CORSO DI FISICA PER INFORMATICA

A.A. 2010 – 2011

Docente: Barbara Ricci

Tutor: Ambra Fioravanti (ambra.fioravanti@student.unife.it)

INTRODUZIONE AGLI ESERCIZI

Cifre Significative e Arrotondamenti

Nelle scienze sperimentali si ha a che fare sia con numeri puri (*e*, *2*, …), che con grandezze fisiche misurabili (lunghezze, tensioni, …) accompagnate esplicitamente o implicitamente da una incertezza o <u>errore di misura</u>.

Esempio - La lunghezza con il suo errore può essere espressa come:

$$L = (57.64 \pm 0.28)\ \mathrm{m}$$

con 5 e 7 <u>cifre certe</u>, 6 e 4 <u>cifre incerte</u>.

Il numero di <u>CIFRE SIGNIFICATIVE</u> è il numero di cifre certe che si contano da sinistra verso destra fino alla prima cifra incerta inclusa, escludendo eventuali zeri a sinistra, in altre parole è <u>il numero di cifre certe più una</u>.

Nell'esempio di prima il numero di cifre significative è 3.

Un modo estremamente compatto di esprimere una grandezza fisica è quello di scrivere solo le cifre significative, quindi sempre considerando l'esempio:

$$L = 57.6\ \mathrm{m}$$

che implicitamente indica una incertezza che varia da 0.1 a 0.9 m ed effettivamente era di 0.28m.

Cifre Significative e Arrotondamenti

Cifre significatine nelle OPERAZIONI:

• Moltiplicazione e divisione: si conserva un numero di cifre significative del numero con precisione minore;

• Somma e sottrazione: si conserva un numero di cifre decimali quante quelle del numero che ha meno cifre decimali.

Eliminando le cifre non significative si fanno gli ARROTONDAMENTI, ovvero si tronca il numero al numero di cifre significative voluto e si trattano quelle in eccesso come una frazione decimale:

• se la frazione è ≥ di 0.5 si incrementa la cifra meno significativa:

• se la frazione è < di 0.5 non si incrementa.

Nella risoluzione dei problemi si deve tener presente che considerando solo le cifre significative si possono introdurre errori di arrotondamento, quindi:

• i risultati intermedi vanno scritti a matita o salvati nella calcolatrice con tutte le cifre decimali disponibili;

• i risultati finali devono invece riportare tutte le cifre significative.

Notazione Scientifica

Spesso ci si deve confrontare con grandezze espresse da numeri molto grandi o molto piccoli, così si preferisce utilizzare una scrittura più compatta, detta **notazione scientifica**.

Un numero *a* scritto in notazione scientifica si presenta nella forma: $a = k \cdot 10^n$
dove *k* è un numero decimale $1 \leq k < 10$ e n un numero intero positivo o negativo.

Operativamente: si contano il numero *n* di posti di cui si deve spostare la virgola al fine di ottenere un numero *k* tale che $1 \leq k < 10$ opportunamente arrotondato.
Se a è maggiore o uguale ad 1, si scrive come $a = k \cdot 10^n$ (es: 12000 → $1.2 * 10^4$)
Se a è compreso tra 0 e 1, si scrive come $a = k \cdot 10^{-n}$ (es: 0.0043 → $4.3 * 10^{-3}$)

L' **ordine di grandezza** è la potenza di 10 più vicina al numero.

Sistema Internazionale SI (ex MKS)

Nel 1889 la Conférence Générale des Poids et Mesures introduce il sistema MKS basato rispettivamente sul metro, sul chilogrammo e sul secondo.
Nel 1961 la CGPM introduce il Sistema Internazionale ampliando il numero di unità fondamentali, quindi il numero di quelle derivate.

- Unità fondamentali

Grandezza fisica	Unità di misura	simbolo
Lunghezza	metro	m
Massa	chilogrammo	Kg
Tempo	secondo	s
Intensità di corrente	Ampere	A
Temperatura	kelvin	K
Intensità luminosa	candela	Cd
Quantità di sostanza	mole	mol

Sistema Internazionale SI (ex MKS)

- Unità Derivate (dalle fondamentali)

Grandezza fisica	Unità SI	Equivalenza in Unità Fondamentali
Frequenza	Hertz - Hz	$= s^{-1}$
Forza	Newton - N	$= kg \cdot m \cdot s^{-2}$
Pressione	Pascal - Pa	$= N \cdot m^{-2} = kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$
Energia, lavoro, calore	Joule - J	$= N \cdot m = kg \cdot m^{2} \cdot s^{-2}$
Carica elettrica	Coulomb – C	$= J \cdot s^{-1} = kg \cdot m^{2} \cdot s^{-3}$
Resistenza elettrica	Ohm - Ω	$= V \cdot A^{-1} = m^{2} \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$
Capacità elettrica	Farad - F	$= C \cdot V^{-1} = s^{4} \cdot A^{2} \cdot m^{-2} \cdot kg^{-1}$
Densità flusso magnetico	Tesla - T	$= V \cdot s \cdot m^{-2} = kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
Flusso magnetico	Weber – W	$= V \cdot s = m^{2} \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
Induttanza	Henry - H	$= V \cdot s \cdot A^{-1} = m^{2} \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$
Angolo piano	Radiante - rad	$= m \cdot m^{-1}$
Angolo solido	Steradiante - sr	$= m^{2} \cdot m^{-2}$
Ecc…		

Sistema Internazionale SI (ex MKS)

- Prefissi Moltiplicativi

Prefisso	Abbrev.	Fattore	Prefisso	Abbrev.	Fattore
deca	da	10	deci	d	10^{-1}
etto	h	10^{2}	centi	c	10^{-2}
kilo	K	10^{3}	milli	m	10^{-3}
mega	M	10^{6}	micro	μ	10^{-6}
giga	G	10^{9}	nano	n	10^{-9}
tera	T	10^{12}	pico	p	10^{-12}
peta	P	10^{15}	femto	f	10^{-15}
exa	E	10^{18}	atto	a	10^{-18}
zetta	Z	10^{21}	zepto	z	10^{-21}
yotta	Y	10^{24}	yocto	y	10^{-24}

Sistema cgs

Il sistema **CGS** è un sistema di unità di misura basato sulle unità centimetro, grammo e secondo da cui vengono derivate le altre. Nacque nel 1832 da una proposta di Gauss e ampliato da Maxwell e Kelvin nel 1874 con l'aggiunta delle unità elettromagnetiche. Gli ordini di grandezza di molte delle unità CGS crearono problemi per l'uso pratico, così questo sistema non ebbe mai un riconoscimento generale, al di fuori del campo dell'elettrodinamica, e fu gradualmente abbandonato a fine '800.

Grandezza fisica	Unità di misura	Simbolo	Rapporto con le unità SI
Lunghezza	centimetro	cm	$= 10^{-2}$ m
Massa	grammo	g	$= 10^{-3}$ kg
Tempo	secondo	s	= s
Tempo	svedberg		$=10^{-13}$ s
Accelerazione	galileo	$1Ga=1cm/s^2$	$=10^{-2}$ m/s^2
Forza	dyne	$1dyn=1g\cdot cm/s^2$	$=10^{-5}$ N
Energia	erg	$1erg=1g\cdot cm^2/s^2$	$=10^{-7}$ J
Potenza	erg /sec	$1erg/s=1g\cdot cm^2/s^3$	$=10^{-7}$ W
Pressione	baria	$1Ba=1dyn/cm^2=1g/(cm\cdot s^2)$	$= 10^{-1}$ Pa
Viscosità	poise	$1P=1g/(cm\cdot s)$	$= 10^{-1}$Pa·s

Equazioni Dimensionali

Funzioni algebriche = funzioni costruite attraverso un numero finito di applicazioni delle 4 operazioni dell'aritmetica e dell'elevamento a potenza.

ESEMPIO EQ. DIM. : Verificare se la seguente espressione è dimensionalmente corretta.

$F = mg + PS$ [F] = [forza] = [M][L][T]$^{-2}$ [S] = [superficie] = [L]^{2}

[m] = [massa] = [M] [g] = [accelerazione] = [L][T]$^{-2}$

[P] = [pressione] = [F/S] = [M][L]$^{-1}$[T]$^{-2}$

Otteniamo [M][L][T]$^{-2}$ = [M][L][T]$^{-2}$ + [M][L][T]$^{-2}$ ma due grandezze con stessa dimensione possono essere sommate, quindi l'eq. dimensionale è verificata.

Funzioni trascendenti = funzioni non algebriche, cioè che contengano operazioni diverse dalle 4 operazioni dell'aritmetica e dall'operazione di potenza.
Esempi :logaritmo, esponenziale, espressioni trigonometriche…
Gli argomenti di queste funzioni devono essere adimensionali.

ESEMPIO EQ. DIM. : Trovare la dimensione della costante di decadimento λ.
Soluzione approx. del decadimento radioattivo: $N(t) = N_0\, e^{-\lambda t}$ (decadimento esponenziale)
$N(t)$ e N_0 sono rispettivamente il n. di particelle decadute al tempo t e il n. di particelle iniziali. Preoccupiamoci dell'esponente che deve essere adimensionale:
Sapendo che [t] = [tempo] = [T] per avere un esponente adimensionale,
[τ] = [vita media particelle] = [T]$^{-1}$ ed infatti $\tau = 1/\lambda$ → $N(t) = N_0\, e^{-t/\tau}$

Cambiamento dell’Unità di Misura

Data una grandezza q con misura (q) ed unità di misura [Q] per convertirla in una nuova unità di misura [Q]* si utilizza la relazione:
q = (q)[q] = (q)*[q]* → (q)*= (q)[q] /[q]* = (q)c
con c = [q] /[q]* rapporto tra le 2unità con stessa dimensione

In pratica si moltiplica per una quantità unitaria che “cancella” la vecchia unità o per rapporti unitari.

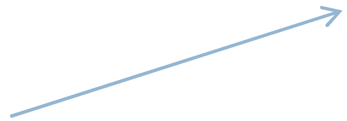
ESEMPI:

- Se $1m^2 = 10^4cm^2$, allora Area = $15m^2$ *(10^4cm^2 / $1m^2$) = $15*10^4cm^2 = 1.5*10^5cm^2$
- L’acqua ha densità ρ =$1.00*10^3$ kg/m^3 e la vogliamo esprimere in g/cm^3.
  Sappiamo che 1kg=10^3g e che $1m^3=10^6cm^3$, quindi possiamo moltiplicare il nostro valore di ρ per il nuovo rapporto di unità di misura e ottenere:
  $$\rho = 1.00 * 10^3 \frac{10^3\ g}{10^6\ cm^3} = 1.00 \frac{g}{cm^3}$$
- A quanti km/h corre un centometrista se ci mette 10s per fare 100m?
  Sappiamo che 1kg=10^3g e che $1m^3=10^6cm^3$, quindi possiamo moltiplicare il nostro valore di ρ per il nuovo rapporto di unità di misura e ottenere
  $$v = \frac{100}{10} \frac{m}{s} = 10 \frac{m}{s} \qquad v = 10 \frac{10^{-3}}{1/3600} \frac{km}{h} = 10^{-2} * 3600 \frac{km}{h} = 36 \frac{km}{h}$$

Scalari e Vettori

Esistono grandezze completamente determinate da un numero e da un'unità di misura, dette SCALARI, che vengono trattate con le regole dell'algebra ordinaria.
Si indicano con lettere maiuscole o minuscole.
Esempi: massa m, lunghezza l, tempo t, energia E, temperatura T, densità ρ…

Esistono grandezze, dette VETTORI, che per essere determinate necessitano di:
- ampiezza o modulo;
- direzione;
- verso;
- unità di misura.



Un vettore è rappresentato graficamente da una freccia (segmento orientato), la cui lunghezza corrisponde al modulo del vettore, la sua direzione coincide con quella del vettore e la punta stabilisce il verso del vettore.
Si indicano con lettere maiuscole o minuscole in grassetto, oppure con una freccetta sopra.
Esempi: velocità **v** o $\vec{v}$, accelerazione **a** o $\vec{a}$, pressione **P** o $\vec{P}$ …
L'ampiezza del vettore, invece, si indica semplicemente con la lettera senza freccetta o non in grassetto, quindi v oppure mettendo in valore assoluto la lettera in grassetto o quella con la freccetta, quindi | **v** | o | $\vec{v}$ |.

Vettori e Componenti

Un vettore può essere espresso:

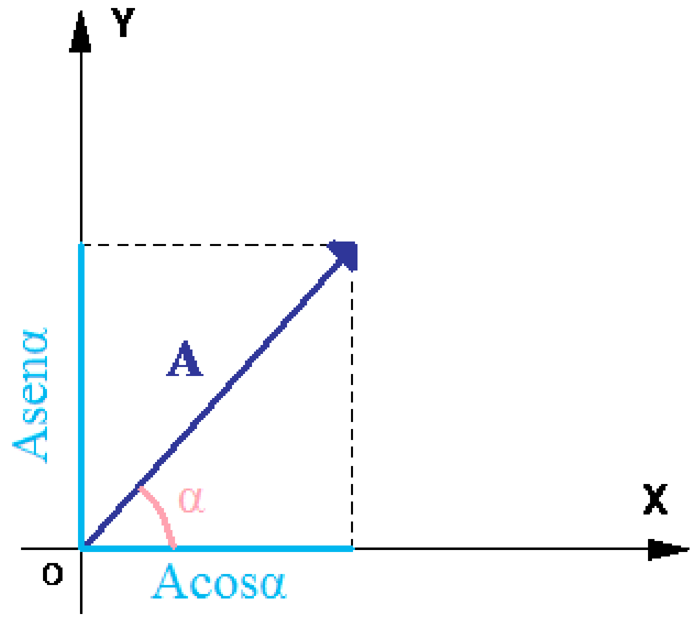
1) attraverso le sue componenti **A**=(A_x, A_y, A_z);
2) attraverso la sua ampiezza e la sua direzione (data dall'angolo che forma con l'asse x e z di riferimento) **A**=(A, α, β);
3) attraverso la sua ampiezza e il versore relativo alla sua direzione **A**=A$\mathbf{e}_A$.

1) Le componenti di un vettore sono le proiezioni lungo gli assi del sistema di riferimento e sono univocamente determinate solo se viene precisato l'SDR usato.

SDR cartesiano (gli assi tra di loro formano angoli retti) 2 DIM:

Componenti vettore **A**:

$$\begin{cases} A_x = A\cos\alpha \\ A_y = A\,\mathrm{sen}\alpha \end{cases}$$

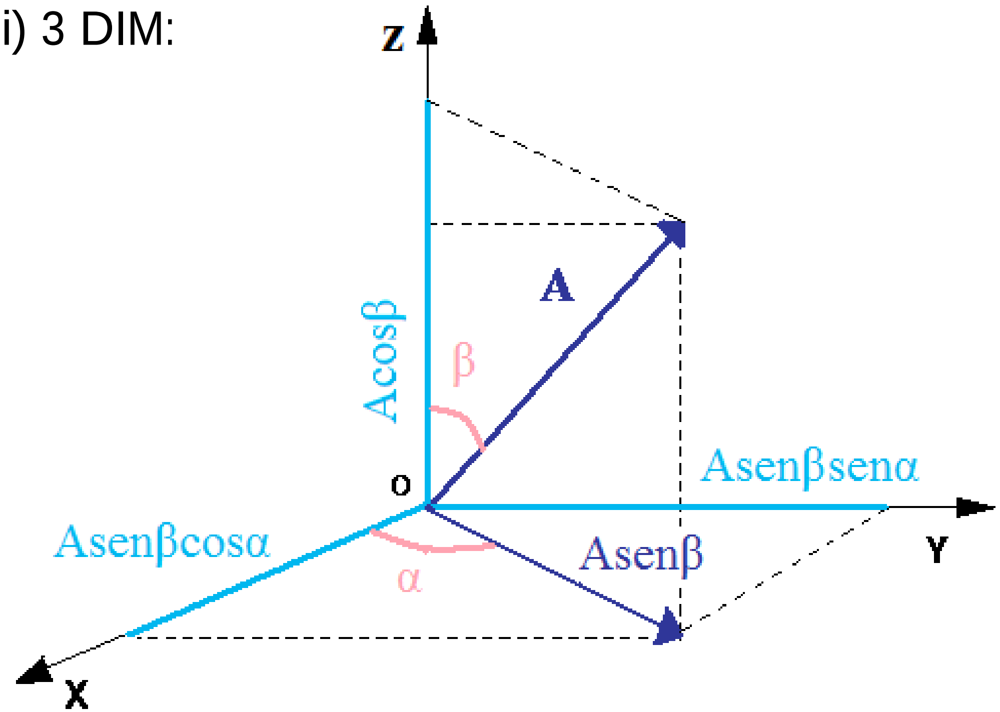


Vettori e Componenti

SDR cartesiano (gli assi tra di loro formano angoli retti) 3 DIM:

Componenti vettore **A**:

$$\begin{cases} A_x = A \operatorname{sen}\beta \cos\alpha \\ A_y = A \operatorname{sen}\beta \operatorname{sen}\alpha \\ A_z = A \cos\beta \end{cases}$$



Queste si chiamano coordinate sferiche o polari.

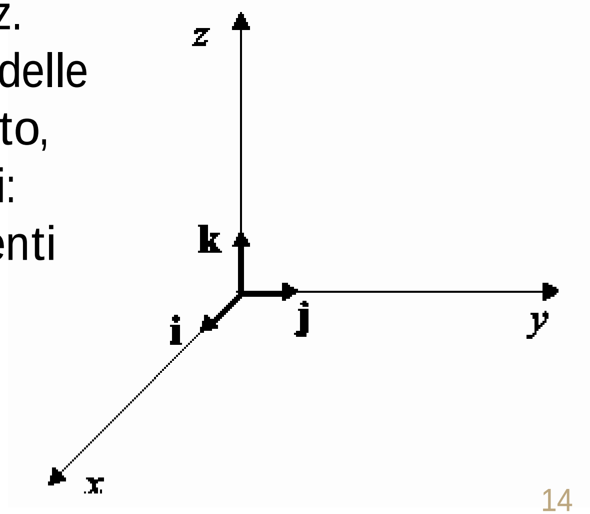
Vettori e Componenti

2) Per esprimere il vettore in funzione di ampiezza e direzione, possiamo usare il teorema di Pitagora e ottenere in 2DIM le relazioni:

$$\begin{cases} A = \sqrt{A_x^{\,2} + A_y^{\,2}} \\ tg\alpha = \dfrac{A_y}{A_x} \end{cases}$$

3) Introduciamo un vettore di lunghezza unitaria avente una particolare direzione, detto VERSORE (adimensionale). Possiamo allora scrivere il nostro vettore $\mathbf{A}=A\mathbf{e}_A$ dove $\mathbf{e}_A$ è il versore con la direzione di $\mathbf{A}$. Per convenzione si indicano i versori degli assi di riferimento con le lettere $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ e $\mathbf{k}$, rispettivamente per l'asse x, y e z. Ora possiamo esprimere il vettore in funzione delle componenti e dei versori degli assi di riferimento, cioè in funzione delle sue componenti vettoriali:

$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j}$ dove $A_x\mathbf{i}$ e $A_y\mathbf{j}$ sono le componenti vettoriali del vettore $\mathbf{A}$.

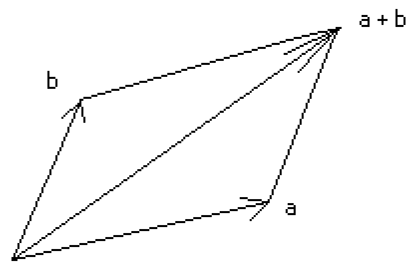


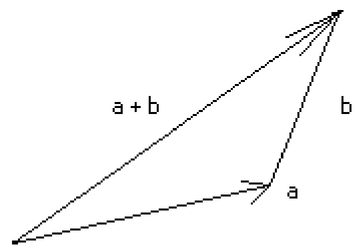
Calcolo Vettoriale

1) SOMMA

Proprietà: - regola del parallelogramma
- commutatività **a**+**b** = **b**+**a**
- associatività (**a**+**b**)+**c** = **a**+(**b**+**c**)
- elemento neutro (vettore nullo che è un punto)

Il vettore somma è la diagonale maggiore del parallelogramma formato dai due vettori da sommare, presi con la stessa origine ed ha come componenti la somma delle componenti, oppure se vengono messi i vettori da sommare uno di seguito all'altro, il vettore somma è il vettore che congiunge il punto iniziale del primo e la fine del secondo.





Calcolo Vettoriale

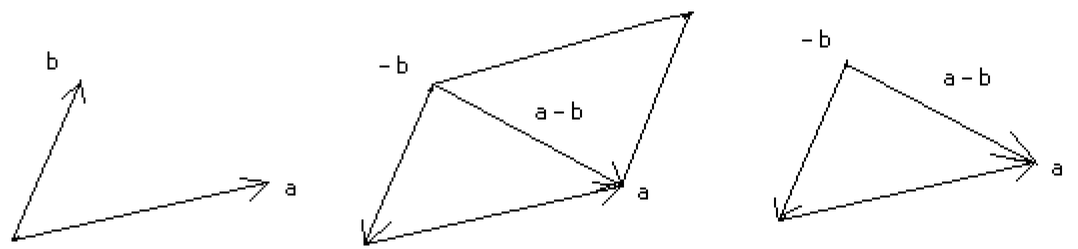
2) DIFFERENZA

Dobbiamo calcolare **a-b**, ma:

a-b = a + (-b)

a questo punto possiamo trattare questa espressione come la somma di 2 vettori.

Il vettore **-b** è il vettore **b** semplicemente con verso opposto, quindi basta utilizzare la regola del parallelogramma, e prendendo la diagonale minore, oppure mettere i vettori uno di seguito all'altro e prendere il vettore che congiunge il punto iniziale del primo e la fine del secondo.



Calcolo Vettoriale

3) PRODOTTO PER UNO SCALARE

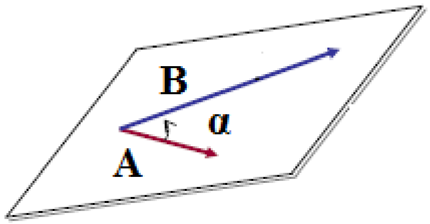
$a \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A'}$ → **A'** è ancora un vettore con :
- stessa direzione di **A**
- stesso verso se a>0
- modulo aA

Proprietà:
- distributività $c(\mathbf{a}+\mathbf{b}) = c\mathbf{a}+c\mathbf{b}$
- elemento neutro (1)

Questa operazione permette di allungare o accorciare il vettore, oppure di invertirne il verso (se a=-1).

Segue da questa operazione la possibilità di rappresentare un vettore come $\mathbf{A}=A\mathbf{e}_A$ modulo per versore.

4) PRODOTTO SCALARE



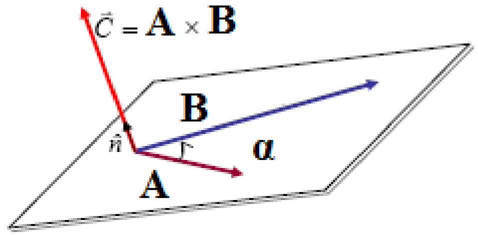
$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB\cos\alpha$ → è uno scalare

Proprietà:
- commutatività $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{a}$
- distributività $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b}+\mathbf{c}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{c}$
- condizione di ortogonalità: se $\mathbf{A} \perp \mathbf{B} = AB\cos 90° = 0$
- prodotto per se stesso: $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A} = AA\cos 0° = A^2$

Calcolo Vettoriale

5) PRODOTTO VETTORIALE

A x **B** = (ABsenα)**n** = **C** → **C** è un vettore con : - direzione ⊥ piano di **A**,**B**
- verso vite destrorsa
- modulo ABsenα



Proprietà:
- anticommutatività **a** x **b** = -**b** x **a**
- distributività **a** x(**b**+**c**) = **a** x **b** + **a** x **c**
- moltiplicazione per uno scalare c
  c(**a** x **b**) = c**a** x **b** = **a** x c**b**
- condizione di parallelismo: se **A** ∥ **B** = ABsen0° = 0
- prodotto per se stesso: **A**·**A** = AAsen0° = 0

6) PRODOTTO MISTO

A·**B** x **C** = A [BCsenβ] cosα =
- > 0 se α acuto
- < 0 se α ottuso

Proprietà: **A**·**B** x **C** = **B**·**C** x **A** = **C**·**A** x **B**

Per trasformazioni cicliche dei fattori il prodotto non cambia:
- rotazioni positive →prodotto=volume
- rotazioni negative →prodotto= - volume

è uno scalare