

LA GONIOMETRIA

Specializzando Caterina Mazzoni

1. Destinatari

Questa unità didattica è rivolta a studenti del 4° anno del Liceo Scientifico tradizionale. Le ore settimanali previste sono 3.

2. Inquadramento nei programmi ministeriali

Programmi Brocca: in riferimento allo studio della trigonometria i programmi Brocca per il liceo scientifico prevedono lo studio delle funzioni circolari e delle relative formule di addizione e sue principali conseguenze al 4° anno. Nei commenti si trova:

Lo studio della trigonometria, ridotto all'essenziale, è finalizzata alla risoluzione dei triangoli; esso risponde anche alle necessità proprie delle altre scienze.

Programmi ministeriali: lo studio delle funzioni goniometriche, curve dei seni e delle tangenti, formule per l'addizione la sottrazione, la duplicazione, la bisezione degli argomenti, sono previsti nella classe IV.

Piano Nazionale per l'informatica: lo studio della trigonometria è previsto nel tema 1: ***"coseno e seno degli angoli convessi. Relazione tra lati ed angoli nei triangoli rettangoli"*** da svolgersi nella classe terza. Lo studio delle funzioni goniometriche, invece, è previsto nel tema 3 : ***"Funzioni circolari. Formule di addizione e principali conseguenze."*** da svolgersi sempre nella classe terza.

Riforma Moratti: questi programmi invece, vedono lo studio della trigonometria nel secondo biennio con: ***"Seno, coseno e tangente di un angolo. Proprietà fondamentali. Funzioni seno, coseno e tangente."***

La proposta dell'UMI: lo studio della trigonometria è previsto nel secondo biennio, quando gli studenti conoscono gli elementi fondamentali di geometria piana, in particolare le similitudini. Per quanto riguarda le conoscenze previste, esse sono così enunciate:

- ✚ **Seno, coseno, e tangente di un angolo**
- ✚ **Coordinate polari**
- ✚ **Relazioni trigonometriche nel triangolo rettangolo**

Le abilità interessate sono:

- ✚ **Analizzare in forma problematica la risolubilità dei triangoli rettangoli e risolverli.**
- ✚ **Utilizzare la trigonometria in semplici problemi nell'ambito di altri settori disciplinari (Astronomia, Fisica, Topografia, Geografia della Terra)**

1. Obiettivi specifici

1.1. Conoscenze

- Conoscere la misura degli angoli in radianti e in gradi;
- Conoscere le funzioni goniometriche seno, coseno, tangente, secante, cosecante e cotangente;
- Conoscere le funzioni goniometriche inverse;
- Conoscere i grafici delle funzioni goniometriche elementari;
- Conoscere il significato goniometrico del coefficiente angolare di una retta;
- Conoscere le relazioni che intercorrono tra le funzioni goniometriche di particolari coppie di angoli associati.

1.2. Abilità

- Saper trasformare la misura in gradi degli angoli nella misura in radianti e viceversa;
- Saper distinguere le diverse funzioni goniometriche elementari;
- Saper tracciare i grafici delle funzioni goniometriche elementari ed inverse;
- Saper operare con i sistemi di misurazione degli angoli;

- Saper definire e rappresentare graficamente le principali funzioni goniometriche;
- Saper applicare la relazione fondamentale della goniometria;
- Saper semplificare espressioni contenenti funzioni goniometriche
- Saper operare con le funzioni goniometriche di angoli associati;
- Saper applicare le funzioni goniometriche per risolvere problemi di fisica: moto circolare uniforme, moto di un proiettile.

2. Contenuti

- Le origini della trigonometria
- Misura degli angoli e degli archi
- Formule di trasformazione: dai gradi ai radianti e viceversa
- Angoli e archi orientati e loro misura
- Le funzioni seno, coseno, tangente e cotangenti di un angolo orientato
- La circonferenza goniometrica
- Le funzioni seno e coseno di un angolo definiti nella circonferenza goniometrica
- Relazione fondamentale della goniometria
- Le funzioni tangente e cotangente di un angolo definite nella circonferenza goniometrica.
- Le funzioni secante e cosecante
- Funzioni goniometriche di alcuni angoli particolari
- Le funzioni goniometriche inverse
- Interpretazione del coefficiente angolare di una retta
- Relazione tra le funzioni goniometriche di particolari coppie di angoli associati.

3. Prerequisiti

- Definizione di angolo e la sua misura in gradi;
- Lunghezza della circonferenza e area del cerchio;
- Il numero π ;
- Concetto di funzione;
- Equazione della circonferenza con centro nell'origine;
- Equazione della retta e coefficiente angolare;
- Rappresentazione di punti e curve nel piano cartesiano; (requisito valido anche per la seconda unità didattica);
- Proprietà dei triangoli particolari.

4. Accertamento dei prerequisiti:

Per la comprensione del seguente modulo didattico è indispensabile la conoscenza dei prerequisiti sopra elencati. L'accertamento avverrà mediante semplice dialogo con gli studenti e se necessario si provvederà al recupero di alcuni di questi. Si cercherà, ogniquale volta questi verranno utilizzati di richiamare proprietà e concetti ad essi legati.

5. Metodologia didattica:

Le strategie didattiche che si intendono adottare sono: lezioni frontali, lettura guidata del libro di testo, discussione in classe per dar luogo a lezioni di tipo dialogico, utilizzo dei software didattici Cabri Géomètre, per quanto riguarda l'introduzione del concetto di radiante e del grafico della funzione seno, Derive per quanto riguarda il grafico delle funzioni goniometriche, delle loro inverse e dei grafici deducibili. Infine la storia della Matematica come strumento metodologico per inquadrare da un punto di vista storico le nozioni e i concetti introdotti, con brevi accenni, affinché la matematica non sembri una scienza data una volta per tutte ma frutto di una evoluzione. Si farà attenzione a fare molti esempi una volta che si è introdotto un nuovo concetto perché esso possa

essere più chiaro. Si assegneranno esercizi per casa, facendo attenzione a correggere in classe quelli che hanno dato maggiore difficoltà.

6. Materiali e strumenti utilizzati:

Per quanto riguarda i sussidi didattici, si utilizzeranno:

la lavagna tradizionale, il libro di testo, la calcolatrice scientifica. Si farà poi uso del laboratorio di matematica mediante l'utilizzo di Cabri e Derive.....

7. Controllo dell'Apprendimento:

Si ritiene opportuno controllare l'apprendimento degli studenti attraverso due tipi di verifica:

verifiche formative: effettuate anche giorno per giorno attraverso il controllo dei quaderni, la risoluzione di esercizi in classe, per acquisire maggiori capacità di maneggiare i concetti appena spiegati e discussioni in classe per dar modo agli studenti di chiarire i loro dubbi;

verifiche sommative suddivise in:

- ✓ scritta che si effettuerà alla fine di ogni unità didattica e che permetterà di verificare l'autonomia dello studente nell'utilizzo degli strumenti forniti;
- ✓ orale per controllare il livello di apprendimento e di studio;

8. Valutazioni:

Le interrogazioni orali saranno tese ad individuare se l'alunno possiede una conoscenza approfondita e consapevole, valutando anche il modo di argomentare e l'organicità dell'espressione. Negli elaborati scritti invece verrà valutata soprattutto la capacità di applicare le conoscenze per risolvere quesiti di vario genere attraverso l'uso di tecniche, metodi e procedure specifiche, nonché di abilità logiche. Tali elaborati verranno valutati attraverso l'attribuzione ad ogni esercizio di un punteggio. La diversità di punteggio tra i vari esercizi rispecchia i livelli diversi di difficoltà in termini di conoscenze, abilità per svolgerli. Nell'attribuire il punteggio si terrà conto di:

- competenze e capacità logiche,
- correttezza e completezza nella risoluzione,
- conoscenze specifiche,
- chiarezza e ordine nel processo seguito.

9. Recupero:

Alla fine di ciascuna verifica, se saranno riscontrati casi di insufficienza, si organizzeranno attività di recupero finalizzato a colmare le lacune riscontrate. Tali attività potranno essere effettuate nei seguenti modi:

lavoro a casa: ripasso, esercizi, costruzioni di sintesi e schemi su contenuti e procedimenti;

lavoro in classe: si proporranno nuovi esercizi e schede guidate. Si potrà istituire inoltre uno sportello per gli allievi, in prossimità delle verifiche sommative.

10 Tempi dell'intervento didattico

I tempi previsti sono:

Presentazione dei contenuti e esercizi proposti in classe	Ore previste
Angoli, archi e loro misura	1
Funzioni seno, coseno, tangente e cotangente. Circonferenza goniometrica.	2
Variazioni delle funzioni goniometriche elementari. Relazioni tra funzioni goniometriche di uno stesso angolo	2

Interpretazione goniometrica del coefficiente angolare di una retta. Relazione tra le funzioni goniometriche di particolari coppie di angoli associati.	2
Le inverse delle funzioni goniometriche elementari.	2
Le formule goniometriche	3
Verifica formativa	1
Verifica sommativa	2
Totale	15

Sviluppo dei contenuti

Introduzione storico – epistemologica

Le origini della goniometria e della trigonometria sono molto lontane, risalgono a qualche secolo prima di Cristo e sono inizialmente ispirate da esigenze legate alla risoluzione di vari problemi pratici di geodesia, navigazione, astronomia, problemi che in genere richiedono di risalire alla determinazione di angolazioni e distanze non direttamente misurabili. L'opera più antica che può veramente considerarsi come un trattato organico di trigonometria è la Composizione Matematica dell'astronomo C. Tolomeo (100 – 178). Nell'anno 827 la Composizione è tradotta dagli arabi con il titolo **Almagesto** e successivamente in latino. Tale opera rappresenta per diversi secoli l'unica fonte per lo studio della trigonometria. A partire dal XVI^o secolo la trigonometria si sviluppa e si afferma anche come disciplina autonoma, raggiungendo quel rigore teorico e quell'aspetto formale e simbolico caratteristici del linguaggio matematico.

Misura di angoli e archi

Partendo dalla definizione di angolo, si arriva a quella di arco e ci pone il problema di definire una unità di misura degli angoli. Si definiscono quindi i **gradi** come la 360-sima parte dell'angolo giro e si può far notare che tale suddivisione risale ai Babilonesi (II^o sec. a.C.) che contavano il ciclo delle stagioni in 360 giorni. Si definisce il **radiante** l'angolo al centro di una circonferenza, di raggio arbitrario **r**, che sottende un arco **l** di lunghezza uguale al raggio stesso. . In generale, la misura in radianti di un angolo che sottende un arco circolare di lunghezza **l**, è: $\frac{l}{r}$, essendo **r** il raggio della circonferenza di cui l'arco è parte.

Si fa notare che prendendo una circonferenza concentrica alla prima il rapporto tra il nuovo raggio e il nuovo arco è uguale al precedente. **Quindi:** se ogni volta che si misura un arco **l** si usa come unità di misura il raggio della circonferenza cui appartiene, si ottiene un numero che non dipende dalla circonferenza, ma solo dall'angolo α che sottende l'arco.

Nota: A questo punto i ragazzi verranno portati in laboratorio per comprendere meglio la definizione di radiante.

Formule di trasformazione dai radianti ai gradi e viceversa.

Date le misure di un angolo α in gradi e in radianti, vale la proporzione:

$$\alpha^{\circ} : \alpha_{rad} = 360^{\circ} : 2\pi$$

da cui si ricavano le formule che convertono la misura di un angolo da radianti a gradi e viceversa:

$$\alpha^{\circ} = \alpha_{rad} * \frac{180^{\circ}}{\pi} \qquad \alpha_{rad} = \alpha^{\circ} * \frac{\pi}{180^{\circ}}$$

Osservazione: Dalla relazione $\alpha = \frac{l}{r}$ come formula inversa si ricava la lunghezza dell'arco di circonferenza di raggio r sotteso da un angolo al centro di misura α radianti: $l = \alpha r$

Angoli e archi orientati e loro misura

È spesso necessario attribuire ad un angolo un'orientazione. Per convenzione si considera come **positiva** una rotazione che avviene nel **verso antiorario** e **negativa** quella che avviene nel **verso orario**.

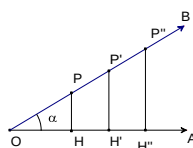
Le funzioni seno, coseno, tangente e cotangenti di un angolo orientato

Si definiscono inizialmente tali funzioni, dato un angolo di ampiezza α come rapporti tra segmenti :

$$\frac{HP}{OP} = \frac{H'P'}{OP'} = \frac{H''P''}{OP''} = \dots$$

$$\frac{OH}{OP} = \frac{OH'}{OP'} = \frac{OH''}{OP''} = \dots$$

$$\frac{HP}{OH} = \frac{H'P'}{OH'} = \frac{H''P''}{OH''} = \dots$$



La circonferenza goniometrica.

Si chiama **circonferenza goniometrica** e la indicheremo con γ , una circonferenza orientata alla quale è associato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale, la cui origine coincide con il centro della circonferenza stessa e la cui unità di misura è assunta uguale al raggio di quest'ultima. Il senso positivo di percorso sulla circonferenza è, convenzionalmente quello antiorario.

Si definiscono ora nuovamente le funzioni goniometriche appena viste sulla circonferenza orientata, facendo notare ai ragazzi che le nuove definizioni date di tali funzioni sono equivalenti alle precedenti.

Le funzioni seno e coseno di un angolo definiti nella circonferenza goniometrica

Per ogni numero reale $\alpha \in [0; 2\pi]$, sia $P \in \gamma$ il punto tale che $\widehat{AP} = \alpha$. L'angolo $\widehat{AOP}$ misura dunque α radianti.

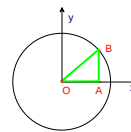
Definizione: Si definiscono **coseno** e **seno** di α rispettivamente l'ascissa e l'ordinata del punto P e si scrive: $P(\cos \alpha; \sin \alpha)$.

Le variazioni delle funzioni seno e coseno. Prima relazione fondamentale della goniometria.

Si vanno ora a vedere le variazioni delle funzioni seno e coseno nei 4 quadranti della circonferenza goniometrica da cui si può vedere che il dominio di tali funzioni è l'intervallo chiuso $[-1, 1]$. Si fa notare inoltre che poiché $P(\cos \alpha, \sin \alpha)$ appartiene alla circonferenza di equazione $X^2 + Y^2 = 1$, le sue coordinate devono soddisfare a tale equazione, cioè deve essere:

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1.$$

Tale relazione esprime il teorema di Pitagora applicato al triangolo rettangolo $\triangle AOB$



Si possono a questo punto mostrare le funzioni seno e coseno relativamente a particolari angoli ($30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$)

Periodicità della funzione coseno e seno.

È opportuno riprendere il concetto di periodo di una funzione: $y = f(x)$ è **periodica** di periodo T (con $T > 0$) se, per qualunque numero intero relativo k , si ha $f(x + kT) = f(x)$. Si fa notare ai ragazzi che le funzioni seno e coseno sono state definite per $\alpha \in [0, 2\pi]$. Tali funzioni vengono poi definite su tutto l'asse reale in modo **periodico**, attribuendo cioè a esse negli intervalli $[2\pi; 4\pi]$, $[4\pi; 6\pi]$, ..., come pure negli intervalli $[-2\pi; -4\pi]$, $[-4\pi; -6\pi]$, ... **gli stessi valori** che erano stati attribuiti loro nell'intervallo $[0, 2\pi]$. In base a tale definizione si dice che **le funzioni coseno e seno sono periodiche di periodo 2π** e si scrive:

$$\cos \alpha = \cos(\alpha + 2k\pi) \quad (k \in \mathbf{Z})$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \operatorname{sen}(\alpha + 2k\pi) \quad (k \in \mathbf{Z})$$

Grafici delle funzioni seno e coseno: Sinusoide e Cosinusoide.

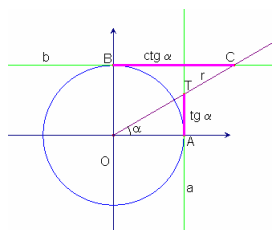
Basterà portare sull'asse delle ascisse le misure dell'angolo espresse in radianti e sull'asse delle ordinate i corrispondenti valori del *seno*, del *coseno*. Le curve che così si ottengono sono dette rispettivamente **sinusoide** e **cosinusoide**. La funzione $y = \operatorname{sen} x$ ha per dominio l'insieme $\mathcal{R}$ dei numeri reali e come immagine del dominio l'intervallo $[-1,1]$. Inoltre essendo $\operatorname{sen}(-\alpha) = -\operatorname{sen} \alpha$, il *seno* è una **funzione dispari**.

Si procede in modo analogo per disegnare la cosinusoide. La funzione coseno ha come dominio l'insieme $\mathcal{R}$ dei reali e come immagine del dominio l'intervallo $[-1,1]$. Inoltre essendo $\cos \alpha = \cos(-\alpha)$ il coseno è una **funzione pari**.

Osservazione didattica: gli alunni saranno portati in laboratorio per realizzare il grafico delle funzioni seno e coseno utilizzando entrambi i software didattici Cabri e Derive.

Le funzioni tangente e cotangente di un angolo definite nella circonferenza goniometrica.

Se si considerano due rette **a** e **b**, tangenti alla circonferenza goniometrica nei suoi due punti **A** e **B** d'intersezione con i semiasse positivi delle **x** e delle **y**, e i punti **T** e **C** d'intersezione di queste con la semiretta **r**, vengono dette **tangente** e **cotangente** dell'angolo orientato α rispettivamente l'ordinata di **T** e l'ascissa di **C**.



Anche queste definizioni coincidono con quelle date nel precedentemente. Infatti, usando le coordinate di **T** per definire la tangente di α si ha:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y_t}{x_t} = \frac{y_t}{1} = y_t$$

Analogamente, usando le coordinate di **C** per definire la cotangente di α , si

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{x_c}{y_c} = \frac{x_c}{1} = x_c$$

ha:

Si fa notare ai ragazzi che anche queste funzioni dipendono esclusivamente dall'ampiezza dell'angolo α .

Periodicità della funzione tangente

Come le funzioni *seno* e *coseno*, anche la funzione *tangente* viene definita al di fuori dell'intervallo $[0; 2\pi]$ in maniera periodica, in modo da rispettare l'uguaglianza $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg}(\alpha + 2\pi)$

Tenuto presente però che sui valori $\alpha = \frac{\pi}{2}$ e $\alpha = \frac{3}{2}\pi$ la tangente non è definita, essa non sarà analogamente definita sui valori che si possono ottenere da questi aggiungendo multipli di 2π , cioè per tutti i valori: $\alpha = \frac{\pi}{2} + k\pi$. Poiché i valori della tangente nell'intervallo $[0; \pi]$ sono gli stessi assunti

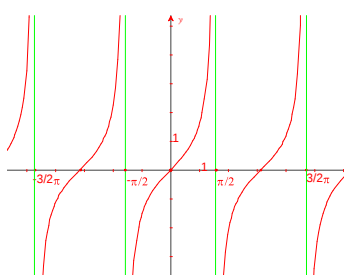
nell'intervallo $[\pi; 2\pi]$, cioè si ha: $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg}(\alpha + k\pi) \quad (k \in \mathbf{Z})$

la funzione tangente è periodica di periodo π .

Grafico della funzione tangente si traccia il grafico della funzione tangente in modo analogo a quello usato precedentemente per le funzioni seno e coseno, cioè riportando sull'asse delle ascisse la misura degli archi e sull'asse delle ordinate i corrispondenti valori delle tangenti. . Limitiamo per

ora il grafico ad archi compresi tra $-\frac{\pi}{2}$ e $\frac{\pi}{2}$. Quando x assume valori molto vicini a $\frac{\pi}{2}$ ma minori di

$\frac{\pi}{2}$, il valore della funzione tende a diventare sempre più grande, diremo che tende a $+\infty$. In altre



parole si può dire che la distanza tra i punti $(x, \text{tg} x)$ e la retta $x = \frac{\pi}{2}$ tende a 0.

Analogamente quando x assume valori molto vicini a $-\frac{\pi}{2}$, ma maggiori di $-\frac{\pi}{2}$.

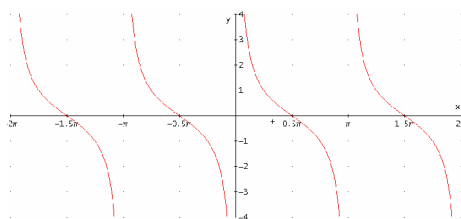
Quindi il grafico della tangente si avvicina a quello delle due rette

verticali $x = \frac{\pi}{2}$ e $x = -\frac{\pi}{2}$ che sono detti **asintoti** della curva.

Osservazione:

A differenza delle funzioni *seno* e *coseno*, la funzione *tangente* $y = \text{tg} x$ può assumere qualunque valore reale. Perciò il suo codominio è l'insieme $\mathbb{R}$ dei reali ed è definita $\forall x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) ed è una funzione dispari.

La funzione **cotangente** è definita per $x \neq k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$), ha per codominio tutto l'insieme $\mathbb{R}$ dei reali, inoltre è, come la funzione tangente, periodica di periodo π . Il suo grafico, detto **cotangentoide**, è il seguente:



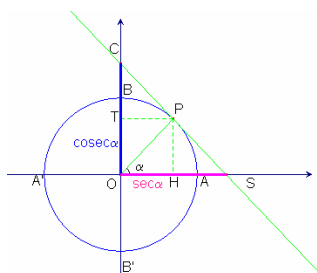
La curva ha infiniti asintoti di equazione: $x = k\pi$ ed è simmetrica rispetto all'origine (cioè la funzione cotangente è dispari).

La funzione secante e cosecante

Consideriamo ora la retta t tangente alla circonferenza goniometrica nel punto P e siano S e C le sue intersezioni con gli assi x e y . L'ascissa del punto S è detta **secante di α** e si indica con la scrittura $\sec \alpha$, mentre l'ordinata del punto C è detta **cosecante di α** e si indica con la scrittura $\text{cosec} \alpha$. Si

osservi che se $P \equiv B$ o $P \equiv B'$ il punto S non esiste, perciò $\sec \alpha$ si definisce per $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Analogamente, se $P \equiv A$ o $P \equiv A'$ il punto C non esiste, perciò $\text{cosec} \alpha$ si definisce per $\alpha \neq k\pi$.

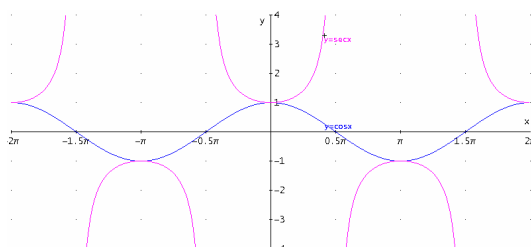


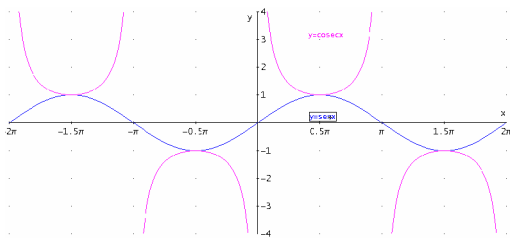
considerando il triangolo rettangolo OPS e applicando ad esso il 1° teorema di Euclide si mostra ai ragazzi che vale l'uguaglianza $\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$ per $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ e quindi anche questa

funzione è periodica di periodo 2π e valgono le seguenti considerazioni
 $\sec(-x) = \sec x$

e $|\sec x| \geq 1$ cioè $\sec x \leq -1$ o $\sec x \geq 1$

quindi il suo grafico è simmetrico rispetto all'asse y e situato al di fuori della striscia limitata dalle rette $y = -1$ e $y = 1$. Il grafico della funzione secante si ottiene per punti dal grafico della funzione coseno





Analogamente, applicando il primo teorema di Euclide al triangolo rettangolo OPC si ottiene

$$\operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\operatorname{sen} \alpha} \quad \text{per } \alpha \neq k\pi.$$

La funzione $y = \operatorname{cosec} x$,

definita per ogni $x \neq k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$), è periodica di periodo 2π , inoltre, essendo reciproca della funzione seno, risulta, per ogni x del dominio:

$$\operatorname{cosec}(-x) = -\operatorname{cosec} x \quad |\operatorname{cosec} x| \geq 1 \quad \text{cioè} \quad \operatorname{cosec} x \leq -1 \quad \operatorname{cosec} x \geq 1$$

E quindi il suo grafico è simmetrico rispetto all'origine ed è situato al di fuori della striscia limitata dalle rette $y = -1$ e $y = 1$.

Il grafico della funzione cosecante si ottiene per punti dal grafico della funzione seno:

Le funzioni goniometriche inverse:

Una funzione è invertibile, ossia ammette funzione inversa solo se essa è biettiva.

La funzione arcseno:

La funzione $y = \operatorname{sen} x$ non è biiettiva perché non è iniettiva. Infatti se consideriamo una retta $y = k$, parallela all'asse x , con $-1 \leq k \leq 1$, essa interseca il grafico della funzione seno in infiniti punti, quindi ogni valore del codominio $[-1; 1]$ di $y = \operatorname{sen} x$ è il corrispondente di infiniti valori del dominio.

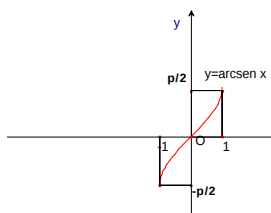
Tuttavia restringendo il dominio della funzione seno all'intervallo $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ la funzione seno

risulta biiettiva e quindi invertibile. La sua inversa prende il nome di *arcseno* e si indica $x = \operatorname{arcsen} y = \operatorname{sen}^{-1} y$. Per ottenere il grafico della funzione arcseno

definito in $[-1; 1]$ e a valori in $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, basta costruire il simmetrico rispetto

alla bisettrice del 1°, 3° quadrante (che ha equazione $y = x$) del grafico $y = \operatorname{sen} x$

con $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.



Le considerazioni fatte per la funzione inversa di $y = \operatorname{sen} x$ valgono anche per le funzioni inverse delle altre funzioni goniometriche.

Significato goniometrico del coefficiente angolare di una retta

Partendo dalla nozione di coefficiente angolare che i ragazzi hanno dalla geometria analitica $m = y/x$ si può far notare loro che esso può essere definito nella circonferenza goniometrica. Cioè il coefficiente angolare di una retta r è la tangente goniometrica dell'angolo orientato di misura α che la retta forma con il semiasse positivo delle ascisse. Dall'appartenenza di P a r si ha ancora:

$$m = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} \quad \text{E quindi: } \operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} \quad \forall \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$$

che è la **seconda relazione fondamentale della goniometria**.

Relazioni tra le funzioni goniometriche di particolari coppie di angoli, detti associati

E' opportuno prima di mostrare ai ragazzi tali proprietà rispolverare le definizioni di angoli opposti, complementari, supplementari ed esplementari. Nel mostrare loro le proprietà di queste coppie di angoli è opportuno sempre rappresentare graficamente gli angoli, in modo che possano cogliere intuitivamente tali proprietà.

Verifica

1. rappresentare sulla circonferenza goniometrica angoli di diverse ampiezze disegnandone le varie funzioni goniometriche
2. noto il valore della funzione goniometrica di un angolo, calcolare il valore delle restanti funzioni goniometriche in un dato intervallo.
3. utilizzando le relazioni fondamentali della goniometria semplificare semplici espressioni goniometriche.

4. calcolare il valore di semplici espressioni goniometriche.

This document was created with Win2PDF available at <http://www.win2pdf.com>.
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.
This page will not be added after purchasing Win2PDF.