 0 + 3 \cdot (-1) + (4 \cdot 2)$$

$$= 6 \qquad \text{non sono ortogonali}$$

trovare l'angolo compreso:

$$\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 = |\vec{v}_1||\vec{v}_2| \cos\theta$$

$$\rightarrow \cos\theta = \frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2}{|\vec{v}_1||\vec{v}_2|}$$

$$\rightarrow \theta = \arccos\left(\frac{\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2}{|\vec{v}_1||\vec{v}_2|}\right)$$

$$= \arccos\left(\frac{6}{\sqrt{26} \cdot \sqrt{5}}\right) = 58{,}25^\circ$$

fateli tutti:

Es6:

Determinare il valore di $k \in \mathbb{R}$ tale che i vettori

$$\vec{a} = (1,3,7,-1) \qquad \vec{b} = (3,5,1,k)$$

Siano ortogonali.

Due vettori sono ortogonali se il loro prodotto scalare è $= 0$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$\to a_x \cdot b_x + a_y b_y + a_z b_z + a_f b_f = 0$

$\to 1 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 7 \cdot 1 - k \cdot 1 = 0$

$\to 3 + 15 + 7 = k$

$\to k = 25$

<u>Es 7:</u> Dati 2 vettori verificare se sono paralleli

$\vec{a} = 5\hat{i} - 1\hat{j} + 2\hat{k}$

$\vec{b} = 1\hat{i} + 1\hat{j} - 1\hat{k}$

per verificare se due vettori sono // esistono 2 modi

1) <u>prodotto scalare</u>

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos\theta$$

$\theta = 90°$ quando $\cos\theta = 1$

Quindi

$$\cos\theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$$

$$\cos\theta = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \cdot \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}}$$

$$= \frac{5 \cdot 1 + (-1) \cdot 1 + 2 \cdot (-1)}{\sqrt{5^2 + 1^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{30} \cdot \sqrt{3}} = 0{,}28 \neq 1$$

mai sono paralleli

2) <u>prodotto</u> <u>vettoriale</u>

il prodotto vettoriale tra 2 vettori si definisce

$$\vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \sin\theta \; \hat{n}$$

<u>Attenzione</u> $\hat{n}$ è il versore perpendicolare al piano in cui giacciono $\vec{a}$ e $\vec{b}$.

Il risultato di un prodotto vettoriale è sempre <u>un vettore</u>.

Come si calcola:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

determinante della matrice che si costruisce in questo modo.

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 5 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} =$$

facciamola passo passo

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 5 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \hat{\imath} \cdot \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} - \hat{\jmath} \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} + \hat{k} \begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{\imath} \, [(-1)(-1) - (2 \cdot 1)] - \hat{\jmath} \, [5(-1) - (2 \cdot 1)] + \hat{k} \, [(5 \cdot 1) - (-1 \cdot 1)]$$

$$= \hat{\imath}(-1) - \hat{\jmath}(-7) + \hat{k}\, 6 =$$

$$= -1\hat{\imath} + 7\hat{\jmath} + 6\hat{k} \neq 0$$

deve essere 0 per avere vettori paralleli.

Es 8:

Trovare il prodotto vettoriale dei vettori

$$\vec{a} = 2\hat{\imath}, + 3\hat{\jmath}, - 1\hat{k}$$
$$\vec{b} = -1\hat{\imath}, +1\hat{\jmath}, +2\hat{k}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 2 & 3 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \hat{\imath}[6+1] - \hat{\jmath}[4-1] + \hat{k}[2+3]$$

$$= 7\hat{\imath} - 3\hat{\jmath} + 5\hat{k}$$

Es 9:

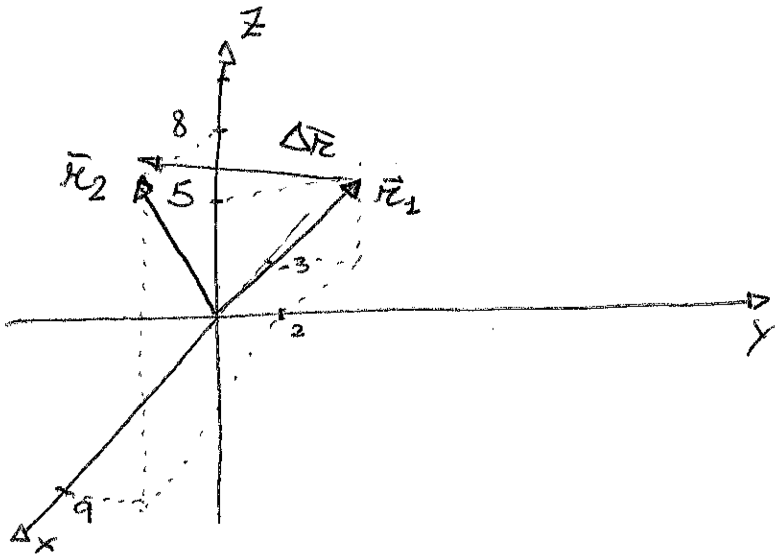
il vettore posizione di una particella inizialmente è:

$$\vec{r}_1 = -3m\,\hat{\imath}, + 2m\,\hat{\jmath}, + 5m\,\hat{k}$$

dopo un certo tempo "t" diventa

$$\bar{r}_2 = 9m\,\hat{i},\; + 2m\,\hat{j},\; + 8m\,\hat{k}$$

Calcolare lo spostamento $\Delta\bar{r}$.



Lo spostamento Δr è quel vettore che collega $\bar{r}_1$ con $\bar{r}_2$

Quindi $\Delta\bar{r} = \bar{r}_2 - \bar{r}_1$

Scriviamo le componenti:

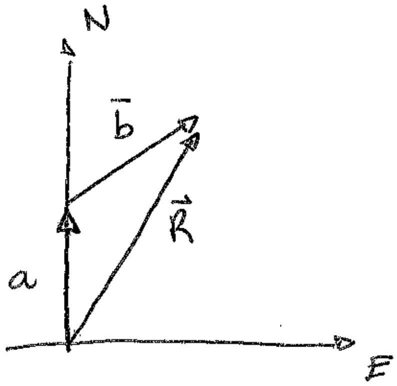
$$\Delta\bar{r} = r_{2x} - r_{1x}\,(\hat{i}),\; r_{2y} - r_{1y}\,(\hat{j}),\; r_{2z} - r_{1z}\,(\hat{k})$$

$$= 9-(-3)\,m\,(\hat{i}),\; 2-2\,m\,(\hat{j}),\; 8-5m\,\hat{k}$$

$$= 12m\,(\hat{i}) + 0\,m\,(\hat{j}) + 3\,m(\hat{k})$$

Es 10:

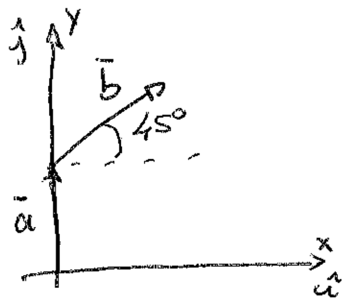
Un camion percorre 7 km verso nord e 9 km verso nord-est
determinare lo spostamento totale del camion indicando modulo direzione e verso.



$\bar{a} = 7\,\hat{N}$

$\bar{b} = 9\,\hat{NE}$

trasportiamolo in un sistema cartesiano che conosciamo

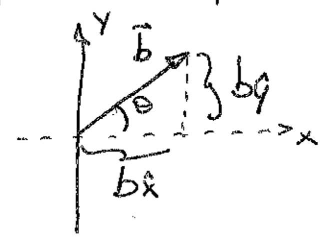


$\bar{a} = 7\,\hat{j}$

$\bar{b} = 9\frac{\sqrt{2}}{2}\,\hat{i} + 9\frac{\sqrt{2}}{2}\,\hat{j}$

$= 9\cos\theta\,\hat{i} + 9\sin\theta\,\hat{j}$

Cioè prendiamo solo $\vec{b}$



$\vec{b} = b_x(\hat{i}) + b_y(\hat{j})$

$= b\cos\theta(\hat{i}) + b\sin\theta(\hat{j})$

$= b\frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{i}) + b\frac{\sqrt{2}}{2}(\hat{j})$

$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b}$

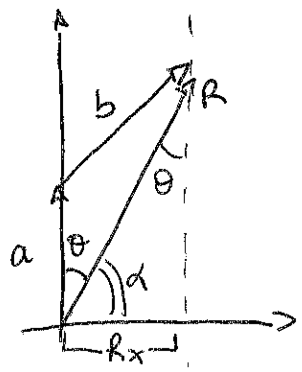
$= 7\,\hat{j} + 9\frac{\sqrt{2}}{2}\,\hat{i} + 9\frac{\sqrt{2}}{2}\,\hat{j}$

$= \left[9\frac{\sqrt{2}}{2}\,i + \frac{14 + 9\sqrt{2}}{2}\,\hat{j}\right]$ km

Modulo:

$$|\vec{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{\left(\frac{9\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{14+9\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{81 \cdot 2}{4} + \frac{714{,}38}{4}} = 14{,}8 \text{ km}$$

direzione e verso:



$$\theta = \arcsin \frac{R_x}{|\vec{R}|} = \arcsin \frac{9\sqrt{2}}{14{,}8} = 25{,}4° \text{ rispetto all'asse } \hat{y}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \theta = 64{,}6° \text{ rispetto a } \hat{x}$$

Si ricava facilmente da:

$$R_x = |\vec{R}| \sin\theta$$

$$\rightarrow \sin\theta = \frac{R_x}{|\vec{R}|}$$

$$\rightarrow \theta = \arcsin \frac{R_x}{|\vec{R}|}$$

Ese 11:

Una palla effettua 2 spostamenti

$$\vec{a} = (3\hat{i} + 5\hat{j} + 2\hat{k})\ cm$$

$$\vec{b} = (2\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k})\ cm$$

Modulo e direzione dello spostamento risultante

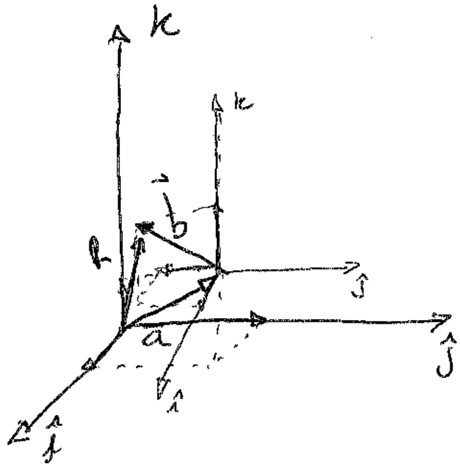
$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} = (3+2)\hat{i} + (5-2)\hat{j} + (2+3)\hat{k}$$

Modulo:

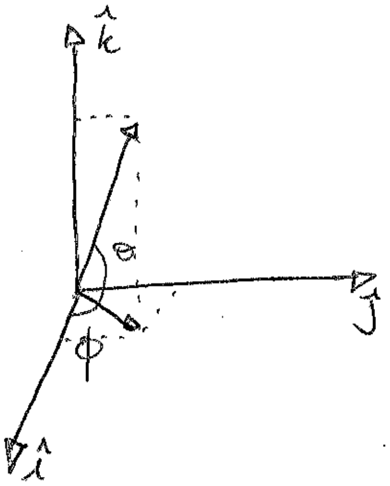
$$|\vec{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = \sqrt{5^2 + 3^2 + 5^2}\ cm = \sqrt{59}\ cm = 7,68\ cm$$

direzione:

Qui il discorso è più complicato, ho 3 dimensioni
Quindi 2 angoli:



graficamente è un disastro, ma grazie a ciò che sappiamo sui vettori, sappiamo che a noi interessa solo il vettore finale $\vec{R}$



$\rightarrow$

$$\theta = \arccos \frac{R_z}{|\vec{R}|}$$

$$= \arccos \frac{5}{7{,}68}$$

$$= 40{,}6°$$

$$\phi = \operatorname{arctg} \frac{R_x}{R_y} = 59{,}03°$$

cioè

$$R_y \sin\phi = R_x \cos\phi$$

$$\rightarrow \frac{\sin\phi}{\cos\phi} = \frac{R_x}{R_y}$$

$$\rightarrow \operatorname{tg}\phi = \frac{R_x}{R_y}$$

$$\rightarrow \phi = \operatorname{arctg} \frac{R_x}{R_y}$$