



Simmetrie e Leggi di Conservazione I

Le Simmetrie Discrete C, P, T

Elementi di Fisica delle Particelle Elementari

Diego Bettoni

Anno Accademico 2004-2005

Sommario

- Simmetrie e Leggi di Conservazione
- Parità spaziale (P)
- Coniugazione di carica (C)
 - Particelle e Antiparticelle
 - Decadimenti del Positronio
- Conservazione della carica e invarianza di gauge
- CPT
- CP e Inversione temporale (T)
 - Principio del bilancio dettagliato

Simmetrie e Leggi di Conservazione

In rappresentazione di Heisenberg la dipendenza dal tempo dell'operatore $Q(t)$ è regolata da:

$$i\hbar \frac{dQ}{dt} = i\hbar \frac{\partial Q}{\partial t} + [Q, H]$$

Un operatore che non dipende esplicitamente dal tempo è una costante del moto se commuta con la hamiltoniana. In generale, numeri quantici conservati sono associati ad operatori che commutano con la hamiltoniana.

Esempio: traslazioni spaziali

$$\psi(r + \delta r) = \psi(r) + \delta r \frac{\partial \psi}{\partial r} = \underbrace{\left(1 + \delta r \frac{\partial}{\partial r}\right)} \psi$$

Per una traslazione finita:

$$D = \left(1 + \frac{ip}{\hbar} \delta r\right)$$
$$D = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{ip \Delta r}{n \hbar}\right)^n = e^{\frac{ip \Delta r}{\hbar}}$$

P è il generatore dell'operatore di traslazione spaziale.

Se H è invariante per traslazioni **[D,H] = 0** per cui:

$$\mathbf{[p,H] = 0}$$

Le seguenti tre affermazioni sono equivalenti:

- L'impulso si conserva per un sistema isolato.
- L'hamiltoniana è invariante per traslazioni spaziali.
- p commuta con l'hamiltoniana.

Leggi di Conservazione

	Forte	E.M.	Debole
Energia/Impulso	✓	✓	✓
Carica elettrica	✓	✓	✓
Numero Barionico	✓	✓	✓
Numero Leptonico	✓	✓	✓
Isospin (I)	✓	✗	✗
Stranezza (S)	✓	✓	✗
Charm (C)	✓	✓	✗
Parità (P)	✓	✓	✗
Coniugazione di carica (C)	✓	✓	✗
CP (o T)	✓	✓	✗
CPT	✓	✓	✓

Parità (P)

L'operazione di **inversione spaziale delle coordinate** è prodotta dall'operatore di **parità**:

$$P\psi(\vec{r}) = \psi(-\vec{r})$$

Deve essere **$P^2=1$**

$$\psi(\vec{r}) \xrightarrow{P} \psi(-\vec{r}) \xrightarrow{P} \psi(\vec{r})$$

Quindi se ci sono autovalori deve essere: **$P = \pm 1$**

Esempi:

$$P = +1 \quad \psi(x) = \cos x \xrightarrow{P} \cos(-x) = \cos x = \psi(x)$$

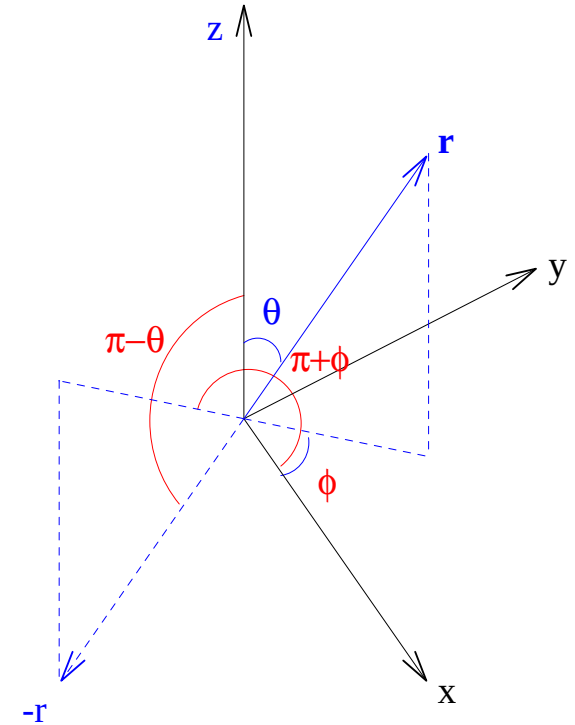
$$P = -1 \quad \psi(x) = \sin x \xrightarrow{P} \sin(-x) = -\sin x = -\psi(x)$$

$$\psi(x) = \sin x + \cos x \xrightarrow{P} = -\sin x + \cos x \neq \pm \psi(x)$$

Esempio: atomo di idrogeno

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \chi(r) \sqrt{\frac{(2l+1)(l-m)!}{4\pi(l+m)!}} P_m^l(\cos\vartheta) e^{im\varphi}$$

$$\vec{r} \rightarrow -\vec{r} \Leftrightarrow \begin{cases} \theta \rightarrow \pi - \theta \\ \varphi \rightarrow \pi + \varphi \end{cases}$$



$$e^{im\varphi} \rightarrow e^{im(\varphi+\pi)} = (-1)^m e^{im\varphi}$$

$$P_l^m(\cos\theta) \rightarrow (-1)^{l+m} P_l^m(\cos\theta)$$

$$Y_l^m \rightarrow (-1)^l Y_l^m$$

Le armoniche sferiche hanno dunque parità $P=(-1)^l$.

Per esempio, nelle transizioni di dipolo elettrico con la regola di selezione $\Delta l = \pm 1$ la parità dell'atomo cambia. Quindi la parità della radiazione emessa deve essere dispari, in modo che si conservi la parità totale del sistema **atomo+fotone**.

$$P(\gamma) = -1$$

P è un numero quantico moltiplicativo. Viene **conservata** nelle interazioni **forti** ed **elettromagnetiche**, ma non viene conservata nelle interazioni deboli.

La legge di conservazione della parità richiede l'assegnazione di una **parità intrinseca** alle particelle.

Per convenzione a protone e neutrone si assegna parità $P_p = P_n = +1$.

Parità del $\pi^\pm$

Il π è un mesone di spin 0. Consideriamo la reazione



(il d è uno stato legato pn).

Nello stato iniziale $l=0$; essendo $s_\pi=0$, $s_d=1$ si deve avere momento angolare totale $J=1$ ($J=L+S$). Quindi *anche nello stato finale* deve essere $J=1$. La simmetria della funzione d'onda nello stato finale (per lo scambio dei due neutroni) è data da:

$$K = \underbrace{(-1)^{S+1}}_{spin} \underbrace{(-1)^L}_{orbitale} = (-1)^{L+S+1}$$

Trattandosi di due fermioni identici deve essere $K=-1$, che implica $L+S$ pari.

Dovendo essere $J=1$ ci sono le seguenti possibilità:

$L=0$ $S=1$ no $L=1$ $S=0$ no $L=2$ $S=1$ no
 $L=1$ $S=1$ OK

Quindi la parità spaziale dello stato finale è $P=(-1)^L=-1$. Essendo la parità del deuterio $P_d=+1$ otteniamo per la parità intrinseca del π $P_\pi = -1$.

Il π è dunque un mesone pseudoscalare.

Parità del π^0

$$\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma \quad \text{B.R.} = (99.798 \pm 0.032) \%$$

Siano $\mathbf{k}$ e $-\mathbf{k}$ gli impulsi spaziali dei γ ; $\mathbf{e}_1$ ed $\mathbf{e}_2$ i rispettivi vettori di polarizzazione. Le due funzioni d'onda più semplici per lo stato finale di due fotoni con (simmetria di scambio pari) sono:

$$\psi_1(2\gamma) = A(\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2) \propto \cos \phi$$

$$\psi_2(2\gamma) = B(\vec{e}_1 \times \vec{e}_2) \cdot \vec{k} \propto \sin \phi$$

ψ_1 è pari sotto inversione spaziale, ψ_2 è dispari. Quindi:

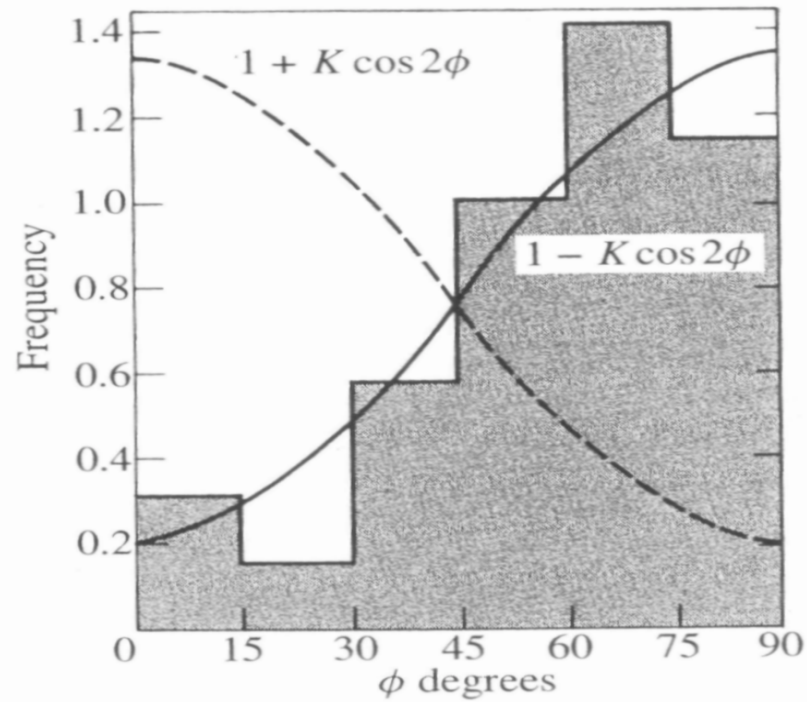
$$P_{\pi^0} = +1 \quad |\psi|^2 \propto \cos^2 \phi \qquad P_{\pi^0} = -1 \quad |\psi|^2 \propto \sin^2 \phi$$

dove ϕ è l'angolo fra i piani di polarizzazione dei γ . L'esperimento è stato fatto usando il decadimento:

$$\pi^0 \rightarrow e^+ + e^- + e^+ + e^-$$

(doppio Dalitz; B.R. = $(3.14 \pm 0.30) \times 10^{-5}$) in cui ciascuna coppia di Dalitz si trova prevalentemente nel piano di polarizzazione del fotone che “converte” internamente. Si trova $P_{\pi^0} = -1$.

$$\pi^0 \rightarrow e^+ + e^- + e^+ + e^-$$



L'assegnazione di **parità intrinseca** a una particella ha senso nel momento in cui questa **interagisce con altre** (come, per esempio, per la carica elettrica).

La **parità intrinseca del nucleone è assegnata per convenzione.**

La parità relativa di particella e antiparticella non è questione di convenzione.

Fermioni e antifermioni vengono creati a coppie, ad esempio:

$$p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}$$

mentre ciò non accade per i bosoni.

Fermioni: particella e antiparticella hanno parità **opposta**.

Bosoni: particella e antiparticella hanno parità **uguale**.

$$\left. \begin{array}{l} \vec{r} \rightarrow -\vec{r} \\ \vec{p} \rightarrow -\vec{p} \end{array} \right\} \text{vettori polari}$$

$$\vec{\sigma} \rightarrow \vec{\sigma} \quad \text{vettore assiale } (\vec{r} \times \vec{p})$$

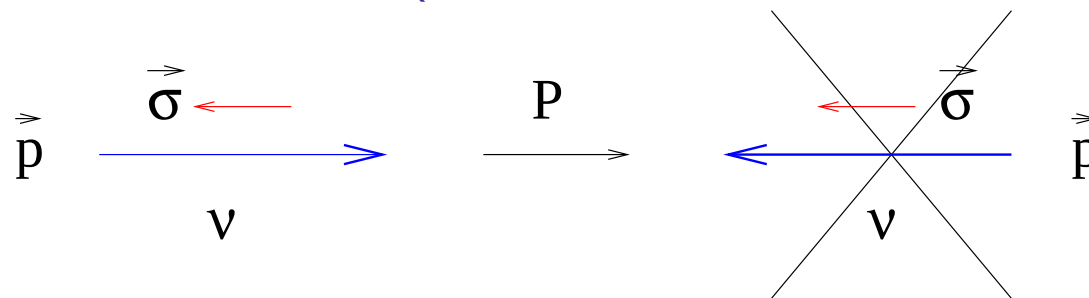
$$\vec{E} \rightarrow -\vec{E}$$

$$\vec{B} \rightarrow \vec{B}$$

Conservazione della Parità

La parità è conservata nelle interazioni forti ed elettromagnetiche, mentre è violata nelle interazioni deboli. (Teoria V-A, violazione massimale della parità)

Esempio:



Nello studio sperimentale delle interazioni forti ed elettromagnetiche si possono osservare piccolissime violazioni della parità, dovute al contributo delle interazioni deboli: $H = H_s + H_{em} + H_w$. Transizioni atomiche:



$$J^P = 2^- \quad J^P = 2^+$$

con larghezza $\Gamma_\alpha = (1.0 \pm 0.3) \times 10^{-10}$ eV, da confrontare con $^{16}\text{O}^* \rightarrow ^{16}\text{O} + \gamma$ di larghezza 3×10^{-3} eV.

Particelle e Antiparticelle

La relazione relativistica tra energia, impulso e massa per una particella:

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

dà per l'energia soluzioni sia positive che negative:

$$E = \pm \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$$

In Meccanica Quantistica un fascio di particelle libere (per esempio elettroni) di impulso p ed energia E che viaggiano lungo l'asse x positivo si rappresenta con un'onda piana:

$$\psi = A e^{-i(Et - px)/\hbar}$$

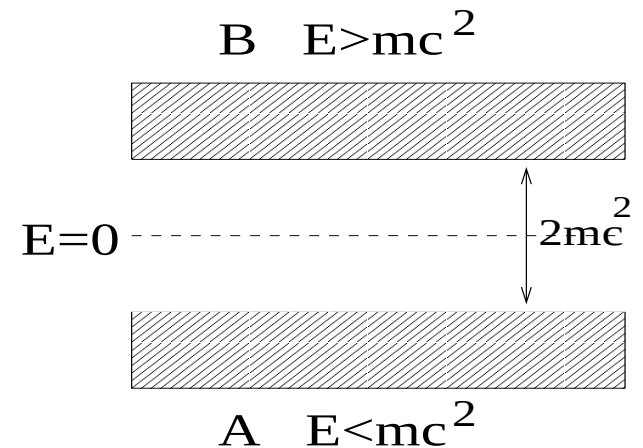
Formalmente questa espressione può rappresentare anche una particella di **energia $-E$ e impulso $-p$ che si muove in direzione di x negativo e all'indietro nel tempo.**



Questo flusso di elettroni negativi con energia negativa che vanno all'indietro nel tempo è equivalente a un flusso di cariche positive che vanno in avanti nel tempo e che hanno quindi energia positiva.

Gli stati di particelle a energia negativa sono connessi con l'esistenza di antiparticelle con energia positiva che hanno carica e momento magnetico opposti.

Il positrone, l'antiparticella dell'elettrone, fu scoperto sperimentalmente nel 1932.



Coniugazione di carica (C)

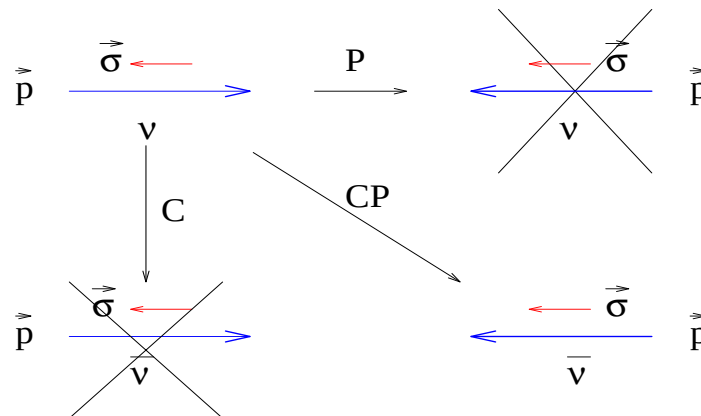
Inverte il segno di cariche e momenti magnetici.

In fisica classica le equazioni di Maxwell sono invarianti per:

$$q \rightarrow -q \quad \vec{j} \rightarrow -\vec{j} \quad \vec{E} \rightarrow -\vec{E} \quad \vec{H} \rightarrow -\vec{H}$$

In meccanica quantistica relativistica : **particella** $\leftrightarrow$ **antiparticella**

	p	$\xrightarrow{C}$	$\bar{p}$
Q	+e		-e
B	+1		-1
μ	$+2.79(e\hbar/2mc)$		$-2.79(e\hbar/2mc)$
σ	$\frac{1}{2}\hbar$		$\frac{1}{2}\hbar$



Autostati di C

Soltanto i bosoni neutri che sono antiparticelle di se stessi possono essere autostati di C.

$C|\pi^+\rangle \rightarrow |\pi^-\rangle \neq \pm |\pi^+\rangle$ π^+ e π^- non sono autostati di C. Per il π^0 :

$$C|\pi^0\rangle = \eta|\pi^0\rangle$$
$$\eta^2 = 1 \Rightarrow C|\pi^0\rangle = \pm|\pi^0\rangle$$

$$\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma \Rightarrow C_{\pi^0} = +1$$

Le interazioni elettromagnetiche conservano C, quindi il decadimento

$$\pi^0 \rightarrow 3\gamma$$

dovrebbe essere vietato. Sperimentalmente si trova:

$$\frac{BR(\pi^0 \rightarrow 3\gamma)}{BR(\pi^0 \rightarrow 2\gamma)} < 3.1 \times 10^{-8}$$

Conservazione di C

La coniugazione di carica C è conservata nelle interazioni forti ed elettromagnetiche, ma non nelle interazioni deboli.

- Spettri di particelle e antiparticelle, per esempio:

$$p^+ \bar{p} \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \dots$$

$$p^+ \bar{p} \rightarrow K^+ + K^- + \dots$$

- Decadimenti del mesone η ($J^P = 0^-, M = 550 \text{ MeV}/c^2$)

$$\eta \rightarrow \gamma\gamma \quad \text{B.R.} = (39.21 \pm 0.34) \%$$

$$\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0 \quad \text{B.R.} = (23.1 \pm 0.5) \%$$

$$\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma \quad \text{B.R.} = (4.77 \pm 0.13) \%$$

$$\eta \rightarrow \pi^0 e^+ e^- \quad \text{B.R.} < 4 \times 10^{-5}$$

$$B.R. \equiv \frac{\Gamma_{ch}}{\Gamma_{tot}}$$

Dal fatto che $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ segue che $C_\eta = +1$. Quindi il decadimento $\eta \rightarrow \pi^0 e^+ e^-$ è vietato dalla conservazione di C.

Decadimenti del Positronio

Il positronio è uno **stato legato e^+e^-** e possiede uno spettro di livelli simile a quello dell'atomo di idrogeno. Funzione d'onda:

$$\psi(e^+e^-) = \phi(\text{spazio}) \times \alpha(\text{spin}) \times \chi(\text{carica})$$

$\phi(\text{spazio})$ Lo scambio delle due particelle è equivalente a invertire le coordinate spaziali, quindi la simmetria di ϕ è $(-1)^L$

$$\alpha(\text{spin}) \begin{cases} \alpha(1,1) = \psi_1(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \psi_2(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \\ \alpha(1,0) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_1(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \psi_2(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}) + \psi_1(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}) \psi_2(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})] \\ \alpha(1,-1) = \psi_1(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}) \psi_2(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}) \\ \alpha(0,0) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_1(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \psi_2(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}) - \psi_1(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}) \psi_2(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})] \end{cases}$$

Tripletto S=1
Simmetrico

Singoletto S=0
Antisimmetrico

La simmetria di α è dunque $(-1)^{S+1}$

La funzione d'onda di carica acquista invece un fattore C.

La simmetria totale della funzione d'onda per lo scambio di e^+ ed e^- è

$$K = (-1)^L (-1)^{S+1} C$$

I due decadimenti osservati dallo stato $L=0$ sono:

$$(e^+e^-) \rightarrow 2\gamma$$

$$(e^+e^-) \rightarrow 3\gamma$$

Dei due possibili valori di J , $J=0$ deve corrispondere al decadimento in due fotoni, mentre $J=1$ corrisponde al decadimento in tre fotoni.

	$S=J$	L	C	K
2γ	0	0	+1	-1
3γ	1	0	-1	-1

($C = (-1)^n$ per un sistema di n fotoni).

In QED si possono calcolare le vite medie di questi stati:

	Γ	τ (teoria)	τ (esperimento)
2γ	$\frac{1}{2}mc^2\alpha^5$	$1.252 \times 10^{-10} \text{ s}$	$(1.252 \pm 0.017) \times 10^{-10} \text{ s}$
3γ	$\frac{2}{9\pi}(\pi^2 - 9)\alpha^6mc^2$	$1.374 \times 10^{-7} \text{ s}$	$(1.377 \pm 0.004) \times 10^{-7} \text{ s}$

Conservazione della Carica e Invarianza di Gauge

La carica elettrica viene conservata in tutti i processi.

$$\frac{n \rightarrow p \bar{\nu}_e \bar{\nu}_e}{n \rightarrow p e^- \nu_e} < 9 \times 10^{-24}$$

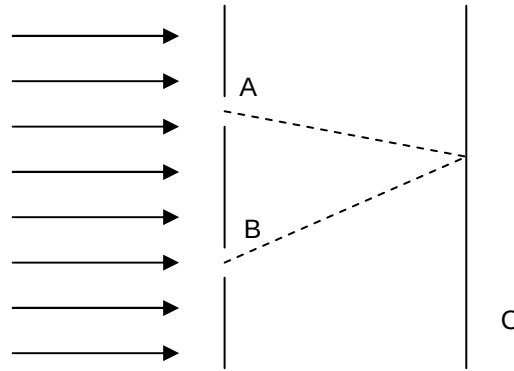
La conservazione della carica elettrica è connessa con l'invarianza di gauge del campo elettromagnetico.

Wigner(1949): Supponiamo di creare una carica Q in un punto dello spazio in cui il potenziale è ϕ . Spostiamo la carica in un punto in cui il potenziale è ϕ' . $\Delta W = Q(\phi - \phi')$.

Supponiamo di distruggere la carica in questo punto. Se W era il lavoro speso per creare la carica, questo lavoro verrà recuperato quando la carica viene distrutta. Si guadagna quindi un'energia $W - W + \phi - \phi'$ perchè W non dipende da ϕ .

La conservazione dell'energia implica che non si possano creare o distruggere cariche se la scala di potenziale elettrostatico è arbitraria.

$$\psi = e^{i(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega t)}$$



Supponiamo di inviare un fascio di elettroni su uno schermo in cui ci sono due fenditure A e B e di osservare la figura di interferenza in un secondo schermo posto C a distanza d dal primo.

$$\psi = e^{i(\vec{p} \cdot \vec{x} - Et)} = e^{ipx} \quad p \equiv (E, \vec{p}) \quad x \equiv (t, \vec{x}) \quad \hbar = c = 1$$

Ridefiniamo ψ aggiungendo una fase $-e\alpha$.

$$\psi = e^{(ipx - e\alpha)}$$

La figura di interferenza su C **dipende solo dalle differenze di fase** ed è **indipendente dalla fase globale $e\alpha$** . Se però $e\alpha = e\alpha(x)$:

$$\frac{\partial}{\partial x} i(p x - e\alpha) = i\left(p - e \frac{\partial \alpha}{\partial x}\right)$$

E il risultato globale *sembrerebbe dipendere dalla trasformazione di fase locale*.

Gli elettroni, però, interagiscono con il campo elettromagnetico. Il potenziale elettromagnetico è:

$$A \equiv (\phi, \vec{A})$$

L'effetto del potenziale è di cambiare la fase dell'elettrone:

$$p \rightarrow p + eA$$

Per cui il gradiente della fase diventa:

$$\frac{\partial}{\partial x} i(px + eAx - e\alpha(x)) = i \left(p + eA - e \frac{\partial \alpha}{\partial x} \right)$$

La libertà di Gauge implica che possiamo aggiungere al potenziale il gradiente di una funzione scalare:

$$A \rightarrow A + \frac{\partial \alpha}{\partial x}$$

In tal modo il gradiente della fase diventa *ip* indipendente da $\alpha(x)$.

L'effetto della trasformazione locale di fase viene cancellato esattamente dalla trasformazione di Gauge.

$$A \rightarrow A + \frac{\partial \alpha(x)}{\partial x}$$

CPT

Teorema CPT:

Tutte le interazioni sono invarianti per applicazione successiva di C, P e T prese in qualunque ordine.

$$m(\text{particella}) = m(\text{antiparticella}) \quad \frac{m_{K^0} - m_{\overline{K^0}}}{m_{K^0} + m_{\overline{K^0}}} < 10^{-19} \quad \text{massa}$$

$$\tau(\text{particella}) = \tau(\text{antiparticella}) \quad \frac{\tau_{\mu^+} - \tau_{\mu^-}}{\tau_{\mu^+} + \tau_{\mu^-}} < 10^{-4} \quad \text{vita media}$$

$$\mu(\text{particella}) = -\mu(\text{antiparticella}) \quad \frac{\mu_{e^+} - \mu_{e^-}}{\mu_{e^+} + \mu_{e^-}} < 10^{-12} \quad \text{momento magnetico}$$

CP

Nel 1964 è stata scoperto che il mesone K_L^0 , che normalmente decade in tre pioni ($CP = -1$), può decadere anche in due pioni ($CP=+1$). Questo risultato rappresenta la scoperta della **violazione di CP nell'interazione debole**. La violazione di CP è alla base della asimmetria tra materia e antimateria nel nostro universo.

La violazione di CP equivale alla **violazione di T** (tramite il teorema CPT).

Osservabili che sono sensibili alla violazione di T:

- Polarizzazione trasversa **$\sigma \cdot (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{p}_2)$** in decadimenti deboli tipo $\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu$. Limiti da questi studi $< 10^{-3}$.
- Momento di dipolo elettrico **$\sigma \cdot \mathbf{E}$** . Limite per il neutrone
$$\text{EDM}(n) < 1.0 \times 10^{-25} \text{ e} \cdot \text{cm}$$

Inversione Temporale (T)

$$t \rightarrow -t$$

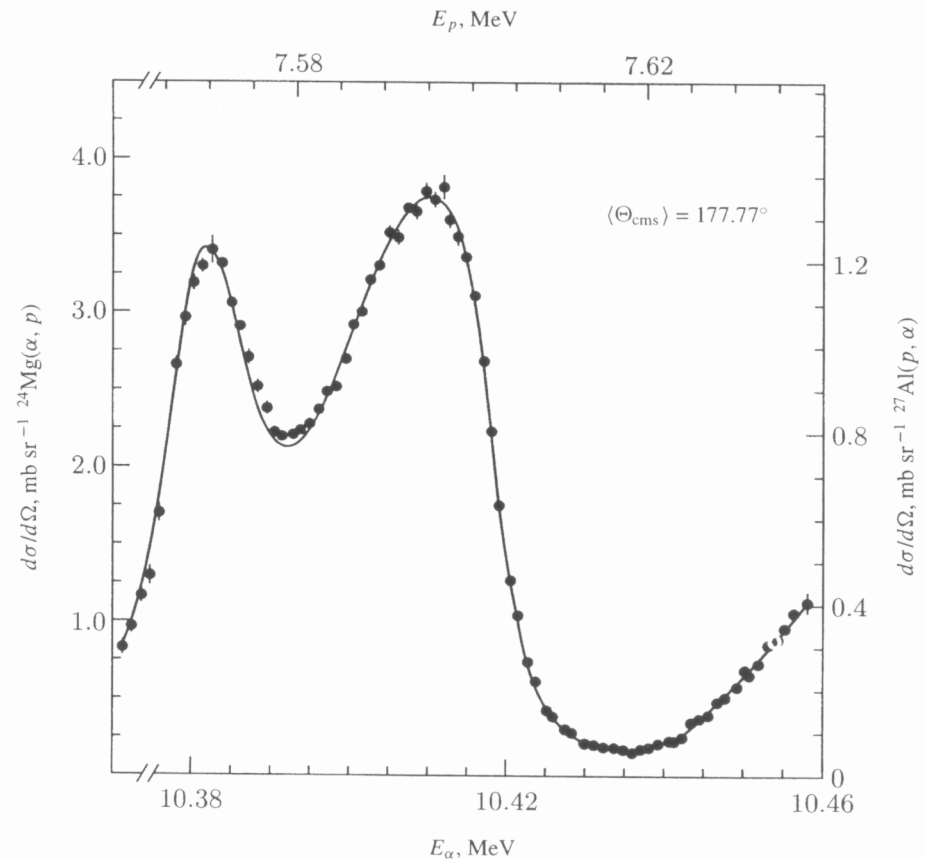
$$\vec{r} \rightarrow +\vec{r}$$

$$\vec{p} \rightarrow -\vec{p}$$

$$\vec{\sigma} \rightarrow -\vec{\sigma}$$

$$\vec{E} \rightarrow +\vec{E}$$

$$\vec{B} \rightarrow -\vec{B}$$



violazione di T $< 5 \times 10^{-4}$

Regola d'oro di Fermi

$$\frac{d^2 N}{dA dt} = \sigma \cdot n_b \cdot n_a v_i \quad W = \sigma \cdot n_a \cdot v_i$$

W = numero di interazioni per unità di tempo per particella bersaglio

La sezione d'urto contiene informazioni sulle proprietà delle particelle interagenti e sulla dinamica dell'interazione. Scrivendo l'hamiltoniana come:

$$H = H_0 + H'$$

si può dimostrare che al primo ordine perturbativo:

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{if}|^2 \frac{dn}{dE_0}$$

Fermi Golden Rule

$$M_{if} = \int \psi_f^* H' \psi_i d\tau$$

↑
contiene la dinamica dell'interazione

$$\frac{dn}{dE_0} \quad \text{densità degli stati finali (o spazio delle fasi)}$$

$$\sigma(a + b \rightarrow c + d) = \frac{1}{\pi \hbar^4} |M_{if}|^2 \frac{(2s_c + 1)(2s_d + 1)}{v_i v_f} p_f^2$$

Principio del Bilancio Dettagliato



Dall'invarianza per T e P si ottiene:

$$|M_{if}|^2 = |M_{fi}|^2$$

$$\langle f(\vec{p}_c, \vec{p}_d, s_c, s_d) | H' | i(\vec{p}_a, \vec{p}_b, s_a, s_b) \rangle$$

$\downarrow^T$

$$\langle i(-\vec{p}_a, -\vec{p}_b, -s_a, -s_b) | H' | f(-\vec{p}_c, -\vec{p}_d, -s_c, -s_d) \rangle$$

$\downarrow^P$

$$\langle i(\vec{p}_a, \vec{p}_b, -s_a, -s_b) | H' | f(\vec{p}_c, \vec{p}_d, -s_c, -s_d) \rangle$$

Sommando su tutte le $(2s+1)$ proiezioni di spin si ottiene per l'appunto $|M_{if}|^2 = |M_{fi}|^2$.

Se non c'è invarianza per T e P (interazioni deboli) si applica la teoria delle perturbazioni al primo ordine e dalla hermiticità di H' si ottiene lo stesso risultato.

Spin del $\pi^\pm$

Lo spin dei pioni carichi è stato determinato applicando il principio del bilancio dettagliato alla reazione:



$$\sigma_{pp \rightarrow \pi^+ d} = |M_{if}|^2 \frac{(2s_\pi + 1)(2s_d + 1)}{v_i v_f} p_\pi^2$$

$$\sigma_{\pi^+ d \rightarrow pp} = \frac{1}{2} |M_{fi}|^2 \frac{(2s_p + 1)^2}{v_f v_i} p_p^2$$

(il fattore $\frac{1}{2}$ deriva dall'integrazione su mezzo angolo solido, dovuta al fatto che ci sono due fermioni identici nello stato finale).

$$\frac{\sigma_{pp \rightarrow \pi^+ d}}{\sigma_{\pi^+ d \rightarrow pp}} = 2 \frac{(2s_\pi + 1)(2s_d + 1)}{(2s_p + 1)^2} \frac{p_\pi^2}{p_p^2}$$

Dalla misura delle sezioni d'urto per la reazione diretta e quella inversa si è ottenuto:

$$s_\pi = 0$$

Spin del π^0

Per il pione neutro il decadimento $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ dimostra che questo mesone non può avere spin 1.

Per un fotone (massa nulla, spin 1) $s_z = \pm 1$. Prendendo la direzione di volo dei due fotoni come asse di quantizzazione e indicando con S lo spin totale dei due fotoni si ha: $S_z = 0$ oppure $S_z = 2$. Se il π^0 ha spin 1 allora $S_z = 0$. In questo caso la funzione d'onda dei due fotoni deve andare come $P^0_1(\cos\theta)$ che è dispari per lo scambio dei due fotoni. La funzione d'onda deve essere però simmetrica per lo scambio dei due bosoni identici, per cui lo spin del π^0 non può essere 1. In conclusione $s_\pi = 0$ oppure $s_\pi \geq 2$.