Masse e Meccanismo di Higgs

Fenomenologia delle Interazioni Forti

Diego Bettoni

Anno Accademico 2008-09

Il Meccanismo di Higgs

Si assume che l'universo sia permeato di un campo a spin zero, detto campo di Higgs, doppietto in $SU(2)$ e con ipercarica $U(1)$, ma privo di colore. I bosoni di gauge e i fermioni interagiscono con questo campo e in seguito a questa interazione acquisiscono massa.

I numeri quantici $SU(2)$ e $U(1)$ dello stato di vuoto (lo stato fondamentale) non sono nulli, quindi le simmetrie $SU(2)$ e $U(1)$ sono rotte (rottura spontanea della simmetria).

In questo contesto le masse dei bosoni $W^{\pm}$ e Z^0 possono essere calcolate in termini di parametri misurati.

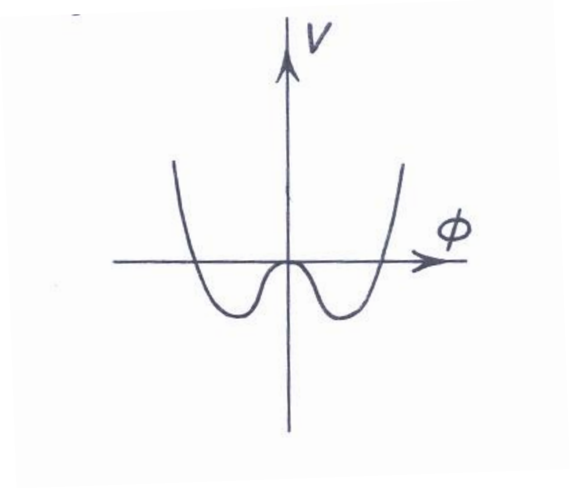
Rottura Spontanea di Simmetria

$$\mathcal{L} = T - V = \frac{1}{2}\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \left(\frac{1}{2}\mu^2 \phi^2 + \frac{1}{4}\lambda \phi^4 \right)$$

- Possiamo imporre $\lambda>0$ perchè il potenziale sia limitato inferioremente per $\phi \to \infty$.
- La teoria è invariante per $\phi \to -\phi$.
- Per trovare lo spettro è necessario
  - trovare il minimo del potenziale (stato fondamentale $\to$ vuoto)
  - espandere i campi attorno al loro valore al minimo per trovare le eccitazioni del sistema
- Il termine in ϕ^4 rappresenta un'interazione di intensità λ.
- Potenze di ϕ più elevate di 4 rendono la teoria non rinormalizzabile.

Se $\mu^2>0$ il vuoto corrisponde a $\phi=0$, che minimizza il potenziale. In tal caso μ^2 si può interpretare come la (massa)^2.
Se però $\mu^2<0$ troviamo il minimo del potenziale:

$$\frac{\partial V}{\partial \phi} = 0 \quad \Rightarrow \quad \phi\left(\mu^2 + \lambda\phi^2\right) = 0$$



Minimo energia cinetica: ϕ=costante.
Il valore ϕ=0 non va bene perchè non corrisponde a un minimo del potenziale.

$$\phi = \pm\sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} \equiv v$$

v viene chiamato il valore di aspettazione sul vuoto di ϕ, mentre ϕ viene chiamato campo di Higgs.

Studiamo la teoria nella regione del minimo per determinare lo spettro.

$$\phi(x) = v + \eta(x)$$

Espandiamo intorno a η=0.
Sarebbe possibile anche la scelta $\phi(x) = -v + \eta(x)$, ma le conclusioni fisiche sono equivalenti a causa della simmetria per riflessione $\phi \rightarrow -\phi$.

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu \eta \partial^\mu \eta\right) - \left\{\frac{1}{2}\mu^2\left[v^2 + 2\eta v + \eta^2\right] + \frac{1}{4}\lambda\left[v^4 + 4v^3\eta + 6v^2\eta^2 + 4v\eta^3 + \eta^4\right]\right\}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\partial_\mu \eta \partial^\mu \eta\right) - \left\{\frac{v^2}{2}\left(\mu^2 + \frac{1}{2}\lambda v^2\right) + \eta v\left(\mu^2 + \lambda v^2\right) + \frac{\eta^2}{2}\left(\mu^2 + 3\lambda v^2\right) + \lambda v \eta^3 + \frac{1}{4}\lambda \eta^4\right\}$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu \eta \partial^\mu \eta\right) - \left\{\lambda v^2 \eta^2 + \lambda v \eta^3 + \frac{1}{4}\lambda \eta^4\right\} + \text{costante}$$

$$m_\eta^2 = 2\lambda v^2 = -2\mu^2$$

interazioni

- Le descrizioni della teoria in termini di ϕ o di η devono essere equivalenti.
- E’ essenziale espandere intorno al minimo per avere una soluzione convergente.
- La particella scalare descritta dalla teoria con $\mu^2<0$ è uno scalare reale, la cui massa nasce dall’interazione con altri scalari, perchè al minimo del potenziale c’è un valore di aspettazione non nullo v.
- Non c’è più traccia della simmetria per riflessione della lagrangiana originale. La simmetria è stata rotta quando abbiamo scelto un vuoto specifico intorno a cui espandere ($+v$ invece di $-v$): il vuoto non ha la simmetria della lagrangiana originale, quindi nemmeno le soluzioni ce l’hanno.
- Si parla di rottura spontanea della simmetria.

Campo Scalare Complesso

$$\phi = \frac{\phi_1 + i\phi_2}{\sqrt{2}} \qquad \mathcal{L} = \left(\partial_\mu \phi\right)^* \left(\partial^\mu \phi\right) - \mu^2 \phi^* \phi - \lambda \left(\phi^* \phi\right)^2$$

$$\phi \rightarrow \phi' = e^{i\chi}\phi$$ Simmetria globale $U(1)$

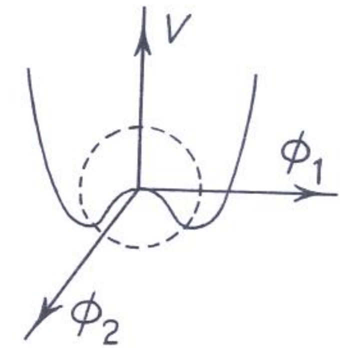
$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu \phi_1\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\partial_\mu \phi_2\right)^2 - \frac{1}{2}\mu^2\left(\phi_1^2 + \phi_2^2\right) - \frac{\lambda}{4}\left(\phi_1^2 + \phi_2^2\right)^2$$

Per $\mu^2>0$ il minimo è nell'origine
Per $\mu^2<0$ il minimo si trova lungo la circonferenza di raggio v.

$$\phi_1^2 + \phi_2^2 = \frac{-\mu^2}{\lambda} = v^2$$

Scegliamo $\phi_1 = v$, $\phi_2 = 0$

$$\phi(x) = \frac{v + \eta(x) + i\rho(x)}{\sqrt{2}}$$



Mexican Hat Potential

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \rho)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)^2 + \mu^2\eta^2 + \lambda v(\eta\rho^2 + \eta^3) - \frac{\lambda}{2}\eta^2\rho^2 - \frac{\lambda}{4}\eta^4 - \frac{\lambda}{4}\rho^4 + \text{costante}$$

$$m_\eta{}^2 = |\mu|$$

- η corrisponde a un campo massivo
- I termini in ρ^2 si annullano, quindi ρ ha massa nulla: bosone di Goldstone !
- Teorema di Goldstone: quando si ha rottura spontanea di una simmetria globale continua, nello spettro c'e' un bosone di massa nulla.
- In questo caso la simmetria globale $U(1)$ è rotta spontaneamente perchè abbiamo dovuto scegliere un punto sulla circonferenza intorno a cui effettuare l'espansione.
- Il potenziale è minimo lungo una circonferenza: le eccitazioni radiali corrispondono a particelle massive (curvatura del potenziale) mentre lungo la circonferenza il potenziale è piatto.

Il Meccanismo di Higgs Abeliano

Richiediamo invarianza di gauge locale:

$$\phi(x) \to \phi'(x) = e^{i\chi(x)}\phi(x) \qquad \partial_\mu \to \mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - igA_\mu$$

$$A_\mu \to A'_\mu = A_\mu - \frac{1}{g}\partial_\mu \chi(x)$$

$$\mathcal{L} = (\mathcal{D}_\mu \phi)^* (\mathcal{D}^\mu \phi) - \mu^2 \phi^* \phi - \lambda (\phi^* \phi)^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$$

- Per $\mu^2>0$ descrive l'interazione di una particella scalare con un campo A_μ.
- Non ci sono termini di massa per A_μ.
- Questa lagrangiana contiene quattro campi indipendenti: i due scalari ϕ_1 e ϕ_2 e le due polarizzazioni trasverse del campo A_μ (che ha massa nulla).
- Anche in questo caso cerchiamo soluzioni per $\mu^2<0$.

$$\phi(x) = \eta(x) e^{-i\rho(x)} \qquad \phi(x) = \frac{v + h(x)}{\sqrt{2}}$$

η,ρ e h reali, utilizzando una χ opportuna.

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left[\left(\partial^{\mu} + igA^{\mu}\right)(v+h)\right]\left[\left(\partial_{\mu} - igA_{\mu}\right)(v+h)\right]$$

$$-\frac{v^2}{2}(v+h)^2 - \frac{\lambda}{4}(v+h)^4 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\partial_{\mu}h\right)\left(\partial^{\mu}h\right) + \frac{1}{2}g^2v^2A_{\mu}A^{\mu} - \lambda v^2h^2 - \lambda vh^3$$

$$-\frac{\lambda}{4}h^4 + g^2vhA_{\mu}A^{\mu} + \frac{1}{2}g^2h^2A_{\mu}A^{\mu} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

Il bosone di gauge
ha acquisito una massa !!!

$$\boxed{M_A = gv}$$

Il bosone di Higgs con massa $\sqrt{2\lambda v^2}$

- Anche in questo caso la lagrangiana è invariante, ma non lo stato di vuoto.
- I gradi di libertà sono sempre 4: il bosone di Higgs e le tre polarizzazioni del bosone di gauge massivo.
- Il bosone di Goldstone del caso precedente (simmetria $U(1)$) globale) è diventato lo stato di polarizzazione longitudinale del bosone di gauge.
- Meccanismo di Higgs.
- Il bosone di Higgs dovrebbe esistere come particella fisica.
- La massa del bosone di gauge è fissata se sono noti g^2 e v, ma non la massa dello Higgs che dipende dal parametro ignoto λ.

Il Meccanismo di Higgs nel Modello Standard

Nel modello standard il campo di Higgs è un doppietto in *SU(2)*

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}$$

$$\phi^+ = \frac{\phi_1 + i\phi_2}{\sqrt{2}} \qquad \phi^0 = \frac{\phi_3 + i\phi_4}{\sqrt{2}}$$

Campi complessi

$$\mathcal{L} = \left(\partial_\mu \phi\right)^\dagger \left(\partial^\mu \phi\right) - \mu^2 \phi^\dagger \phi - \lambda \left(\phi^\dagger \phi\right)^2$$

$$\phi^\dagger \phi = \begin{pmatrix} \phi^{+*} & \phi^{0*} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \phi^{+*}\phi^+ + \phi^{0*}\phi^0$$

$$\phi^\dagger \phi = \frac{\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2}{2}$$

Studiamo il potenziale: $V(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda \left(\phi^\dagger \phi\right)^2$

$V(\phi)$ è invariante sotto la trasformazione di gauge locale:

$$\phi(x) \rightarrow \phi'(x) = e^{i\vec{\alpha}(x)\cdot\vec{\tau}/2} \phi(x)$$

Per $\mu^2 < 0$ $V(\phi)$ ha un minimo per:

$$\phi^\dagger \phi = \frac{-\mu^2}{2\lambda} = \frac{v^2}{2}$$

Scegliamo una direzione: $\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$ $\quad \phi_3 = v, \phi_1 = \phi_2 = \phi_4 = 0$

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}$$

Cerchiamo equazioni con H(x).
Questa scelta è sempre possibile grazie all'invarianza di gauge locale.

La simmetria originale era:

$$\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2 = \text{invariante}$$

Scegliendo la direzione abbiamo rotto tre simmetrie: a queste corrispondono altrettanti bosoni di Goldstone, che verranno assorbiti nei gradi di polarizzazione longitudinale di $W^\pm$ e Z^0.

La carica elettrica, l'isospin debole e l'ipercarica $U(1)$ del campo di Higgs sono legati dalla seguente relazione:

$$Q = T_3 + \frac{Y_H}{2}$$

Si ha Y_H=1.

La scelta di ϕ^0 come componente che sviluppa un valore di aspettazione sul vuoto garantisce la conservazione della carica elettrica.

Se il vuoto ϕ_0 è invariante per trasformazioni in un sottogruppo del gruppo originale $SU(2)\times U(1)$ il bosone di gauge associato a quel sottogruppo rimane privo di massa. Dato che una sola componente del doppietto di Higgs ha un valore di aspettazione sul vuoto la simmetria $SU(2)$ è rotta. Poichè $Y_H \neq 0$ anche la simmetria $U(1)$ è rotta. Tuttavia operando con la carica elettrica Q:

$$Q\phi_0 = \left(T_3 + \frac{Y}{2} \right)\phi_0$$

cioè il vuoto è invariante per la trasformazione $\phi_0 \to \phi_0' = e^{i\alpha(x)Q}\phi_0 = \phi_0$

Trasformazione $U'(1)$ corrispondente all'interazione elettromagnetica: il fotone rimane privo di massa.

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - ig_1 \frac{Y}{2} B_\mu - ig_2 \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{W}_\mu$$

Quando ϕ acquisisce un valore di aspettazione sul vuoto, procedendo in modo analogo a quanto fatto in precedenza si hanno nella lagrangiana i termini:

$$\phi^\dagger \left(ig_1 \frac{Y}{2} B_\mu + ig_2 \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{W}_\mu \right)^\dagger \left(ig_1 \frac{Y}{2} B^\mu + ig_2 \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{W}^\mu \right) \phi$$

Utilizzando $\phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$ otteniamo:

$$\frac{1}{8} \left| \begin{pmatrix} g_1 B_\mu + g_2 W_\mu^3 & g_2 \left(W_\mu^1 - i W_\mu^2 \right) \\ g_2 \left(W_\mu^1 + i W_\mu^2 \right) & g_1 B_\mu + g_2 W_\mu^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \right|^2$$

$$= \frac{1}{8} v^2 g_2^2 \left(\left(W_\mu^1 \right)^2 + \left(W_\mu^2 \right)^2 \right) + \frac{1}{8} v^2 \left(g_1 B_\mu - g_2 W_\mu^3 \right)^2$$

$$\boxed{\left(\frac{1}{2} v g_2 \right)^2 W_\mu^+ W^{-\mu}}$$

$$\boxed{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} v \sqrt{g_1^2 + g_2^2} \right)^2 Z_\mu Z^\mu}$$

Per un bosone carica il termine di massa è della forma $m^2 W^+ W^-$.

Confrontando con:

$$\left(\frac{1}{2} v g_2\right)^2 W_\mu^+ W^{-\mu}$$

Otteniamo:

$$M_W = \frac{v g_2}{2}$$

Per un bosone carica il termine di massa è della forma $m^2 ZZ/2$.

$$M_Z = \frac{1}{2} v \sqrt{g_1^2 + g_2^2}$$

$$M_\gamma = 0$$

$$\frac{M_W}{M_Z} = \cos\theta_W$$

$$\rho = \frac{M_W}{M_Z \cos\theta_W}$$

Masse dei Fermioni

Lagrangiana di interazione dei fermioni con il campo di Higgs:

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = g_e\left(\bar{L}\,\phi e_R^- + \phi^\dagger \bar{e}_R^- L\right)$$

Invariante in $SU(2)$. g_e costante arbitraria.

$$\phi \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v+H \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \frac{g_e v}{\sqrt{2}}\left(\bar{e}_L^- e_R^- + \bar{e}_R^- e_L^-\right) + \frac{g_e}{\sqrt{2}}\left(\bar{e}_L^- e_R^- + \bar{e}_R^- e_L^-\right)H$$

Vertice H-e

$$\frac{g_e}{\sqrt{2}} = \frac{m_e}{v}$$

Termine di massa per e

$$m_e = \frac{g_e v}{\sqrt{2}}$$

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = m_e \bar{e} e + \frac{m_e}{v}\bar{e} e H$$

Non c'è termine di massa per il neutrino, a causa dell'assenza del ν_R. Ciò implica che il neutrino non interagisce con lo Higgs. Se esistesse un ν_R. avrebbe $T_3=0$, $Q=0$ per cui non si accoppierebbe a $W^\pm$, Z^0, γ, per cui sarebbe difficile da osservare.

Per le masse dei quarks bisogna tener conto anche dell'esistenza di u_R.

$$\psi = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$ doppietto in $SU(2)$ $\Longrightarrow$ $$\psi_c = -i\tau_2\psi^* = \begin{pmatrix} -b^* \\ a^* \end{pmatrix}$$ doppietto in $SU(2)$

$$\phi_c = \begin{pmatrix} -\phi^{0*} \\ \phi^- \end{pmatrix} \qquad \phi_c \to \begin{pmatrix} -\dfrac{v+H}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = g_d \overline{Q}_L \phi d_R + g_u \overline{Q}_L \phi_c u_R + \text{h.c.}$$

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = m_d \bar{d}d + m_u \bar{u}u + \frac{m_d}{v}\bar{d}dH + \frac{m_u}{v}\bar{u}uH$$

Anche in questo caso i parametri g_d e g_u sono arbitrari. Le masse vengono incluse nel modello standard, ma non vengono predette: è necessario misurarle.

Questo procedimento si può ripetere per i fermioni della seconda e terza famiglia. Lo Higgs interagisce con i fermioni con una intensità proporzionale alla massa m_f, per cui si accoppia più fortemente ai fermioni più pesanti.