# Guida alla risoluzione dei problemi di Meccanica e Termodinamica. Risultati numerici

**1.1** a) Il moto avviene lungo il verso negativo di $x$, con $v = -6$ m/s;
b) $x(0) = 3$ m, $x(2) = -9$ m; c) il passaggio per $x = 0$ avviene al tempo $t = 0.5$ s.

**1.2** a) $x(t) = -2.5 + 0.4t$ m; b) $x(5) = -0.5$ m; c) $\Delta x = x(5) - x(0) = 2$ m.

**1.3** a) $a = \dfrac{v_2^2 - v_1^2}{2\,\Delta x} = 3.2\ \text{m/s}^2$ ; b) $t = \dfrac{v_2 - v_1}{a} = 2.0$ s.

**1.4** a) 100 km/h = 27.8 m/s, $0 = v_0 + at_a$, $t_a = -v_0/a = 7.9$ s;
b) $x_a = -v_0^2/2a = 110.4$ m.

**1.5** a) $a = -v_0^2/2d = -2.47\ \text{m/s}^2$; b) $t = 9$ s;
c) $a = -1.86\ \text{m/s}^2$, l'automobilista non sarà multato, infatti la sua velocità è 40 km/h.

**1.6** Si assuma l'asse $x$ parallelo al verso del moto, con origine nella posizione dell'auto $A$, all'istante $t = 0$, quando il guidatore decide di operare il sorpasso. Le due automobili sono affiancate quando $x_A = x_B$. Dalle equazioni orarie, moto uniformemente accelerato per l'auto $A$ ed uniforme per l'auto $B$, si ottiene:
a) $t = 3.4$ s; b) $v_A = 127$ km/h; c) $x_1 = 106$ m.

**1.7** a) Lo spazio percorso corrisponde all'area sotto il grafico, $x = 58$ m;
b) l'accelerazione si ottiene dalla pendenza delle rette $v(t)$, pertanto è costante nell'intervallo di tempo 0 – 5 s e vale $0.8\ \text{m/s}^2 = a(t_2)$, nulla nell'intervallo di tempo 5 s – 15 s, per cui $a(t_3) = 0$, vale $-1\ \text{m/s}^2 = a(t_4)$ nell'intervallo di tempo 15 s – 19 s.

**1.8** velocità $a_1 t_1 + a_2(t - t_1) = 0$ , $t - t_1 = -a_1 t_1/a_2$,
spazio $\frac{1}{2} a_1 t_1^2 + a_1 t_1 (t - t_1) + \frac{1}{2} a_2 (t - t_1)^2 = d$,
$t_1 = \sqrt{2d/a_1(1 - a_1/a_2)} = 22.0$ s , $t = (1 - a_1/a_2)\,t_1 = 36.5$ s.

**1.9** a) $x_1 = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2$ , $x_2 = x_0 + \frac{1}{2} a t^2$ ; esiste un istante $t$ al quale $x_1 = x_2$ solo se $v_0^2 \geq 4\,a x_0$;
b) nel caso numerico proposto $v_0^2 = 4\,a x_0$ , $t = v_0/2\,a = 1.5$ s.

**1.10** a) $x_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 = 155$ m , $v_1 = a_1 t_1 = 31$ m/s , $v_2 = 0 = v_1 + a_2 (t_2 - t_1)$ , $a_2 = -2.5$ s;
b) $x_P = x_1 + v_1 (t_2 - t_1) + \frac{1}{2} a_2 (t_2 - t_1)^2 = 347.2$ m;
c) $v_0 = x_1/t_1 = 15.5$ m/s , $x_Q = v_0\, t_2 = 347.2$ m.

**1.11** $t = \sqrt{2h/g} + h/v$ , $h = 99.5$ m.

**1.12** a) Assumendo l'asse verticale rivolto verso il basso, $v = (v_0^2 + 2gh)^{1/2} = 32.3$ m/s;
b) $v = v_0 + gt$, $t = 1.66$ s; oppure si ricava $t$ da $h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$ e si calcola $v$.

**1.13** a) Se $P_2$ raggiunge $P_1$, deve essere $t^* > t_0$ e quindi $v_0 > g t_0$. Questa condizione impone che la velocità di $P_2$ nell'istante $t_0$ di lancio deve essere maggiore della velocità $P_1$ nello stesso istante $t_0$;

b) orientiamo l'asse $x$ verso il basso, $x(P_1) = \frac{1}{2}gt^2$, $x(P_2) = v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}(t - t_0)^2$, $x(P_1) = x(P_2)$ al tempo $t^* = [1 + v_0/(v_0 - gt_0)]\, t_0/2$.

**1.14** a) Se la palla ripassa dopo un tempo $t_1$, $h_2 - h_1 = \frac{1}{2}g(t_1/2)^2$, $h_2 = 5.1$ m;
b) $h_2 = v_0^2/2g$, $v_0 = 10$ m/s.

**1.15** a) $x_1 = h - \frac{1}{2}gt^2 = x_2 = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$, $t = h/v_0 = 3$ s; la posizione rispetto al suolo è $x_2 = 45.9$ m;
b) $v_1 = gt = 29.4$ m/s, $v_2 = v_0 - gt = 0.6$ m/s (asse $x$ orientato verso l'alto).

**1.16** Prendiamo l'asse $x$ orientato verso l'alto: $a_p = 1.5$ m/s$^2$, $a_{corpo} = -g = -9.8$ m/s$^2$, l'accelerazione relativa è $a_p - a_{corpo} = a_p + g = 11.3$ m/s$^2$: dalla piattaforma sembra che il corpo cada con accelerazione maggiore di $g$. Nel secondo caso $a_p = -1.5$ m/s$^2$, $a_{corpo} = -g = -9.8$ m/s$^2$, l'accelerazione relativa è $a_p - a_{corpo} = a_p + g = 7.3$ m/s$^2$: dalla piattaforma sembra che il corpo cada con accelerazione minore di $g$. Se $a_p$ fosse uguale a $-g$ l'accelerazione relativa sarebbe nulla ed il corpo sembrerebbe non sottoposto alla gravità.

**1.17** Integrando l'accelerazione $v = -4/t^3 + \text{cost}$, imponendo $v(2) = 1$ $\quad v = 1.5 - 4/t^3$ m/s, integrando ancora e imponendo $x(2) = 3$, $x(t) = -0.5 + 1.5t + 2/t^2$ m.

**1.18** a) $v_m = 14$ m/s; b) $a_m = 4$ m/s$^2$.

**1.19** La velocità si annulla per $t = 0$ e $t = 1.82$ s, l'accelerazione per $t = 1.14$ s.

**1.20** a) $x = 0.25(t - 1)^4 - 3.25$ m, $x(t_1) = 0.75$ m; b) $a = 3(t - 1)^2$ m/s$^2$, $a(t_1) = 12$ m/s$^2$.

**1.21** $x = t^3 - 4t^2 + 5t$, $\Delta x = 4$ m.

**1.22** a) Si pone $a = dv/dt$ e si integra separando le variabili, $v = (v_0^2 - 6t)^{1/2} = (100 - 6t)^{1/2}$, si integra la velocità, $x = x_0 + v_0^3/9 - (v_0^2 - 6t)^{3/2}/9 = 1 + 10^3/9 - (100 - 6t)^{3/2}/9$, $v(3) = 9$ m/s, $x(3) = 29.6$ m;
b) $t_1 = 4.1$ s, $x(t_1) = 39.4$ m.

**1.23** a) $v(0) = 0$, $x(0) = 5$m; b) $t_1 = 3.75$ s, $a(t_1) = -112.5$ m/s$^2$.

**1.24** a) $\dfrac{dv}{dt} = -kv^2$, $\dfrac{dv}{v^2} = -k\,dt$, $v = \dfrac{v_0}{1 + v_0 kt}$;

b) $v\,dv = a\,dx = -kv^2\,dx$, $\dfrac{dv}{v} = -k\,dx$, $v = v_0\,e^{-kx}$.

Verificare che $x = \dfrac{1}{k}\ln(1 + v_0 kt)$.

**1.25** a) $dv/v = At$ e integrando $v = v_0 e^{At} = 2e^{0.2t}$, $x(t) = (v_0/A)(e^{At} - 1) = 10(e^{0.2t} - 1)$;
b) $x(t_1) = 4.92$ m, $v(t_1) = 2.98$ m/s, c) $v = v_0 e^{-4t}$ e pertanto, a rigore, il punto si fermerebbe dopo un intervallo di tempo infinito, la distanza percorsa risulta $x = 0.5$ m.

**1.26** a) $v(x) = v_0 - kx = 0$, $v_0 = kx$, $k = 1/\tau$, $v_0 = 0.024$ m/s;
b) $v^2(x) = v_0^2 + 2ax = 0$, $a = -v_0^2/2x = -1.6 \cdot 10^{-4}$ m/s$^2$;
c) $v(t) = v_0 + at = 0$, $t = -v_0/a = 150$ s ($= 2\tau$).

**1.27** sen$\phi = x(0)/A$, $\phi = 0.4$ rad, $T = 2\pi/\omega = 4.05$ s, $v(0) = 10$ cm/s.

**1.28** Per $x = 0$, $a = 0$; per $x = 0.2$ m, $a = 7.9$ m/s$^2$.

**1.29** $\omega = 2\pi / T = 1.43$ rad/s, $A$ sen$\phi = 0.14$ m, $\omega A$ cos$\phi = -2.5$ m/s, $A = 1.77$ m, $\phi = 2.98$ rad $= 171°$, $x = 1.77$ sen $(1.43t + 2.98)$,
a) $v_{max} = \omega A = 2.53$ m/s; b) $a_{max} = \omega^2 A = 3.62$ m/s$^2$.

**1.30** $x = A\text{sen}(\omega t + \phi)$, $v = \omega A\cos(\omega t + \phi)$, $\omega = 2\pi / T = 10$ rad/s, per $t = 0$ $x = A\text{sen}\phi = x_0$, $v = \omega A\cos\phi = v_0$, tg$\phi = \omega x_0 / \omega_0 = 0.75$, $\phi = 36.9° = 0.64$ rad, $A = (x_0^2 + v_0^2/\omega^2)^{1/2} = 0.25$ m; pertanto $x(t) = 0.25\text{sen}(10t + 0.64)$ m, $v(t) = 2.5\cos(10t + 0.64)$ m/s, $a(t) = -25\text{sen}(10t + 0.64)$ m/s$^2$, $v^2(x) = \omega^2(A^2 - x^2) = 100(0.0625 - x^2)$ (m/s)$^2$, $v(x) = \pm 10(0.0625 - x^2)^{1/2}$ m/s; in un periodo il punto passa due volte nella stessa posizione, con velocità opposte.

**1.31** $\omega = 2\pi / T = 2.33$ rad/s, $v_{max} = \omega A$, $A = 0.21$ m, $\phi = 0$, $a(t) = -\omega^2 A\text{sen}(\omega t + \phi) = 1.14\text{sen}2.33t$ m/s$^2$, $x(1) = 0.21\text{sen}2.33 = 0.15$ m, $v(1) = 0.5\cos 2.33 = -0.34$ m/s.

**1.32** a) $a_{max} = \omega^2 A = 5.1$ m/s2, $\omega = 4$ rad/s, $A = 0.32$ m; b) $v_{max} = \omega A = 1.28$ m/s;
c) $a_1(t = 0.3\text{ s}) = -5.1\text{sen}1.2 = -4.75$ m/s$^2$, $a_2 = -3.4$ m/s$^2$, $a_{1,2} = a_2 - a_1 = 1.35$ m/s$^2$.

**1.33** a) Utilizzando la relazione $v = dx/dt$, si ha $dx/x^2 = Adt$, e integrando $x = x_0/(1 - x_0 At) = 1/(2 - 0.5t)$, $x(3) = 2$ m;
b) derivando due volte $a = 0.5(2 - 0.5t)^{-3}$ m/s$^2$, $a(0) = 6.25 \cdot 10^{-2}$ m/s$^2$, $a(3) = 4$ m/s$^2$;
c) $a = (dv/dx)(dx/dt)$, $dv/dx = 2Ax$, $a = 2A^2x^3 = 0.5x^3$.