Unità didattica: Funzioni. L'uso delle trasformazioni geometriche nella rappresentazione grafica delle funzioni

DESTINATARI: Allievi di una seconda liceo scientifico PNI

PROGRAMMI MINISTERIALI: Il percorso didattico, strutturato in 3 unità (*funzioni lineari, quadratiche e di inversa proporzionalità*), riprende e/o sviluppa alcuni dei contenuti riportati nei Temi 1 e 3. In particolare del Tema 1, intitolato GEOMETRIA DEL PIANO E DELLO SPAZIO, vengono ripresi e/o sviluppati i punti:
1.1: Piano euclideo e sue trasformazioni isometriche (ripreso);
1.2: Omotetie e similitudini del piano (ripreso);
1.3: Piano cartesiano: retta, parabola, iberbole equilatera (ripreso e sviluppato).
Del Tema 3, intitolato RELAZIONI E FUNZIONI, vengono ripresi e/o sviluppati i punti:
3.2: Applicazioni (funzioni) (ripreso);
3.3. Funzioni e loro grafici (sviluppato).

TEMPI DELL'INTERVENTO DIDATTICO:
- numero di ore settimanali di matematica stabilite dalla normativa: 5
- numero totale di ore previste per lo sviluppo dell'unità didattica: 34 – 38 ore (circa 2 mesi)

PREREQUISITI
-Conoscenza dell'insieme dei numeri reali, delle operazioni in esso definite e delle relative proprietà
- Conoscenza degli elementi di base del calcolo algebrico
- Conoscenza del piano cartesiano e del sistema di coordinate in esso definito
- Conoscenza degli elementi di base della geometria sintetica
-Conoscenza del concetto di funzione, di grafico di una funzione e di variabile dipendente ed indipendente
-Conoscenza delle trasformazioni geometriche sia da un punto di vista sintetico che analitico: invarianti di una trasformazione; isometrie (traslazioni, rotazioni, simmetrie) e omotetie; trasformazioni composte (isometrie con isometrie, isometrie con omotetie → similitudini); le coordinate di punti corrispondenti, ossia la descrizione analitica di una trasformazione)

OBIETTIVI SPECIFICI:
Conoscenze
- Conoscere il concetto di funzione lineare;
- Conoscere il concetto di rapporto incrementale;
- Sapere che una retta è il grafico di una funzione lineare;
- Conoscere il significato geometrico dei coefficienti della funzione lineare;
- Conoscere il concetto di funzione crescente e decrescente;
- Conoscere il significato di zero di una funzione lineare.
- Conoscere il concetto di funzione quadratica;
- Conoscere il concetto di rapporto incrementale quadratico;
- Sapere che una parabola con asse parallelo all'asse delle y è il grafico di una funzione quadratica;
- Conoscere il significato geometrico dei coefficienti della funzione quadratica;
- Conoscere il significato di vertice e di asse di simmetria di una parabola.
- Conoscere il concetto di funzione di proporzionalità inversa;
- Sapere che un'iperbole equilatera è il grafico di una funzione di proporzionalità inversa;
- Conoscere il significato geometrico del coefficiente della funzione di proporzionalità inversa.

Abilità:
- Saper stabilire se una funzione è lineare;
-Saper stabilire, a partire da una tabella di valori se il legame tra due variabili è lineare;
-Saper rappresentare, costruendo un'opportuna tabella di valori, il grafico di una funzione lineare;

-Saper individuare, analizzando il grafico, le caratteristiche di una retta (intersezioni con gli assi, coefficiente angolare, crescenza o decrescenza);
-Saper scrivere e rappresentare l'equazione di una retta corrispondente di un'altra in una traslazione;
-Saper scrivere e rappresentare l'equazione della retta corrispondente di un'altra in una simmetria rispetto all'asse x e all'asse y;
-Saper rappresentare l'equazione della retta corrispondente di un'altra in una rotazione avente come centro l'origine.
-Saper stabilire se una funzione è quadratica;
- Saper stabilire, a partire da una tabella di valori se il legame tra due variabili è di proporzionalità quadratica;
- Saper rappresentare, costruendo un'opportuna tabella di valori, il grafico di una funzione quadratica;
- Saper individuare, analizzando il grafico, le caratteristiche di una parabola (intersezioni con gli assi, concavità, asse di simmetria);
- Saper scrivere e rappresentare l'equazione di una parabola con asse parallelo all'asse delle y corrispondente di un'altra in una traslazione;
- Saper scrivere e rappresentare l'equazione di una parabola con asse parallelo all'asse delle y corrispondente di un'altra in una omotetia di centro l'origine e di rapporto k;
- Saper scrivere e rappresentare l'equazione di una parabola con asse parallelo all'asse delle y corrispondente di un'altra in una simmetria rispetto all'asse x e all'asse y.
-Saper stabilire se una funzione è di proporzionalità inversa;
- Saper stabilire, a partire da una tabella di valori se il legame tra due variabili è di inversa proporzionalità;
- Saper rappresentare, costruendo un'opportuna tabella di valori, il grafico di una funzione di proporzionalità inversa;
- Saper individuare, analizzando il grafico, le caratteristiche di un'iperbole equilatera (segno del coefficiente della funzione);
- Saper scrivere e rappresentare l'equazione di un'iperbole equilatera corrispondente di un'altra in una traslazione;
- Saper scrivere e rappresentare l'equazione di un'iperbole equilatera corrispondente di un'altra in una simmetria rispetto all'asse x e all'asse y.
-Date due qualsiasi parabole del piano cartesiano, con asse parallelo all'asse delle y, individuare il tipo di trasformazione geometrica che le lega e indicarne le caratteristiche.
-Date due qualsiasi iperboli equilatere del piano cartesiano, individuare il tipo di trasformazione geometrica che le lega e indicarne le caratteristiche.
- Applicare i concetti introdotti a varie situazioni geometriche che coinvolgano diverse figure geometriche e le loro proprietà;
- Applicare i concetti appresi alla risoluzione di esercizi da svolgersi in laboratorio con l'ausilio di software didattici.

METODOLOGIA DIDATTICA

1.Le lezioni sono condotte seguendo una metodologia mista di tipo frontale e di tipo interattivo, cioè caratterizzata da un'impostazione in chiave problematica o in forma dialogica con il gruppo classe intorno a quesiti o problemi proposti dal docente.
2.Sono previste attività e/o esercitazioni guidate sia di gruppo sia individuali nonché attività didattiche in laboratorio.
3.Il percorso didattico, strutturato in 3 unità, prevede una verifica formativa scritta di un'ora al termine delle unità 1 e 2. E' altresì prevista la verifica sommativa scritta che impegna la classe per la durata di due ore al termine del percorso didattico.

MATERIALI E STRUMENTI: Lavagna e gesso; Quaderno, matita, riga e compasso; Libro di testo; Calcolatrice scientifica; Software didattico: Cabrì Géomètre e Derive.

SVILUPPO DEI CONTENUTI:
Gli argomenti trattai sono essenzialmente 3: le funzioni lineari, quelle quadratiche e quelle inverse. Suddividerei quindi il percorso in tre momenti specifici, partendo dalla funzione lineare, passando attraverso quella quadratica, per finire con quella inversa.

Le funzioni lineari: ***Definizioni e grafico di una funzione lineare***

Inizierei partendo dalla risoluzione di un semplice problema, o meglio, dall'analisi della relazione che intercorre tra il perimetro e il lato di un quadrato.

Fase 1: Costruzione di un quadrato di lato x e di perimetro y = 4x. Che tipo di funzione è y = 4x?
Fase 2: Si definiscono gli INCREMENTI delle variabili x e y. *Considerate coppie di valori successivi di x (o di y), si definisce l'incremento della variabile x (o y)*

Fase 3: Si definisce RAPPORTO INCREMENTALE delle variabili x e y *il rapporto tra l'incremento di y ed il corrispondente incremento di x.*

Fase 4: A partire dalla funzione y = 4x, assegnati i valori 1, 2, 4, 8, 10 alla variabile indipendente x, si determinano:

- i corrispondenti valori della variabile y;
- gli incrementi delle variabili;
- i relativi rapporti incrementali. Si osserva che tali rapporti sono sempre uguali a 4, cioè costanti.

Fase 5: Si definisce la FUNZIONE LINEARE delle variabili x e y.

una funzione del tipo y = mx con m appartenente a R_0 è detta funzione lineare (o legge di proporzionalità diretta).

A questo punto passerei alla creazione del grafico della retta:
Fase 1: A partire dalla funzione lineare $y = \frac{3}{2}x$ si costruisce una tabella di valori corrispondenti delle variabili x e y.
Fase 2: Si riportano i valori su un piano cartesiano e si uniscono i punti con una linea.
Fase 3: Si introduce la definizione di retta: *Si dice retta il grafico di una funzione lineare*
Fase 4: Si osservano e si commentano le caratteristiche della retta rappresentata: passa per l'origine del sistema di riferimento e giace nel primo e nel terzo quadrante.
Fase 5: si esegue un esercizio analogo al precedente considerando delle funzioni lineari sempre passanti per l'origine, ma con coefficiente della x negativo. Cosa si osserva dal grafico?

- Le rette passano per O(0; 0)
- giacciono nel secondo e quarto quadrante
- la funzione lineare con coefficiente m maggiore in modulo è più "vicina" all'asse delle y.

Dall'analisi dei risultati si deduce che:
1. le funzioni lineari del tipo y = mx passano per l'origine del sistema di riferimento
2. l'appartenenza della retta al primo e terzo quadrante o al quarto e al secondo è legata al segno del coefficiente m
3. tanto maggiore è il coefficiente m, tanto più la retta è inclinata

Fase 7: si introduce il concetto di pendenza di una retta come rapporto incrementale $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, dati due punti di coordinate note.

OSSERVAZIONE: il rapporto incrementale rappresenta il coefficiente *m* della funzione lineare *y = mx*. Pertanto, la pendenza della retta è data dal coefficiente *m* della funzione lineare *y = mx.*   La pendenza indica la direzione, ossia l'inclinazione della retta.

Fase 8: si introduce il concetto di funzione lineare crescente e decrescente.
Una funzione lineare si dice crescente se il coefficiente m è positivo. Una funzione lineare si dice decrescente se il coefficiente m è negativo.

Analogamente una retta è crescente se il suo coefficiente angolare è positivo. In questo caso la retta giace nel primo e nel terzo quadrante. Una retta è decrescente se il suo coefficiente angolare è negativo. In questo caso la retta giace nel secondo e nel quarto quadrante.

Dal grafico della retta alle trasformazioni geometriche: Retta e traslazioni

Data una funzione lineare del tipo y=mx, si vuole stabilire l'equazione della funzione lineare ad essa corrispondente in una traslazione di vettore v (a;b). Lo scopo è arrivare all'equazione generale che rappresenta ogni retta nel piano (escluse quelle parallele all'asse delle y). Poiché gli alunni conoscono le equazioni di una traslazione, si proporrà loro un esempio specifico (y=3x, v(-1;2)) e si farà loro ricavare tale equazione ricordando che in una traslazione:

$$\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$$

I ragazzi perverranno all'equazione y=3x+5 e si chiederà loro di disegnarla nel piano cartesiano.
Cosa si può osservare?

1. La equazione della retta traslata è un polinomio completo di I grado in x; Il termine che non moltiplica la variabile prende il nome di termine noto.
2. Il termine noto rappresenta l'intersezione della retta con l'asse delle ordinate.
3. Le due rette sono tra di loro parallele.

E' importante osservare che il coefficiente *m* che moltiplica la variabile *x* è il medesimo per entrambe le rette, evidenziando il suo significato geometrico di pendenza della retta, ossia indicatore della sua inclinazione.
Generalizzando le considerazioni effettuate si può asserire che:

> *Data una qualsiasi retta y = mx e una generica traslazione di vettore* ***v*** *= (a,b), la retta corrispondente risulta essere parallela a quella data ed è grafico di una funzione del tipo:*
> y=mx+q

Attività con Cabri: Viene pianificata un'attività da svolgersi in laboratorio e che prevede l'utilizzo del software Cabrì Géomètre. Scopo dell'attività è far ragionare gli allievi sulle caratteristiche delle rette corrispondenti ad una retta, intesa come grafico di una funzione lineare assegnata, secondo una trasformazione indicata. In particolare, si chiederà loro di risolvere prima per via algebrica il problema, poi di verificare i risultati ottenuti tramite la costruzione delle rette assegnate con Cabri.
Esercizi tipo:
1) Esercizio in cui si chiede di trovare l'equazione corrispondente ad una funzione lineare assegnata tramite una <u>traslazione</u> di vettore v dato. Algebricamente i ragazzi otterranno una equazione che ha lo stesso valore di m, mentre varia q; graficamente osserveranno che si ottengono rette tutte parallele tra loro.

> Si può quindi generalizzare dicendo che la relazione che sussiste tra le pendenze di due rette tra loro parallele è espressa da m=m′.

2) Esercizio in cui si chiede di ricavare l'equazione della funzione lineare corrispondente ad una funzione lineare assegnata tramite una simmetria assiale con asse l'asse delle y. I ragazzi osserveranno che: algebricamente le due equazioni differiscono per il valore di m (i valori sono opposti) mentre hanno in comune il valore del termine noto. Graficamente avranno conferma di ciò tramite l'osservazione che le rette sono una crescente e l'altra decrescente e che intersecano l'asse y nello stesso punto.
3) Esercizio in cui si chiede di trovare la trasformazione di una funzione lineare assegnata tramite una rotazione di 90 ° in verso orario attorno all'origine degli assi. Algebricamente: i ragazzi osservano che le due pendenze m ed m' sono legate dalla relazione m=-1/m'. Graficamente osserveranno che le due rette sono tra loro perpendicolari. Da qui si può quindi fornire la condizione algebrica di perpendicolarità di due rette nel piano cartesiano.

La funzione quadratica: ***<u>Definizione e grafico di una funzione quadratica</u>***

Analogamente a quanto è stato fatto nel caso delle funzioni lineari, anche in questo caso iniziamo partendo da un esempio noto agli alunni:

Fase 1: Costruzione di un quadrato di lato x e di area $y = x^2$. Che tipo di funzione è $y = x^2$?

Fase 2: Si definisce l' INCREMENTO quadratico della variabile x. *Considerate coppie di valori successivi di x, si dice incremento quadratico della variabile x la quantità* $\Delta x^2 = x_2^{\,2} - x_1^{\,2}$

Fase 3: Si definisce RAPPORTO INCREMENTALE QUADRATICO delle variabili x e y *il rapporto tra l'incremento di y ed il corrispondente incremento quadratico di x*

$$\frac{\Delta y}{\Delta x^2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2^{\,2} - x_1^{\,2}}$$

Fase 4: A partire dalla funzione $y=x^2$, assegnati i valori 1, 2, 4, 5, 7 alla variabile indipendente x, si determinano:

- i corrispondenti valori della variabile y;
- gli incrementi delle variabili;
- i relativi rapporti incrementali quadratici e si osserva che i valori ottenuti sono sempre gli stessi, cioè il rapporto incrementale quadratico è costante.

Fase 5: Si definisce la FUNZIONE QUADRATICA delle variabili x e y.

una funzione del tipo $y = ax^2$ con a appartenente a R_0 è detta funzione quadratica (o legge di proporzionalità quadratica).

Fase 6: la costruzione del grafico della funzione quadratica

Si procede considerando una particolare funzione quadratica, ad esempio

E, tramite una tabella, si risale ai valori della variabile y assegnando valori a piacere alla variabile x. Si riportano i valori nel piano cartesiano e si traccia il grafico. Si introduce la definizione di parabola:

Si dice parabola il grafico di una funzione quadratica

Si osservano e si commentano le caratteristiche della parabola rappresentata:

-presenta un asse di simmetria coincidente con l'asse delle ordinate;

-interseca l'asse in un punto detto vertice della parabola coincidente con l'origine del sistema di riferimento adottato;

- è definita per ogni valore reale della variabile *x*;

- è "rivolta" verso l'alto, cioè volge la concavità verso le ordinate positive ed il vertice è il punto del grafico di ordinata minore.

Si eseguono poi alcuni esempi di rappresentazione grafica di funzioni quadratiche simili alla precedente ma con coefficiente di x^2 negativo e si commentano i grafici ottenuti:

-Le parabole ottenute passano per O(0; 0);

-presentano asse di simmetria coincidente con l'asse delle y e vertice coincidente con O(0; 0);

-sono "rivolte" verso il basso, cioè volgono la concavità verso le ordinate negative. La funzione quadratica con coefficiente maggiore in modulo è più "stretta".

Dall'analisi dei grafici riportati emergono le seguenti proprietà del coefficiente *a*:

1. il suo segno determina il verso della concavità della parabola
2. il suo valore incide sull'"apertura" della parabola

<u>Dal grafico della parabola alle trasformazioni geometriche:</u>Parabole e traslazioni

Anche in questo caso si parte da un esempio: consideriamo la funzione quadratica $y=2x^2$ (quindi una parabola passante per l'origine dato che si tratta dell'unico caso noto finora). e cerchiamo la sua trasformata secondo una traslazione di vettore v(p;q) assegnato.

Si scrivono le equazioni della traslazione e si eseguono le opportune sostituzioni di variabili: i ragazzi ottengono una nuova funzione e si chiede loro di rappresentarla nel piano cartesiano. Si osservano e si commentano i risultati ottenuti:

1. la curva ottenuta è ancora una parabola

2. L'equazione della parabola traslata è un polinomio completo di secondo grado nella variabile x. Il termine che non moltiplica la variabile prende il nome di termine noto.
2. Il termine noto rappresenta l'intersezione della parabola con l'asse delle ordinate.
3. Il vertice della parabola traslata ha coordinate (p;q), corrispondenti alle componenti del vettore traslazione.
4. Le due parabole hanno assi di simmetria tra loro paralleli e la medesima concavità (stesso coefficiente a)

> *Data una qualsiasi parabola $y=ax^2$ e una generica traslazione di vettore v = (a,b), la parabola corrispondente è caratterizzata da asse di simmetria parallelo all'asse delle y, vertice di coordinate (a,b), medesima concavità della parabola di origine ed è grafico di una funzione del tipo: $y = ax^2 + bx + c$*

Generalizzando:

Data una funzione quadratica $y = ax^2 + bx + c$, effettuando una traslazione di vettore **v** = (b/2a; (b^2-4ac)/4a), si ottiene:

$$\begin{cases} x' = x + \dfrac{b}{2a} \\ y' = y + \dfrac{b^2 - 4ac}{4a} \end{cases} \to \begin{cases} x = x' - \dfrac{b}{2a} \\ y = y' - \dfrac{b^2 - 4ac}{4a} \end{cases} \to y' - \frac{b^2 - 4ac}{4a} = 2\left(x' - \frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(x' - \frac{b}{2a}\right) + c \to y = ax^2$$

Si sa che il grafico della funzione lineare y = ax^2 è una parabola con vertice in O(0; 0) e asse di simmetria x=0. Pertanto la funzione quadratica $\boxed{y = ax^2 + bx + c}$ ha come grafico una *parabola*, il cui vertice ha coordinate:

$$\boxed{\begin{cases} 0 = x + \dfrac{b}{2a} \\ 0 = y + \dfrac{b^2 - 4ac}{4a} \end{cases} \to \begin{cases} x = -\dfrac{b}{2a} \\ y = -\dfrac{b^2 - 4ac}{4a} \end{cases}}$$

e asse di simmetria di equazione: $\boxed{x = -\dfrac{b}{2a}}$

Parabole e omotetie: si vuole dimostrare che le parabole y=ax^2 con a appartenente a R_0 si corrispondono in un'omotetia di centro l'origine e di rapporto k e che, in generale, le *parabole sono tutte simili*. Per la Dimostrazione:

Si considerano due parabole e una retta passante per l'origine del sistema di riferimento. I punti di intersezione della retta con le parabole vengono indicati con P1(x1; y1) e P2(x2; y2). Si vuole verificare che il rapporto $\dfrac{\overline{OP_2}}{\overline{OP_1}}$ è *costante* e *non dipende dalla retta scelta*. Questo dimostra che due generiche parabole si corrispondono attraverso un'omotetia di centro O(0;0) e di rapporto

$$\boxed{k = \overline{OP_2}/\overline{OP_1}}$$

Per individuare il rapporto k , si individuano le coordinate dei punti P1 e P2 e poi si determinano le lunghezze dei segmenti OP1 e OP2. Il risultato si ottiene considerando una *qualsiasi retta* passante per l'origine e due *qualsiasi parabole* aventi vertice nell'origine. Pertanto, tutte le *parabole* sono tra di loro *simili*, ossia è sempre possibile trasformare l'una nell'altra attraverso un'opportuna *isometria* combinata con un'*omotetia*.

Software Derive: Viene pianificata un'attività da svolgersi in laboratorio e che prevede l'utilizzo del software Derive. Scopo dell'attività è far ragionare gli allievi sulle caratteristiche delle parabole corrispondenti ad una parabola, intesa come grafico di una funzione quadratica assegnata (quindi si considerano solo parabole aventi asse di simmetria parallelo all'asse delle ordinate), secondo una trasformazione indicata. Ulteriore scopo degli esercizi proposti è evidenziare il significato geometrico dei coefficienti della funzione polinomiale di secondo grado.

Esercizi tipo:

1) Viene proposto un esercizio in cui, prima algebricamente, poi nel piano cartesiano, verificare quale è il trasformato di una funzione quadratica data, passante per l'origine, secondo una traslazione di vettore dato. Dall'osservazione delle equazioni ottenute e dei relativi grafici si potranno effettuare le seguenti riflessioni:

-se il vertice della parabola giace sull'asse delle y il coeff *b* che moltiplica il termine lineare nell'equazione associata è pari a 0;

-Se la parabola passa per l'origine il termine noto c è pari a 0

<u>-La traslazione non modifica la concavità della parabola</u>.

2) Viene proposto un esercizio in cui, data una particolare parabola con vertice sull'asse y, ma non coincidente con l'origine, si richiede algebricamente prima, e nel piano cartesiano poi, di determinare il suo trasformato secondo una simmetria rispetto all'asse x.

Osservazioni:

-i vertici giacciono sull'asse delle y e il coefficiente *b* è pari a 0.

-i punti di intersezione delle parabole con l'asse delle y coincidono con i relativi vertici e sono tra loro simmetrici rispetto all'asse delle x.

<u>-la simmetria assiale modifica la concavità della parabola</u> e i coefficienti *a* sono opposti.

3) Viene proposto un esercizio in cui, data una particolare parabola con vertice nell'origine degli assi, si richiede algebricamente prima, e nel piano cartesiano poi, di determinare il suo trasformato secondo una similitudine ottenuta da un'omotetia (di centro O(0;0) e rapporto k assegnato positivo) combinata con una traslazione di vettore **v**(0;q).

Osservazioni:

A. Le parabole che si corrispondono attraverso l'omotetia presentano medesimo vertice, stesso verso della concavità, ma diversa ampiezza. La trasformazione geometrica ha determinato un ingrandimento della parabola originaria (rapporto di *k* positivo e >1).

B. Le parabole che si corrispondono attraverso la traslazione presentano vertici diversi, stesso verso della concavità e stessa ampiezza.

Il vertice della parabola traslata giace sull'asse delle y (coefficiente *b* della legge quadratica associata uguale a 0), in corrispondenza del punto di coordinate V(0; q) (componenti del vettore traslazione). L'ampiezza della parabola non varia perché due parabole che si corrispondono attraverso una traslazione hanno la stessa concavità, come attestato dal coefficiente *a* delle leggi quadratiche corrispondenti, che, a seguito della trasformazione, rimane invariato.

La funzione di proporzionalità inversa: ***<u>Definizione e grafico della funzione di proporzionalità inversa</u>***

Analogamente a quanto è stato fatto nel caso delle funzioni lineari, anche in questo caso iniziamo partendo da un esempio noto agli alunni:

Fase 1: Disegnare su un quaderno tutti i possibili rettangoli di area pari a 8 quadretti (con lato intero).

Fase 2: Disporre i rettangoli nel primo quadrante di un piano cartesiano in modo tale che un lato, indicato con x, appartenga all'asse delle ascisse e l'altro, indicato con y, appartenga all'asse delle ordinate.

Fase 3: Si ragiona sui risultati e si osserva che, fissata l'area *k*, al variare di x, y assume il valore *k/x.*

Fase 4: Si definisce la FUNZIONE DI PROPORZIONALITA' INVERSA delle variabili x e y:

una funzione del tipo $y = K/x$ con K appartenente a R_0 è detta funzione di proporzionalità inversa (o legge di proporzionalità inversa).
fase 5: Si procede considerando una particolare funzione inversa e si costruisce una tabella di valori corrispondenti delle variabili x e y. Si procede poi alla costruzione del grafico relativo riportando i punti nel piano cartesiano. Si introduce la definizione di iperbole equilatera:

Si dice iperbole equilatera il grafico di una funzione di proporzionalità inversa.

Si osservano e si commentano le caratteristiche della iperbole rappresentata:

- l'iperbole equilatera è un grafico formato da una curva costituita da *due rami* separati;
- i due rami si collocano nel primo e nel terzo quadrante;
- i due rami sono *simmetrici* rispetto all'***origine*** del sistema di riferimento.

si esegue poi un esercizio analogo al precedente considerando una funzione di proporzionalità inversa che differisce dalla precedente solo per il segno del coefficiente K. Se ne disegna il relativo grafico e si fanno le seguenti osservazioni:

- anche in questo caso l'iperbole equilatera è formata da *due rami* separati
- i due rami si collocano nel secondo e nel quarto quadrante;
- i due rami sono *simmetrici* rispetto l'*origine* del sistema di riferimento.

Dall'analisi dei grafici riportati emergono le seguenti proprietà del coefficiente *k*:

il suo *segno* determina l'appartenenza dei rami dell'iperbole equilatera al *primo* e al *terzo* quadrante se *positivo* e al *secondo* e al *quarto* se *negativo*.

Attività con Derive: Viene pianificata un'attività da svolgersi in laboratorio e che prevede l'utilizzo del software Derive. Scopo dell'attività è far ragionare gli allievi sulle *caratteristiche* delle *iperboli equilatere* corrispondenti ad una iperbole equilatera, intesa come *grafico* di una funzione di *proporzionalità inversa* assegnata, secondo una trasformazione indicata.
Esercizi tipo:
1) Esercizio in cui si chiede, prima algebricamente, poi dal punto di vista grafico, di determinare il trasformato di una iperbole equilatera assegnata, secondo una traslazione di vettore v noto. Lo studio dei grafici conduce alle seguenti osservazioni:
-Le iperboli *traslate* mantengono le stesse caratteristiche dell'iperbole originale rispetto ad un *sistema di riferimento traslato*, rispetto all'originale, del vettore assegnato.
-Rispetto al *sistema di riferimento traslato* i due *rami* dell'iperbole sono *simmetrici* rispetto all'*origine*.
2) Esercizio in cui si chiede, prima algebricamente, poi dal punto di vista grafico, di determinare il trasformato di una iperbole equilatera assegnata, secondo una simmetria assiale rispetto all'asse x. Lo studio dei grafici conduce alle seguenti conclusioni:
-i *rami* dell'iperbole simmetrica sono ancora *simmetrici* rispetto l'*origine* del sistema di riferimento iniziale.
-i *rami* dell'iperbole simmetrica sono collocati nel *secondo* e nel *quarto quadrante*, a *differenza* dei rami dell'iperbole di origine (coeff *k* delle due iperboli sono *opposti*).
-c. Se si effettua una *simmetria* dell'iperbole assegnata rispetto all'asse delle *ordinate* si ottengono i *medesimi risultati*.