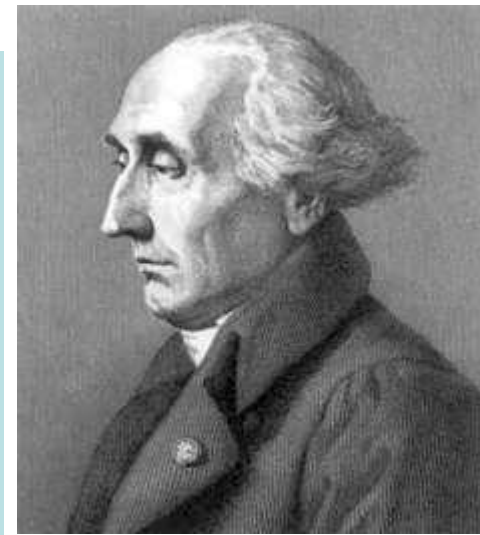


Sviluppi nel 1700 e 1800

**Pierre S.
Laplace**



Laplace, Lagrange, Poisson e molti altri (polytechniciens) con l'ausilio dell'analisi matematica sviluppata da Leibntz, Eulero ed i Bernouilli, tra la fine '700 ed inizio '800, hanno sviluppato la meccanica in forma rigorosamente matematica, ciò ha permesso lo sviluppo dell'ingegneria meccanica e l'industrializzazione e dell'astronomia.



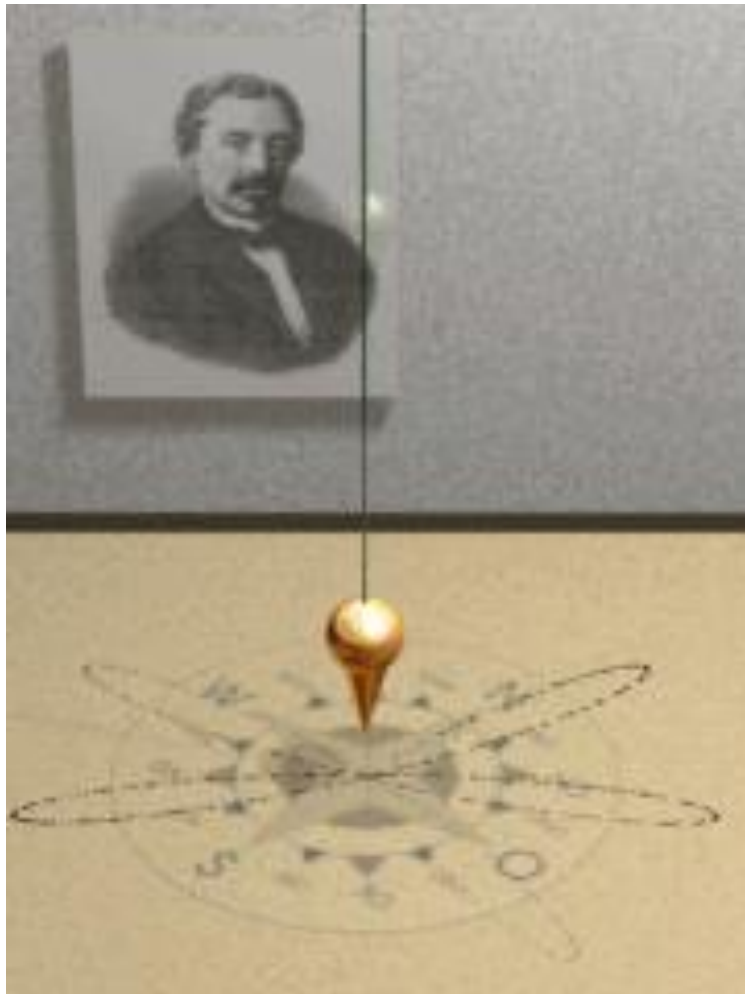
**Joseph I.
Lagrange**

1822 Jean B. J. Fourier (successore di Laplace alla cattedra al Ecole Polytechnique di Parigi)
Dimostra che è sufficiente definire tre grandezze tali quali:

Massa (kg) - Lunghezza (m) - Tempo (s)

per definire tutte le altre grandezze della meccanica. Inizia da ciò il calcolo dimensionale che si dimostra molto produttivo. Per gli altri fenomeni tipo il calore o l'elettromagnetismo bisogna aggiungere altre grandezze.

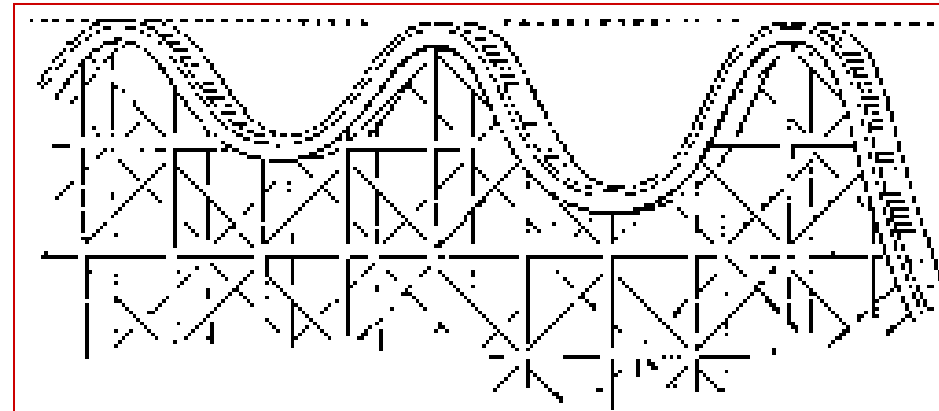
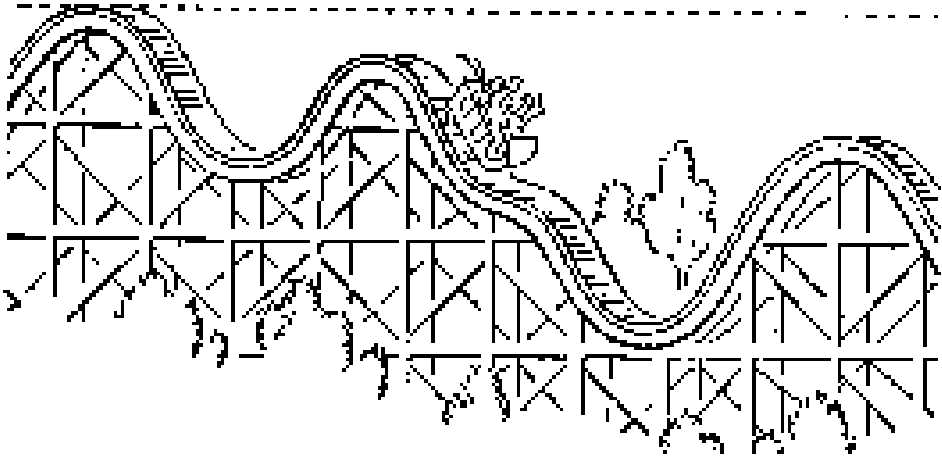
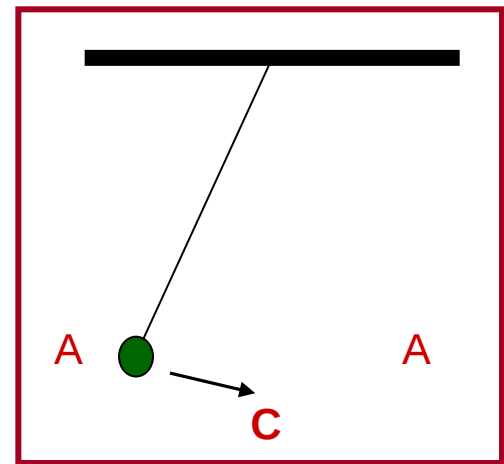
Jean Bernard Leon Focault



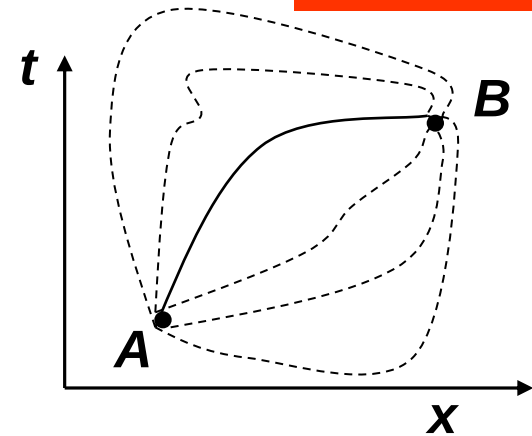
Focault, attorno al 1850 fece il famoso esperimento del pendolo al Pantheon di Parigi, dimostrando in modo evidente a tutti ed indiscutibilmente la rotazione della Terra, il sogno di Galileo.

L'Energia e il Teorema delle Forze Vive

Osservando il moto del pendolo si può notare che quando si trova nelle posizioni A di massimo spostamento la sua velocità è nulla mentre la potenzialità di cadere è massima, data l'altezza della massa. Quando è nella posizione centrale C, la sua velocità è massima e la potenzialità di cadere è nulla dato che la massa si trova nel punto più basso. In tutte le altre posizioni la velocità della massa e la potenzialità di caduta assumono valori intermedi. **Leibnitz** fu il primo a mettere in evidenza che l'energia cinetica e quella potenziale si trasformavano l'una nell'altra con continuità e che la loro somma si conservava. Fu la prima formulazione di un principio della conservazione dell'energia meccanica: il teorema delle forze vive. Questo teorema fu formulato in vari modi uno dei più importanti lo si deve a **Hamilton**, che ha messo il teorema delle forze vive in una forma di una equazione differenziale che è chiamata Hamiltoniana, che è una delle importanti basi della meccanica quantistica,.



LANGRANGIANA e principio di minima azione



Per andare dal punto A al punto B è piuttosto semplice basta applicare la formula di Newton **$f = m \cdot a$** . Ma se il sistema è complesso o ci sono molti tipi di forze che agiscono può essere molto difficile trovare il giusto percorso, in linea piena, rispetto a quelli infiniti e non corretti in linee tratteggiate

Lagrange propose di utilizzare il principio di minima azione, che Fermat aveva usato per dedurre le leggi di Snell della rifrazione, applicato a una funzione chiamata **Langrangiana** $L(q, \dot{q})$ che è la differenza tra l'energia cinetica e quella potenziale

$$L = E_c - E_p$$

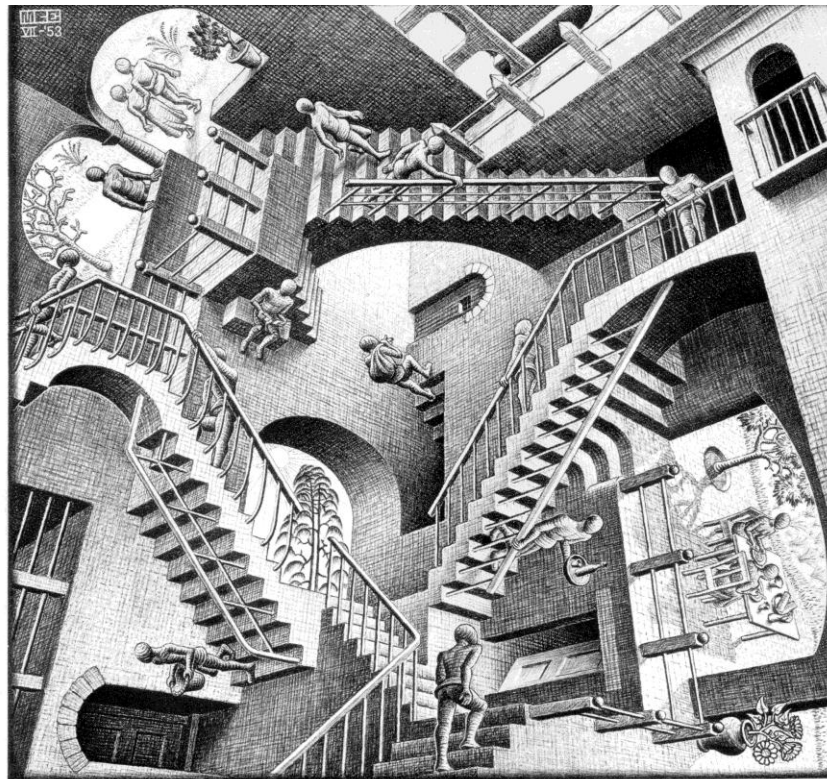
Che integrata sul tempo dà il cammino d'azione

$$\text{Cammino d'azione} = \int L dt$$

Con questo metodo, Lagrange dedusse tutte le leggi della dinamica di Newton, comprese le traiettorie ellittiche planetarie.

Questo formalismo ora è alla base della moderna teoria dei campi (Feynman).

Il movimento nella Fisica Moderna: (relatività ristretta e generale)



-1864 J.C. Maxwell pubblica:

A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field, dove mette in forma matematica le idee di Faraday sulle linee ed i campi di forza.



James Clerk Maxwell

Teorema di Ampere
+ correnti di spostamento
di Maxwell

Maxwell con queste equazioni non sviluppò solo le idee di Faraday, ma per la prima volta mostrò che un fenomeno fisico complesso come l'elettromagnetismo poteva essere matematicizzato in modo semplice ma completo. Infatti con le 4 equazioni differenziali proposte si possono risolvere tutti i problemi di elettromagnetismo dando le condizioni al contorno e risolvendo matematicamente le equazioni.

Queste equazioni che sembravano rappresentare la fine della fisica rappresentano l'inizio della Fisica Moderna

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad \text{Teorema di Gauss}$$

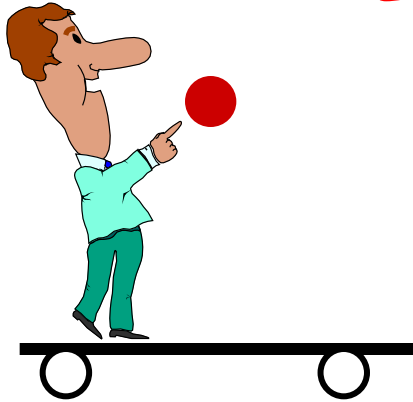
$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad \text{Leggi di Laplace}$$

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{Legge Induzione di Faraday}$$

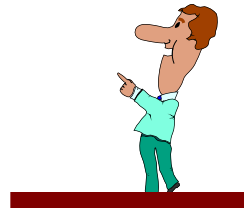
$$\operatorname{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \text{Equazione di continuità}$$

La relatività ristretta



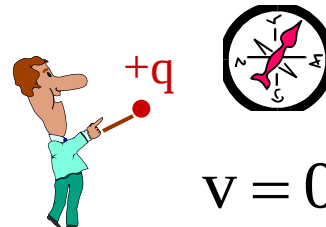
1632 - Galileo GALILEI enuncia che:

Le leggi che governano la meccanica **non variano** per soggetti in quiete o in movimento rettilineo ed uniforme.



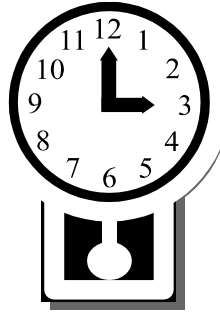
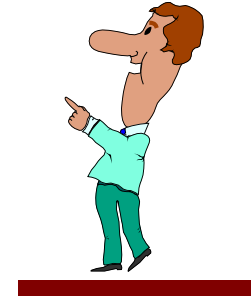
Alla fine dell'XIX sec si constata, che le stupende leggi dell'elettromagnetismo, appena scoperte, **variano** per soggetti in quiete oppure in movimento rettilineo e uniforme.

**FORZE SOLO
ELETTRICHE**



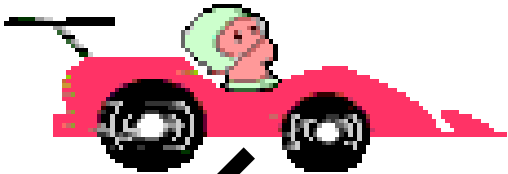
**FORZE ANCHE
MAGNETICHE**

Misure di velocità

 Δt_1 Δt_2 

$$v_1 = \frac{\Delta d}{\Delta t_1}$$

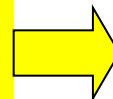
$$v_2 = \frac{\Delta d}{\Delta t_2}$$

 Δd 

Le posizioni relative si calcolano con queste formule:

$$d = d_0 + vt$$

Trasformate di Galileo



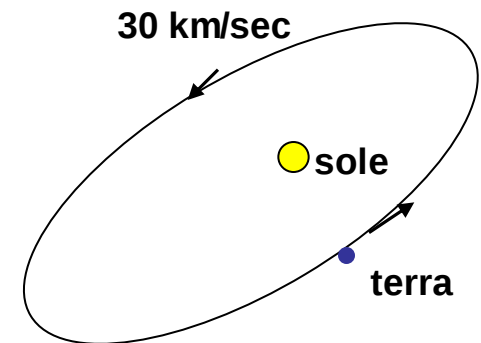
$$\Delta v = v_1 + v_2$$

Le velocità si sommano

Le onde meccaniche tipo quelle acustiche si trasmettono attraverso i materiali. Le velocità di tali onde si sommano alla velocità della sorgente, come fanno i corpi. Ci si aspettava che la luce (onde elettromagnetiche) si comportasse nello stesso modo, anche se non si conosceva il mezzo (materiale) in cui si muovevano queste onde.

Questo mezzo si cercava da anni ed era chiamato **ETERE**.

-1885 **Michelson e Morley** Cercando l'etere hanno dimostrato, con misure molto accurate, della velocità della luce al suolo, che questa vale **$c=299.000\text{Km/s}$ nel vuoto**, da qualunque direzione provenga. **Quindi la luce ha una velocità costante che non si somma alla velocità della sorgente che la emette**



All'inizio del XX secolo la fisica si trovava di fronte a grandi inconsistenze teoriche:

- La mancata invarianza delle leggi dell'elettromagnetismo per osservatori diversi in moto rettilineo ed uniforme.
- La difficoltà di trovare un **etere materiale** nel quale si possa propagare la luce.
- La velocità della luce " c " che è indipendente da osservatori diversi in moto rettilineo uniforme.

-1905 A. Einstein risolve la questione in modo inusuale: prende atto dei fatti.

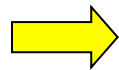
- L'ETERE materiale non esiste.

I - La velocità della luce è costante in ogni riferimento inerziale

II - Tutte le leggi della natura devono essere invarianti in sistemi inerziali comprese le leggi dell'elettromagnetismo.

Dato $c = d/t$ è costante d e t non possono essere indipendenti.

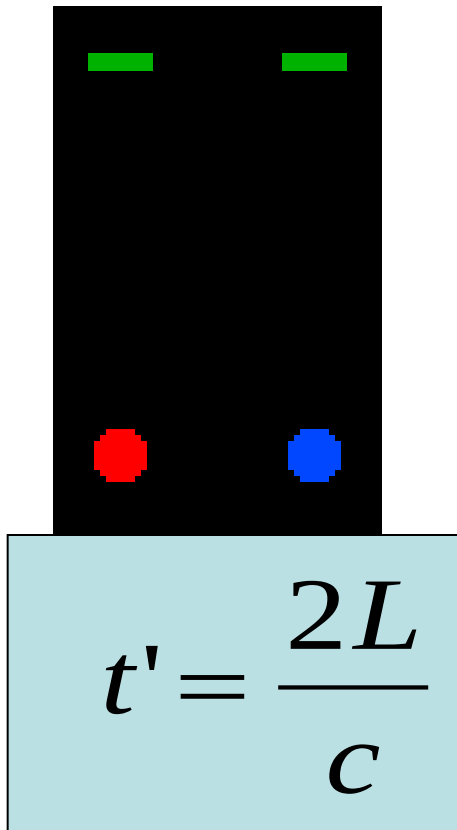
**Quindi le trasformate
di Galileo**



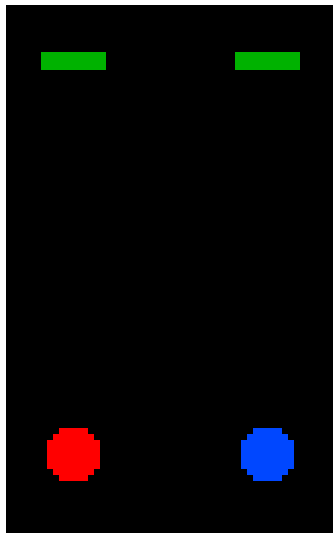
$$\cancel{d = d_0 + vt}$$

**Non sono valide per questi fenomeni !!
Bisogna trovare delle trasformate per i movimenti
che siano valide anche con c costante.**

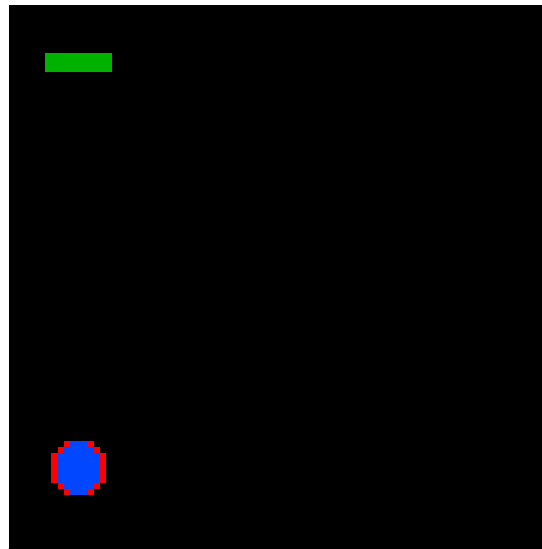
Se la velocità della luce deve essere la *stessa* in tutti i sistemi di riferimento inerziali, ne segue che lo spazio ed il tempo devono essere relativi.



Se la velocità della luce deve essere la *stessa* in tutti i sistemi di riferimento inerziali, ne segue che lo spazio ed il tempo devono essere relativi.



$$t' = \frac{2L}{c}$$



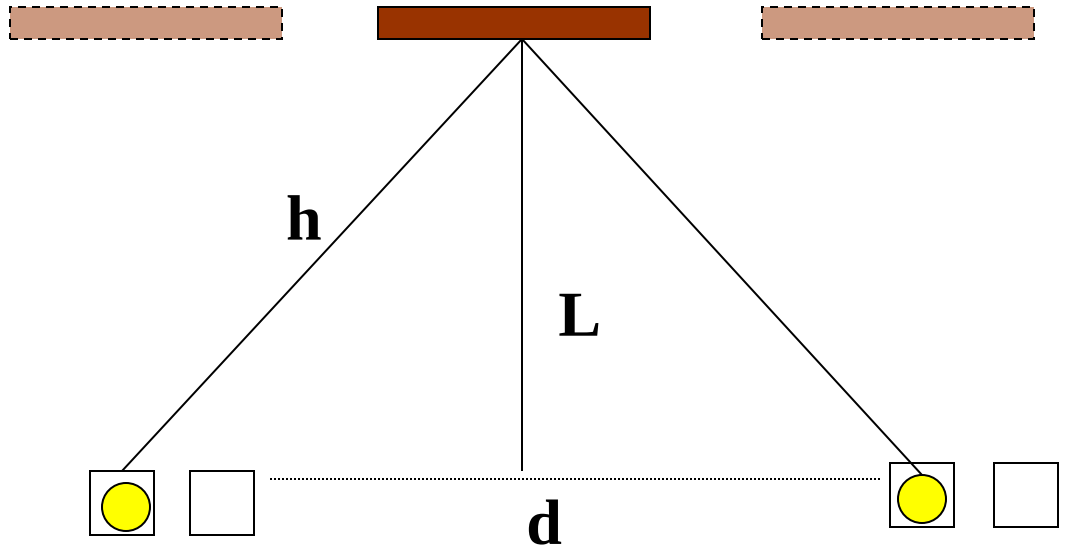
Quale sarà il tempo misurato da questo orologio in moto?

La dilatazione dei tempi

$$t = \frac{h}{c} + \frac{h}{c} = 2\frac{h}{c}$$

$$d = vt$$

$$h^2 = \left(\frac{1}{2}d\right)^2 + L^2$$



$$\left(\frac{ct}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}vt\right)^2 + \left(\frac{ct'}{2}\right)^2$$

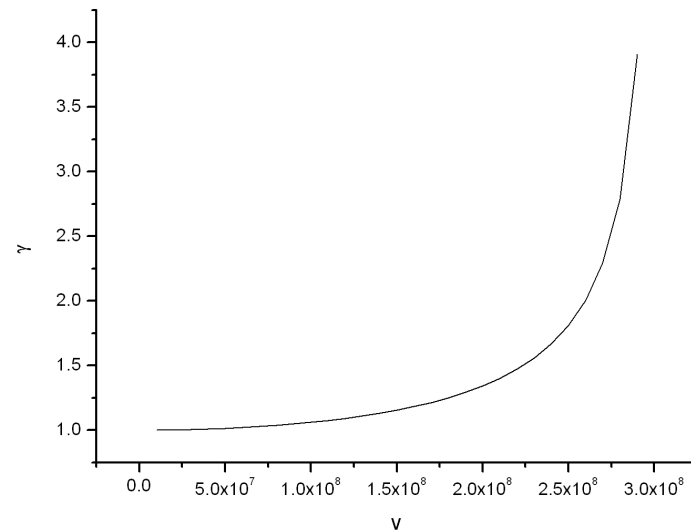
La dilatazione dei tempi

$$t = \frac{t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Einstein dice che gli
orologi in moto
ritardano

coefficiente di dilatazione

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$



La contrazione delle lunghezze

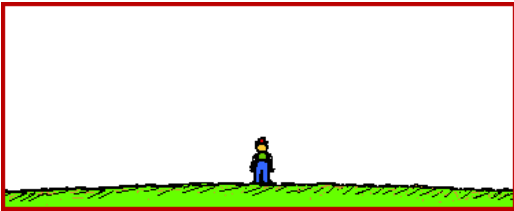
$$\Delta x' = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Delta x$$

Se un corpo si muove appare più corto

La contrazione delle lunghezze

$$\Delta x' = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Delta x$$

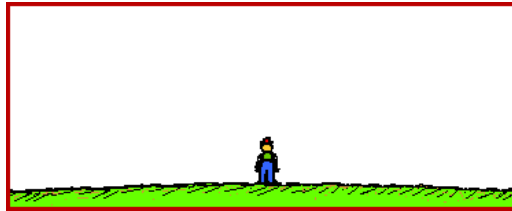
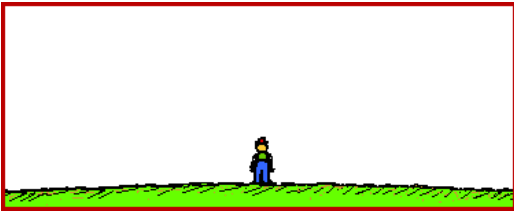
Se un corpo si muove appare più corto



La contrazione delle lunghezze

$$\Delta x' = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Delta x$$

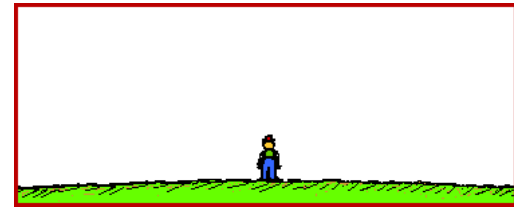
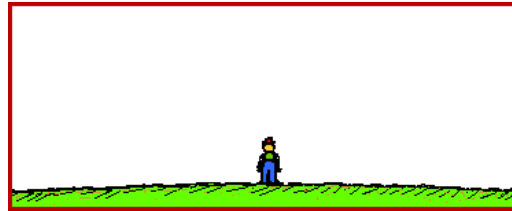
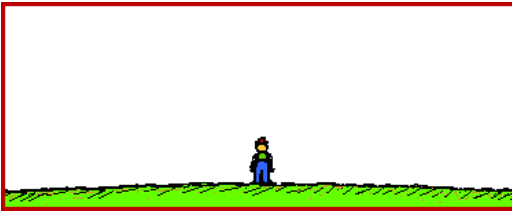
Se un corpo si muove appare più corto



La contrazione delle lunghezze

$$\Delta x' = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Delta x$$

Se un corpo si muove appare più corto





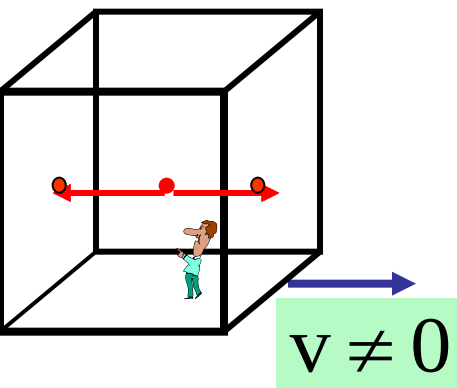
Esiste una prova sperimentale?

I muoni, prodotti dai raggi cosmici, hanno una vita media di 2,2 microsecondi. Secondo la relatività, però, quando si muovono a velocità prossime a quella della luce, il loro tempo si dilata. Ciò è spiegato dal sistema di riferimento a terra c'è un allungamento



muoni con i loro orologi atomici a terra. I muoni viaggiano a velocità prossime a quella della luce e quindi il loro tempo si dilata. Il fatto che tra loro e quelli di noi sulla terra ci siano differenze o un

Conseguenze: critica al concetto di simultaneità



$$v = 0$$



Un impulso di luce è emesso nel centro di un treno. Per l'uomo nel treno la luce raggiunge le pareti **simultaneamente**. Per l'uomo fermo la luce raggiunge le pareti in tempi diversi, **per lui non c'è simultaneità**.

La teoria ha delle conseguenze stupefacenti e paradossali sulla meccanica dei movimenti, da tutti ben conosciuta.

Il tempo e lo spazio non sono indipendenti:

Tra un osservatore in moto rispetto ad uno che consideriamo fermo:

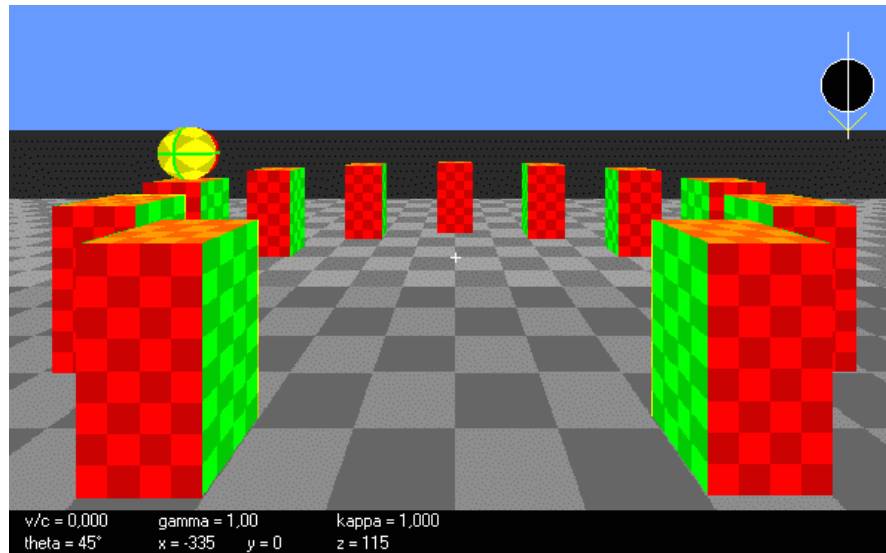
- Le distanze si accorciano.
- I tempi corrono più lentamente.
- Due avvenimenti distanti, che per il primo osservatore sono simultanei, per l'altro non lo sono.
- Le velocità non si sommano in modo lineare.

SONO SEMBRATE DELLE AUTENTICHE ASSURDITÀ, ma:

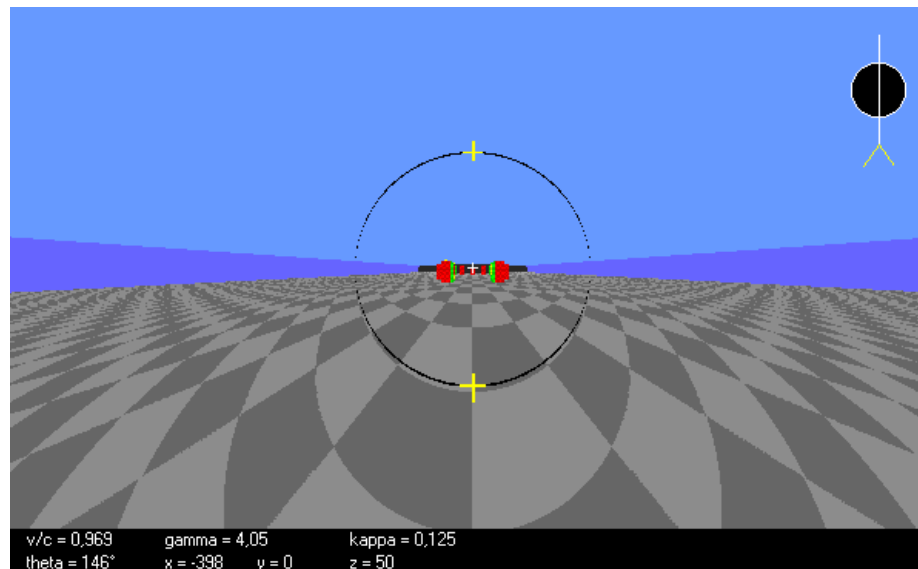
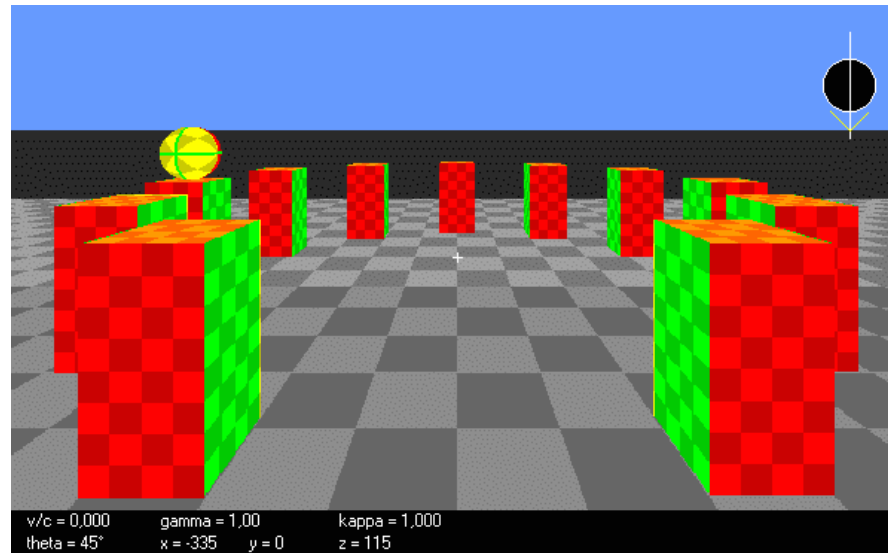
Tutti questi effetti che sono trascurabili a velocità a noi abituali, risultano evidenti solo per velocità superiori ad almeno $1/10$ di "c".

Sono state trovate tutte vere, sperimentalmente.

Un volo relativistico attraverso Stonehenge



Un volo relativistico attraverso Stonehenge



La teoria della Relatività Generale

Einstein cercava una nuova teoria della gravità che fosse compatibile con la relatività ristretta.

Secondo la teoria della gravitazione universale di Newton, l'attrazione gravitazionale fra due corpi si manifesterebbe istantaneamente, mentre in base alla relatività ristretta nessun tipo di informazione può assolutamente viaggiare ad una velocità superiore a quella della luce.

La teoria di Newton non ci dice nulla sulla natura della forza di gravità: ne descrive accuratamente gli effetti, ma non l'effettivo funzionamento.

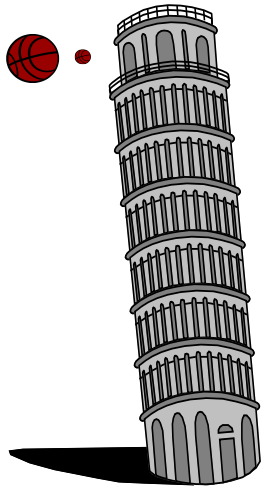
La relatività generale si basa sul **principio di equivalenza**, per il quale *esiste un legame fra forza di gravità e moto accelerato*.

Non esiste infatti differenza fra un osservatore che non sente il campo gravitazionale ed uno che non sta accelerando: *gravità e moto accelerato sono indistinguibili negli effetti*.

Un esempio, fornitoci dallo stesso Einstein, chiarisce il significato del *principio di equivalenza*.

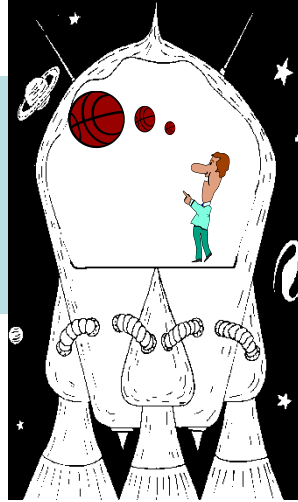
Consideriamo un uomo in ascensore sospeso dal suolo che lascia cadere il proprio accendino. Egli vede che l'accendino cade sul pavimento, proprio come se fosse a terra. Conclude così che una forza, la gravità, attira verso il pavimento tutti i corpi presenti nell'ascensore. Ammettiamo che l'ascensore venga prelevato da una magica gru, allontanato dalla Terra e lasciato nello spazio senza che il suo ospite se ne accorga; ammettiamo anche che il moto dell'ascensore venga costantemente accelerato verso l'alto di $9,8 \text{ m/s}^2$. Lasciando l'accendino, l'osservatore lo vedrebbe di nuovo cadere sul pavimento, e potrebbe concludere che egli si trova ancora sulla Terra. Se non guarda dal finestrino, non ha nessuna possibilità di verificare che a far cadere l'accendino stavolta è la forza inerziale e non la forza di gravità.

La relatività generale estende le leggi della relatività ristretta, valide solo per i sistemi in moto relativo rettilineo uniforme, anche ai sistemi non inerziali. La relatività generale afferma che *tutte* le leggi della fisica devono avere la stessa forma in *tutti* i sistemi di riferimento. *Tutti* i punti di vista si equivalgono.



Il famoso esperimento della caduta dei gravi, eseguito da Galileo è rimasto per secoli senza una vera spiegazione fisica.

Se in un razzo in accelerazione, nello spazio senza gravità, un osservatore lascia liberi alcuni oggetti, questi rimangono fermi mentre lui accelera perché ancorato al suolo del razzo. Il pavimento raggiungerà tutti gli oggetti allo stesso tempo.

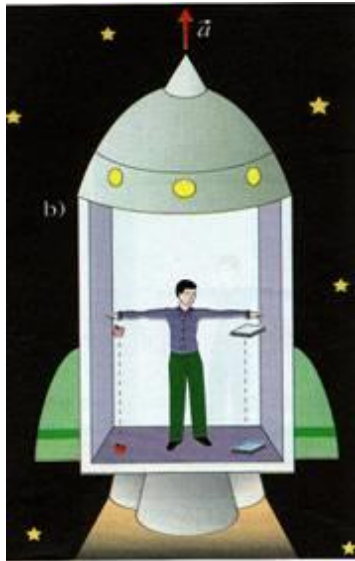


L'osservatore all'interno del razzo vedrà cadere gli oggetti verso il pavimento, alla stessa velocità, nello stesso modo in cui Galileo vide cadere gli oggetti dalla torre.

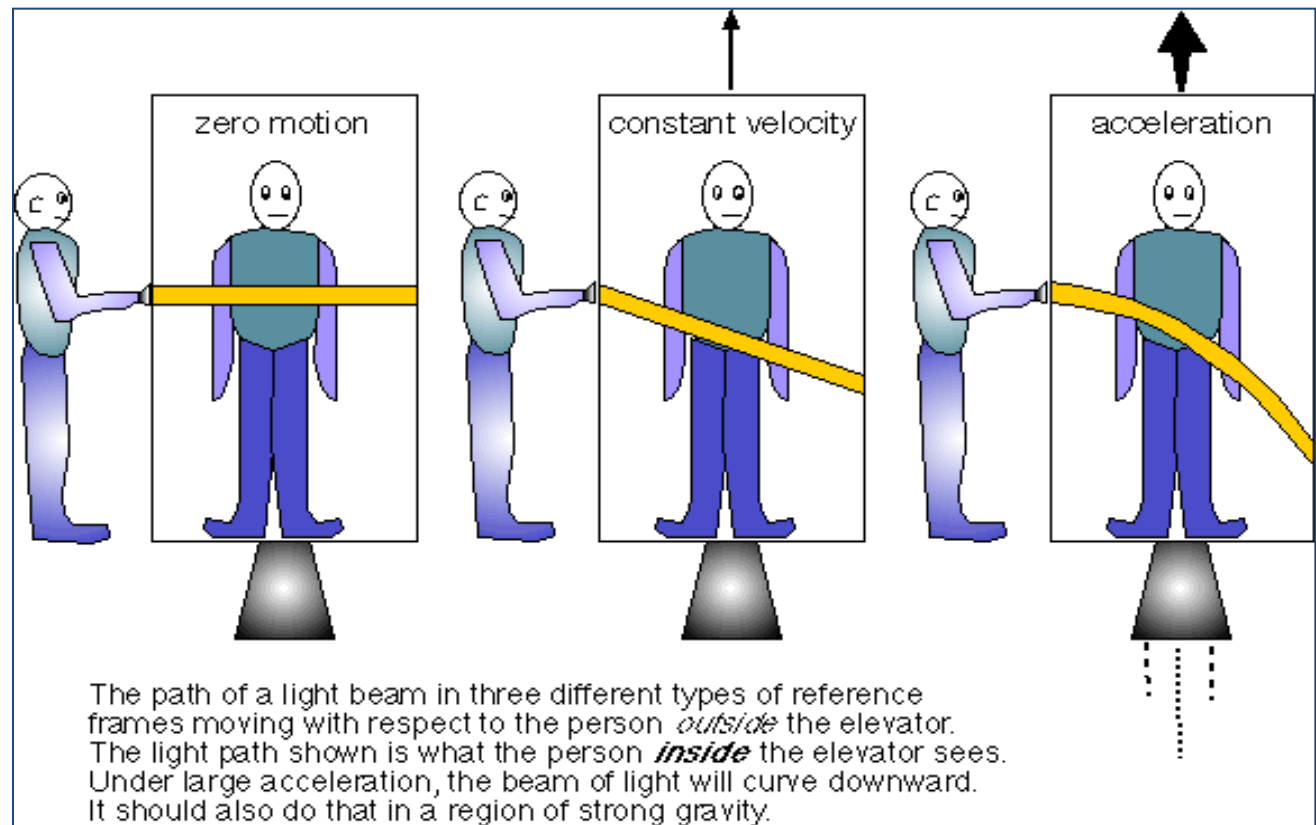
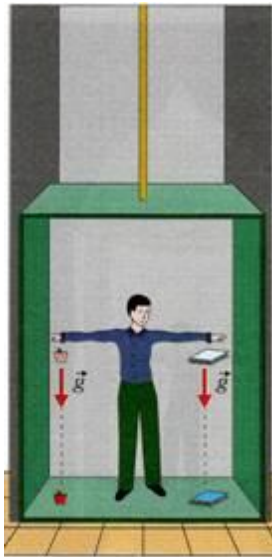
Einstein vide una forte analogia tra i due esperimenti. Vide cioè una simmetria tra il moto accelerato e la forza di gravità.

- Galileo forma la legge cinematica dell'indipendenza dell'accelerazione di gravità dai gravi.
- Newton dà una spiegazione dinamica individuando i concetti di massa inerziale e gravitazionale che sono «accidentalmente» identiche.
- Einstein afferma che questa identità non è accidentale e dà un'interpretazione geometrica dell'accelerazione e della gravità.

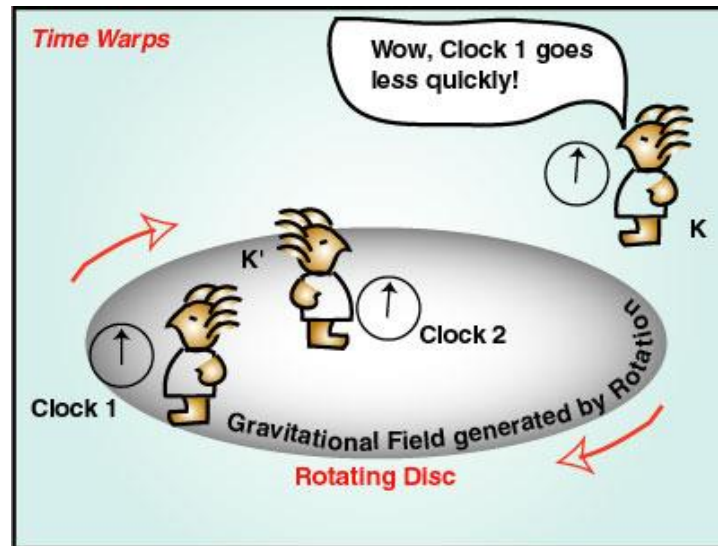
L'ascensore (oggi "razzo") di Einstien



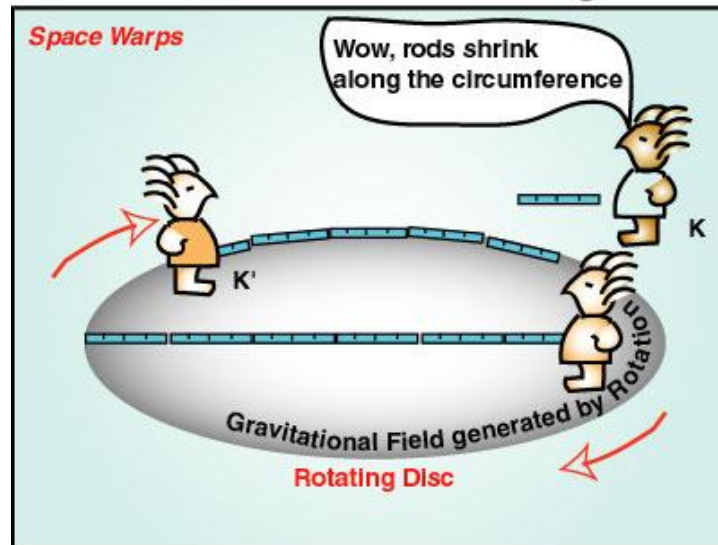
Einstein espone una teoria completa dell'accelerazione e della gravitazione, matematicamente molto complesso, fa vedere che in un esperimento in un razzo accelerato la luce ha una traiettoria curva ma difficile da misurare perché, su 3 m, si sposta al massimo delle dimensioni di un nucleo 10^{-12} cm



Spazio e tempo su un disco rotante



© Soshichi Uehii



Curvatura dello spazio-tempo

Einstein si accorse che le relazioni spaziali della geometria piana non sono valide per un osservatore in moto accelerato. Ciò significa che il moto accelerato fa' curvare lo spazio (ed il tempo).

Secondo il principio di equivalenza, gravità e moto accelerato sono indistinguibili negli effetti: visto che il moto accelerato si accompagna alla curvatura dello spazio e del tempo, **la gravità è la curvatura dello spazio e del tempo.**

Consideriamo una situazione tipica: la Terra in orbita attorno ad una stella come il Sole.

Per Newton, la stella tiene il pianeta in orbita grazie ad un *non ben identificato* "guinzaglio" gravitazionale, che *istantaneamente* si propaga ed "afferra" il pianeta.

Per Einstein, le cose sono diverse:

- in assenza di materia ed energia, lo spazio è piatto;
- la presenza di un oggetto massiccio come il Sole deforma la struttura dello spazio circostante
- questo incurvamento produce un effetto sugli oggetti che si trovano nelle vicinanze del corpo
- e il moto della Terra è determinato dal tipo di curvatura.

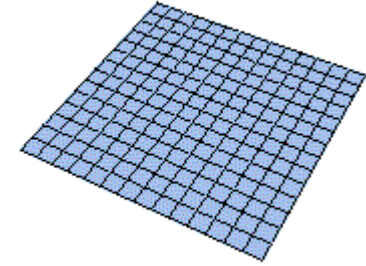
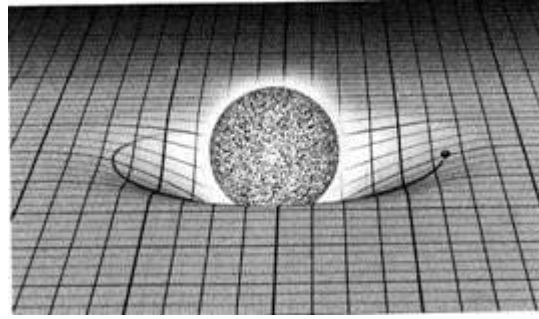
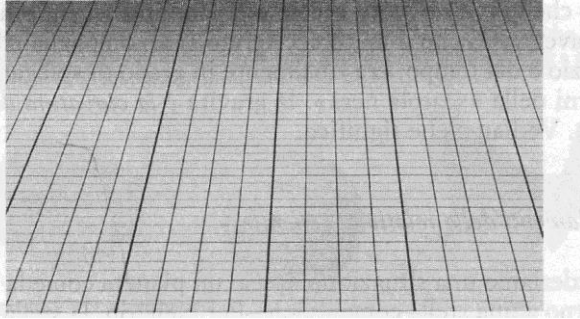
Al contrario di Newton, Einstein è riuscito a mostrare il *meccanismo* con il quale la gravità si trasmette: la curvatura dello spazio. La gravità coincide cioè con la trama stessa del cosmo.

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

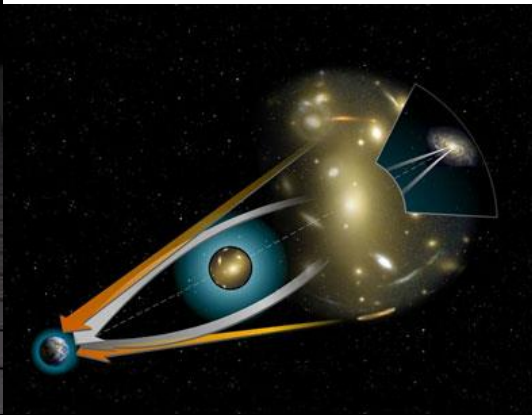
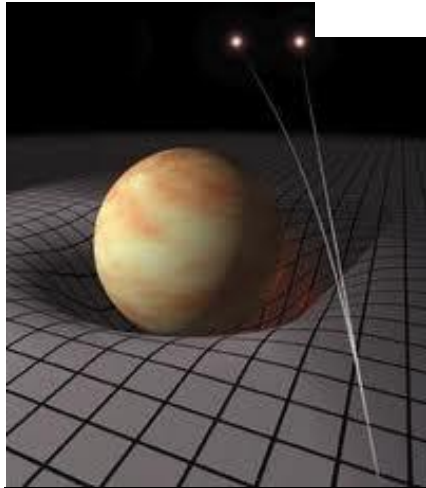
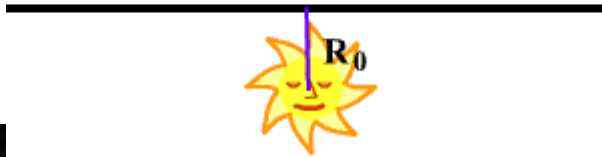
Equazione di Einstein

($R_{\mu\nu}$ tensore di curvatura di Ricci, R curvatura scalare, $g_{\mu\nu}$ il tensore metrico, Λ costante cosmologica, $T_{\mu\nu}$ tensore stress energia, c velocità della luce. G costante di gravitazione universale)

Prove sperimentali relativita' generale

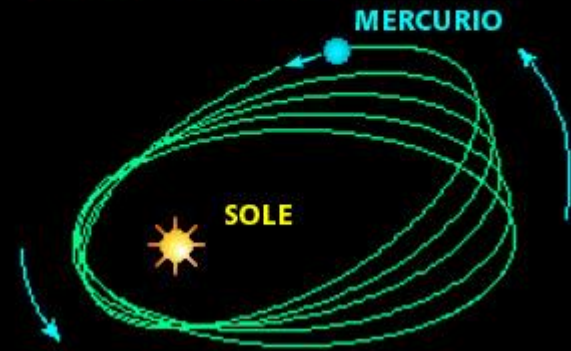


No gravity

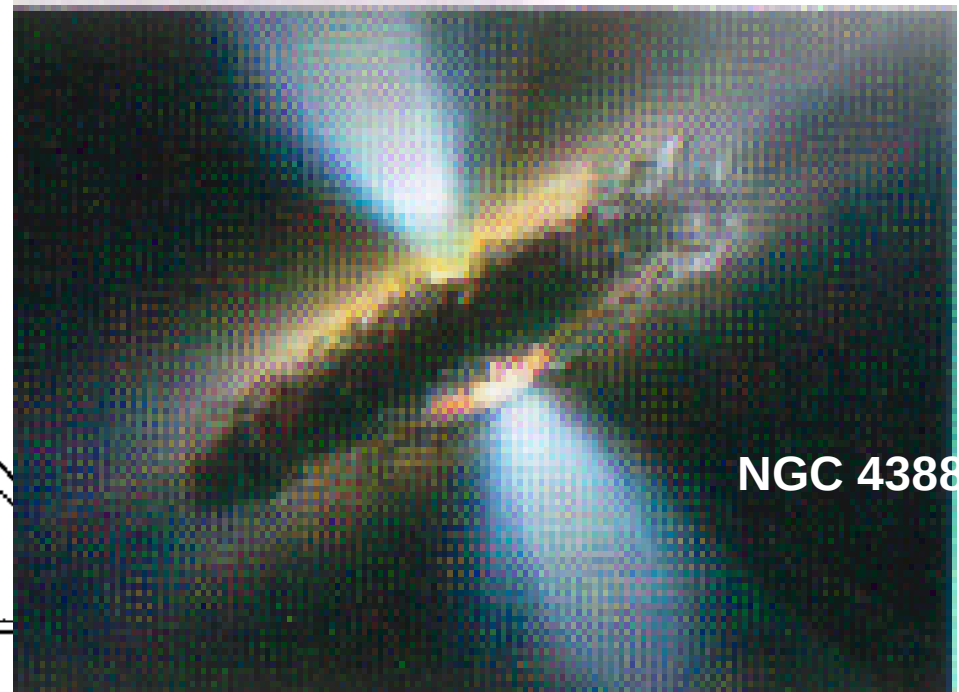
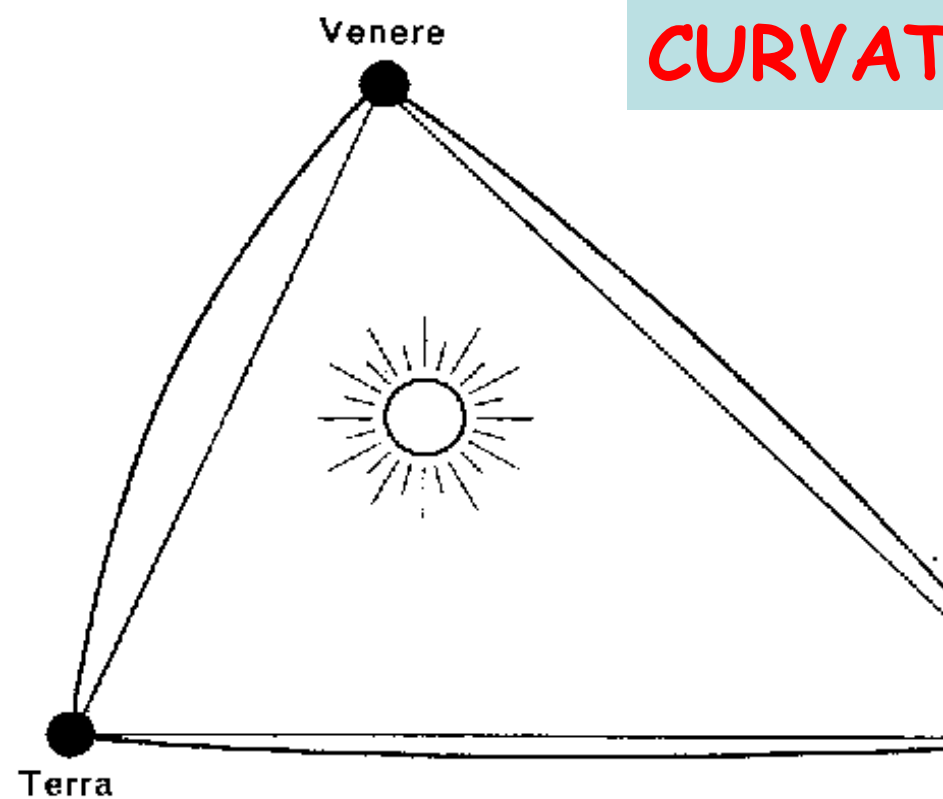


Lente gravitazionale

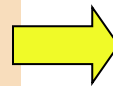
La precessione del
perielio di Mercurio



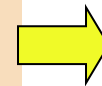
CURVATURA DELLO SPAZIO



Secondo la Relatività Generale di Einstein la presenza di una massa rende sferico lo spazio



Le rette diventano ellissi



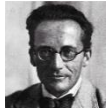
La Forza di Gravità diventa una questione Geometrica

Nei buchi neri la gravità è così forte, che lo spazio viene così fortemente curvato, che la stessa luce rimane intrappolata (orbitando)

DOPO 200 ANNI, ENSTEIN MODIFICA SOSTANZIALMENTE, LA TEORIA DELLA GRAVITAZIONE DI NEWTON

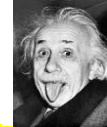
Le domande della Fisica Moderna

1900



Meccanica quantistica

(Leggi dell'infinitamente piccolo)



Relatività ristretta

(Fenomeni alla velocità della luce)



Gravità

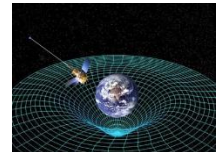
2000



**Teoria quantistica dei campi
(Modello Standard)**



Relatività generale



?

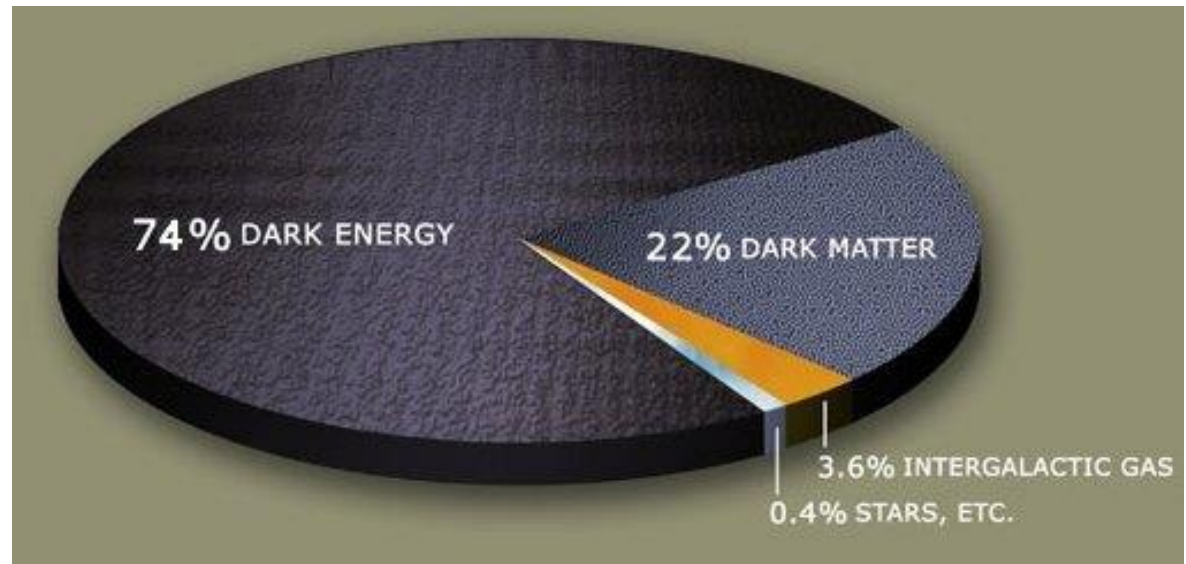
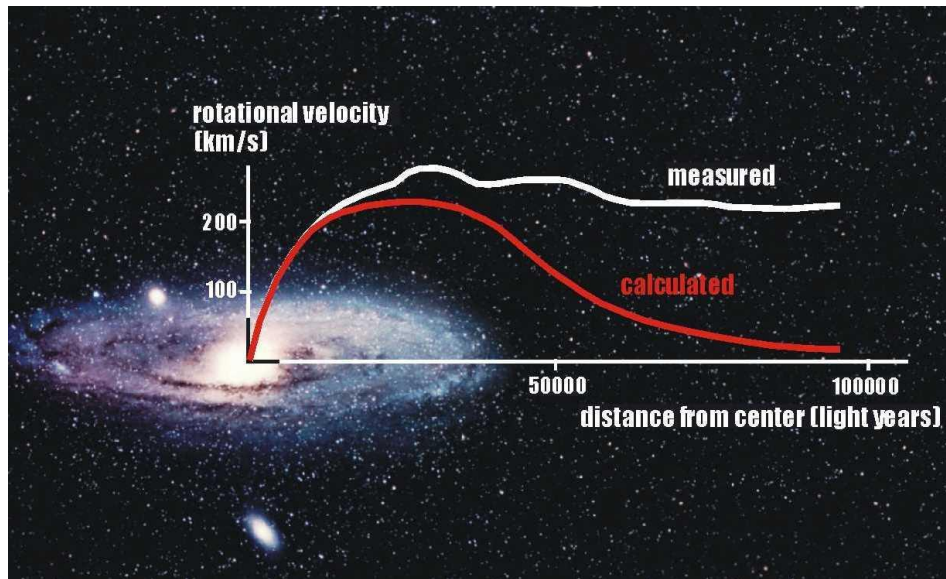
?

E' la supersimmetria la risposta?
(O stiamo riproponendo gli epicicli di Apollonio?)
(20 → 105 parametri)

Perché le costanti (20) del MS hanno i valori che assumono?
(Siamo nella situazione di Keplero prima di Newton?)

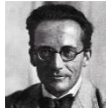
Nota: tutto ciò spiegherebbe in ogni caso solo il 4% del nostro universo

Dark Matter & Dark Energy



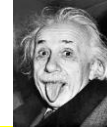
Le domande della Fisica Moderna

1900



Meccanica quantistica

(Leggi dell'infinitamente piccolo)



Relatività ristretta

(Fenomeni alla velocità della luce)



Gravità

Relatività

Meccanica quantistica



**Teoria quantistica dei campi
(Modello Standard)**



2000

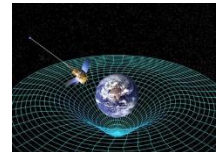


Relatività

Gravità



Relatività generale



?

?

E' la supersimmetria la risposta?
(O stiamo riproponendo gli epicicli di Apollonio?)
(20 → 105 parametri)

Perché le costanti (20) del MS hanno i valori che assumono?
(Siamo nella situazione di Keplero prima di Newton?)

Nota: tutto ciò spiegherebbe in ogni caso solo il 4% del nostro universo

... ma il gioco è appena cominciato! (meno di 400 anni fa) Grazie Galileo!

