

Titolo: Funzioni Esponenziali

Specializzanda: Serena Bezzan

Classe destinataria:

L'unità didattica è rivolta ad una classe terza di un Liceo Scientifico ad indirizzo PNI.

Inquadramento nei programmi ministeriali:

■ I programmi di ordinamento

LICEO CLASSICO

II CLASSE Le ore di Matematica previste sono due.
“Equazioni esponenziali [e logaritmi].”

LICEO SCIENTIFICO TRADIZIONALE

III CLASSE Le ore di Matematica previste sono tre.
“Equazioni esponenziali [e logaritmi].”

■ Piano Nazionale per l'Informatica (PNI)

Circolare Ministeriale n. 615 del 27 Settembre 1996

III CLASSE Le ore di Matematica sono cinque.

Tema n.3 “Funzioni ed equazioni”: “Funzione esponenziale [e logaritmica]”

Nel commento al tema leggiamo:

“Gli esercizi di applicazione ai concetti di esponenziale [e logaritmo] saranno limitati ai casi più semplici. Dei suddetti concetti – esponenziale [e logaritmo] – andranno invece poste in rilievo sia l'importanza teorica sia le applicazioni (modellizzazioni ai fenomeni di accrescimento)”.

■ Progetto Brocca

LICEO SCIENTIFICO – TECNOLOGICO

IV CLASSE Le ore di matematica sono 4 (compresa informatica).

A differenza del PNI, ma anche degli altri indirizzi, il Progetto Brocca è l'unico che prevede le esponenziali al 4° anno.

Inoltre il tema e i contenuti del progetto Brocca sono gli stessi del PNI (infatti il progetto Brocca nasce proprio dal PNI)

Tema n.3 “Funzioni ed equazioni”: “Funzioni esponenziale [e logaritmica].”

■ Proposte dell'UMI (Matematica 2003)

Le proposte dell'UMI, si articolano in quattro nuclei tematici (Il numero, Lo spazio e le figure, Le relazioni, I dati personali) e in quattro nuclei trasversali o di processo (Argomentare e congetturare, Misurare, Risolvere e porsi problemi) e in aggiunta vi è anche il Laboratorio di Matematica. I nuclei tematici sono contenuti di tipo contenutistico attorno ai quali costruire le competenze matematiche dell'allievo (infatti sono suddivisi in abilità e conoscenze), mentre i nuclei trasversali sono centrati sui processi che gli allievi devono attivare gradualmente nella loro formazione matematica. Le proposte UMI quindi, non sono suddivise in “anni scolastici” come i programmi di ordinamento, né vi sono indicazioni riguardanti il periodo in cui svolgere un determinato argomento come i programmi PNI.

NUCLEO TEMATICO: “Numeri e algoritmi”; Primo Biennio

Conoscenze:

- Rappresentazioni scientifica ed esponenziale dei numeri razionali e reali.
- La potenza di numeri positivi con esponente razionale.

NUCLEO TEMATICO: “Relazioni e funzioni”; Secondo biennio

Abilità	Conoscenze
Avere familiarità con crescita, decrescenza, positività, massimi e minimi di una funzione; funzione inversa. Leggere in un grafico le proprietà di crescita e decrescenza, l'esistenza di massimi e minimi.	La funzione esponenziale; [la funzione logaritmica; le funzioni seno, coseno, tangente]. I loro grafici.
Costruire modelli, sia discreti che continui, di crescita o decrescita lineare, di crescita esponenziale, di andamenti periodici.	[...] Il numero e .

■ Indicazioni Nazionali per i piani di studio personalizzati dei percorsi liceali; Piani di studio e Obiettivi specifici di apprendimento (OSA)

Gli Osa riguardanti gli argomenti dell'unità didattica presa in esame fanno parte del nucleo *Relazioni e funzioni* del Secondo Biennio e sono

- Funzione esponenziale, [funzione logaritmo] e modelli di accrescimento e decadimento
- Utilizzare in casi semplici, operazioni funzionali per costruire nuove funzioni e disegnarne i grafici, a partire dalle funzioni elementari
- Riconoscere crescita, decrescenza, positività, [massimi e minimi] di una funzione

■ COLLEGAMENTO CON LE “INDICAZIONI DEL CURRICOLO per il primo ciclo d'istruzione” (perché i ragazzi delle medie lavorano con le potenze, primo approccio delle funzioni esponenziali)

Tra gli “Obiettivi di apprendimento” al termine della classe terza della scuola secondaria di primo grado troviamo:

Tema “Numeri”

- Utilizzare la notazione usuale per le potenze con esponente intero positivo, consapevole del significato;
- Usare le proprietà delle potenze anche per semplificare calcoli e notazioni;
- Conoscere la radice quadrata come operatore inverso dell'elevamento al quadrato.

Tema “Relazioni e funzioni”

- Usare il piano cartesiano per rappresentare relazioni e funzioni, e per conoscere in particolare le funzioni del tipo $y=2^n$.

Prerequisiti

- Numeri reali;
- Potenze ad esponente razionale;
- Equazioni e disequazioni algebriche;
- Concetto di funzione e relativo grafico;
- Funzioni e grafici elementari (somma e prodotto di funzioni, funzioni inverse), tra cui la funzione valore assoluto;
- Simmetrie e traslazioni.

Obiettivi specifici

Gli obiettivi specifici sono suddivisi in *conoscenze* e *abilità*.

Conoscenze:

- Conoscere la definizione di funzione esponenziale, dominio e immagine della funzione;
- Conoscere le proprietà della funzione esponenziale e il suo grafico in dipendenza dalla base;

- Conoscere le definizioni di equazione e disequazione esponenziale;
- Conoscere il numero di Nepero e .

Abilità:

- Saper riconoscere e rappresentare le funzioni esponenziali;
- Saper rappresentare una funzione composta da traslazioni e dilatazioni di una funzione data;
- Saper acquisire familiarità con la lettura di un grafico di funzione;
- Acquisire le tecniche per la risoluzione (nei casi più semplici, anche con metodo grafico) di equazioni e disequazioni esponenziali;
- Comprendere che alcuni fenomeni reali possono essere rappresentati mediante modelli esponenziali;

Tempi previsti per l'intervento didattico	
• Accertamento dei prerequisiti	1h
• Proprietà delle potenze e calcolo di potenze con esponente intero o reale	2h
• Curva esponenziale	2h
• Equazioni e disequazioni esponenziali	4h
• Cenni storici	1h
• Verifica sommativa	2h
• Correzione verifica	1h
• Ore di laboratorio	1h

Per un totale di 14 ore di lavoro.

Metodologia didattica e strumenti
Per l'apprendimento dei contenuti e per perseguire gli obiettivi esposti si farà uso di lezioni sia frontali che dialogate, con il sussidio del libro di testo e di fotocopie contenenti esercizi svolti e approfondimenti. Verranno assegnati compiti per casa, cercando di dedicare sempre una parte della lezione alla correzione di questi alla lavagna sia da parte del docente, che da parte dei ragazzi. (I compiti verranno comunque controllati dal docente, per assicurarsi che i ragazzi li svolgano). Verranno discussi e confrontati insieme gli esercizi che hanno apportato incertezze e problemi. Si svolgerà attività di laboratorio informatico utilizzando software didattici come Derive e come Excel; in queste occasioni si preferirà il lavoro di gruppo, le esercitazioni guidate ma anche quelle autonome. Strumenti utilizzati: • Libro di testo • Lavagna e gessi • Calcolatrice scientifica • Riga • Fotocopie • Software didattici come Derive ed Excel. Controllo dell'apprendimento: Il controllo dell'apprendimento sarà effettuato mediante <i>verifiche formative</i> e <i>verifica sommativa</i>. Le <i>verifiche formative</i> consistono nel controllo degli esercizi assegnati per casa, la correzione alla lavagna degli stessi, effettuato dagli allievi, la discussione in classe dei problemi incontrati nello svolgimento degli esercizi e nello studio della teoria, qualche domanda durante le lezioni, lo svolgimento di qualche esercizio alla lavagna. Le <i>verifiche sommative</i> consistono in prove orali e prove scritte.

Le *prove orali* serviranno al docente per valutare non solo la teoria appresa dai ragazzi, ma verrà chiesto anche lo svolgimento di qualche esercizio e verranno fatte domande riguardanti le attività di laboratorio.

La *prova scritta*, della durata di due ore, sarà svolta al termine dell'unità didattica e ha soprattutto il compito di valutare le abilità e permetterà di verificare l'autonomia dello studente nell'utilizzo degli strumenti forniti.

Contenuti

La funzione esponenziale

1. Un esempio di crescita esponenziale: la legge di capitalizzazione composta
2. Ripasso: il concetto di potenza con esponente intero positivo o razionale
3. La funzione esponenziale
4. Il grafico della funzione esponenziale
5. Una particolare curva esponenziale $y = e^x$
6. Le equazioni esponenziali
7. Le disequazioni esponenziali
8. Altre applicazioni: fenomeni ad andamento esponenziale

Considerazioni Didattiche (sui contenuti, approfondimenti e attività eventuali di laboratorio)

La funzione strumentale e quella culturale della matematica rappresentano lo strumento essenziale per una comprensione quantitativa della realtà da un lato, e dall'altra un sapere logicamente coerente e sistematico, caratterizzato da una forte unità culturale. Entrambi gli aspetti sono essenziali per una formazione equilibrata degli studenti: priva del suo carattere strumentale, la matematica sarebbe un puro gioco di segni senza significato; senza una visione globale, essa diventerebbe una serie di ricette prive di metodo e di giustificazione. Dentro a competenze strumentali come eseguire i calcoli, risolvere equazioni e disequazioni è importante tenere sempre presente l'aspetto culturale, che collega tali competenze alla storia della nostra civiltà.

Per questo motivo, **l'introduzione delle funzioni esponenziali** è stato fatto **partendo proprio da un esempio pratico**: la capitalizzazione composta. Allo stesso modo, si sarebbe potuto introdurre tale concetto tramite la capitalizzazione continua, oppure la pressione atmosferica o ancora considerando la carica e la scarica di un condensatore.

L'esempio che ho utilizzato è il seguente:

Se depositiamo in banca una certa somma C (detta **capitale**), la banca aggiunge, a scadenze periodiche (ad esempio ogni anno), un **interesse** I alla somma depositata. Tale interesse è direttamente proporzionale al capitale C :

$$I = C \cdot i,$$

dove i prende il nome di **tasso d'interesse**. La somma del capitale iniziale e dell'interesse maturato viene detta **montante**.

Alla fine del primo anno, quindi, il nostro capitale non è più C , ma è

$$M_1 = C + C \cdot i = C(1+i) \quad (\text{montante dopo il primo periodo}).$$

Alla fine del secondo anno, l'interesse viene calcolato non sul capitale iniziale C , ma sul montante M_1 , per cui il nostro capitale è diventato

$$M_2 = M_1 + M_1 \cdot i = M_1(1+i) = C(1+i)^2 \quad (\text{montante dopo il secondo periodo}).$$

Ragionando nello stesso modo, troviamo che alla fine del terzo anno il capitale risulta

$$M_3 = M_2 + M_2 \cdot i = M_2(1+i) = C(1+i)^3 \quad (\text{montante dopo il terzo periodo}).$$

In generale, dopo n anni, si ha

$$M_n = C(1+i)^n.$$

Considerando il capitale iniziale C ed il tasso d'interesse i valori noti, quest'ultima relazione ci dice *in che modo aumenta il montante al passare del tempo*. Essa viene detta **legge di capitalizzazione composta**. La quantità $(1+i)$ viene detta **fattore di capitalizzazione**.

Ad esempio, se $C = 1000$ € e $i = 0,1$ (ovvero un tasso d'interesse del 10%), si ha

$$M_n = 1000(1,1)^n \text{ €}.$$

Rappresentiamo la legge di capitalizzazione composta mediante un grafico, con l'aiuto di Excel . (qui non ho messo il grafico, ma è utile farlo fare ai ragazzi)

Osservando il grafico ci si rende conto che ciascun punto evidenziato rappresenta in ascissa il numero (intero) di anni trascorsi e in ordinata il relativo montante. *I punti sono congiunti tra loro da una linea continua*. Ciò significa, intuitivamente, *calcolare il montante, secondo la legge di capitalizzazione composta, anche per valori non interi del tempo* (ad esempio per frazioni di anno). Questo ovviamente ha senso. Infatti, possiamo chiederci quanto vale il montante ad esempio dopo 2 anni e mezzo, o dopo 3 anni ed un mese, o dopo 5 anni 3 mesi e 4 giorni, e così via.

Ma ciò è sensato anche da un punto di vista matematico? *Nella legge di capitalizzazione composta la variabile tempo* (il numero n di anni trascorsi) *compare ad esponente di una potenza*. Possiamo attribuire ad essa valori non interi? Ha senso considerare una potenza ad esponente non intero? E come si fa a calcolarla?

Nota Didattica: Il concetto di potenza, (e poi di funzione esponenziale) può creare innumerevoli misconcetti. A tale proposito, cerchiamo di recuperare alcuni concetti importanti che ci serviranno in seguito nella definizione di funzione esponenziale. A questo punto quindi, è utile procedere con il ripasso. (metto i passi più importanti, senza gli esempi)

- **Definizione:** Dato un **numero razionale** a e un numero **intero positivo** n maggiore di 1, si chiama **potenza ennesima** di a il prodotto di n fattori uguali ad a . La potenza ennesima di a si indica con la scrittura a^n .
- **Definizione:** Si chiama potenza di un numero razionale a secondo l'esponente 1, il numero a stesso, cioè per definizione si pone: $a^1 = a$.
- **Definizione:** Si chiama potenza di un numero razionale a , diverso da zero, secondo l'esponente 0, il numero +1, cioè per definizione si pone: $a^0 = +1$.

Importante: Non si definisce la potenza di base 0 con esponente 0, cioè, il simbolo 0^0 non ha alcun significato.

A questo punto ricordiamo le proprietà delle potenze con base a numero razionale ed esponente n intero positivo:

- **Definizione:** Si chiama potenza di un **numero razionale**, diverso da zero, con **esponente intero negativo**, la potenza avente come base il reciproco del numero dato e come esponente l'opposto dell'esponente dato. Se con a indichiamo un numero relativo, diverso da zero, e con n un intero

positivo, per definizione si ha $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$.

Vogliamo ora far vedere come possiamo estendere il concetto di potenza al caso di potenza di un

numero reale ad **esponente razionale**. In generale $a^{\frac{m}{n}}$ deve rappresentare un numero la cui

potenza n -esima è a^m ; le potenze a esponente frazionario sono perciò così definite: $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

Fino a questo momento, non abbiamo mai parlato della base. Come deve essere la base?

Sicuramente, non vi sono problemi se la base è positiva. Ci chiediamo a questo punto, **la base può essere negativa**? Per fare chiarezza su questo punto, consideriamo le seguenti potenze:

$$(-8)^{\frac{2}{6}} \text{ e } (-8)^{\frac{1}{3}}.$$

Poiché esse hanno la stessa base, ed essendo i loro esponenti uguali (infatti $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$), è lecito aspettarsi che le due potenze siano eguali. Applicando la definizione però otteniamo:

$(-8)^{\frac{2}{6}} = \sqrt[6]{(-8)^2} = \sqrt[6]{64} = 2$ mentre $(-8)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{(-8)^1} = \sqrt[3]{-8} = -2$; e quindi si avrebbe $(-8)^{\frac{2}{6}} \neq (-8)^{\frac{1}{3}}$ pur essendo uguale sia le basi, sia gli esponenti.

Per questo motivo, dobbiamo porre una restrizione alla base delle potenze con esponente frazionario, ossia, la base deve essere positiva.

Dopo questo importante ripasso si torna alla capitalizzazione composta:

$$\begin{array}{ccccc} M(t) = & C & \cdot & (1+i)^t & \nearrow x \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \\ & y & & 1 & a \end{array}$$

Nota Didattica: è bene far notare ai ragazzi alcune differenze fra la legge di capitalizzazione composta e la funzione esponenziale:

- ❑ L'esponente x è, come il tempo t , una **variabile** (variabile indipendente), e può assumere tutti i valori reali (a differenza del tempo t che non può assumere valori negativi).
- ❑ La base a è, come il fattore di capitalizzazione $(1+i)$, una **costante** fissata all'inizio, e può essere un qualunque numero reale *positivo* (a differenza del fattore di capitalizzazione che è necessariamente maggiore di 1).

Da qui diamo la definizione di funzione esponenziale, ossia

Definizione: Si definisce **funzione esponenziale** la funzione:

$$f : x \rightarrow a^x \quad a > 0 \text{ (per i motivi appena detti)}$$

Tale funzione è definita per qualunque valore di x , ossia il suo dominio è l'insieme $\mathbb{R}$ dei numeri reali.

Anche nel caso in cui l'esponente sia un numero reale, la potenza gode delle suddette proprietà della potenza cioè

- ❑ $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
- ❑ $a^n : a^m = a^{n-m}$ (con $n \geq m$)
- ❑ $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
- ❑ $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
- ❑ $a^n : b^n = (a : b)^n$

Poi rappresentiamo i grafici (a mano) con i ragazzi, e deduciamo con loro le opportune proprietà (dominio, immagine, crescita, cosa succede se x va verso valori "molto piccoli", si potrebbe introdurre in modo intuitivo il concetto di limite). È opportuno poi portare i ragazzi in laboratorio e far vedere i grafici attraverso Derive.

Infine, in un sistema di riferimento cartesiano disegniamo il grafico della funzione $f(x) = 2^x$. Nello stesso sistema di riferimento disegnare, senza fare calcoli, i grafici delle funzioni $f(x) = 1 + 2^x$, $f(x) = 2^{x+1}$, $f(x) = 2^{2x}$.

Equazioni esponenziali

Definizione: Si dicono **equazioni esponenziali** le equazioni in cui l'incognita compare nell'esponente di qualche potenza.

Si studieranno le equazioni esponenziali che si possono ridurre alla forma canonica:

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \quad a > 0, a \neq 1$$

Si riprenderà dunque quanto osservato in precedenza sulla biunivocità (ma soprattutto sull'iniettività) delle funzione esponenziale; si dedurrà quindi che risolvere un'equazione, in cui i due membri sono potenze di una stessa base (riducibile alla forma canonica), equivale a risolvere un'equazione in cui i due membri sono gli esponenti di tali potenze. Quindi se $a > 0, a \neq 1$ è sempre lecito il passaggio $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Rightarrow f(x) = g(x)$.

Nota Didattica. Bisogna però far notare ai ragazzi che non tutte le equazioni esponenziali sono riducibili alla forma canonica e che si studierà presto un metodo per risolvere tali equazioni.

Esempi: Si svolgeranno alcuni esercizi del tipo: $4^x = 8$, $3^{2-8x} = 9^{3x+1}$, $4^x - 2^{2x+1} = 2^{2x-1} - 6$, $9^x = 6 + 3^x$.

Nota didattica: Facciamo notare ai ragazzi che $7x \cdot 5^3 - 7 = 0$ non è un'equazione esponenziale perché l'incognita non compare come esponente.

Disequazioni esponenziali

Definizione: Si chiamano disequazioni esponenziali **tutte le disequazioni in cui l'incognita figura nell'esponente di qualche potenza.**

Studieremo poi le disequazioni esponenziali che si possono ridurre alla forma canonica:

$$a^{f(x)} < a^{g(x)} \quad a > 0, a \neq 1$$

Vista la monotonia delle funzioni esponenziali sono leciti i seguenti passaggi:

$$\text{Se } a > 1 \quad a^{f(x)} < a^{g(x)} \Rightarrow f(x) < g(x)$$

$$\text{Se } 0 < a < 1 \quad a^{f(x)} < a^{g(x)} \Rightarrow f(x) > g(x)$$

Nota Didattica: A questo punto si procederà con un paio di semplici esempi di applicazione della regola, ad esempio proponendo la risoluzione delle disequazioni:

$$3^x > 9$$

$$\frac{1}{3^x} > 9$$

Osservazioni e casi particolari

Sarà utile far notare, possibilmente mediante esercizi svolti alla lavagna dagli studenti, alcuni accorgimenti fondamentali per la risoluzione di alcune semplici disequazioni:

1. prendiamo ad esempio la seguente disequazione $\left(\frac{1}{5}\right)^x < 1$.

Questa disequazione si può scrivere nel modo seguente, applicando una proprietà delle potenze,

$$\left(\frac{1}{5}\right)^x < \left(\frac{1}{5}\right)^0$$

e quindi, per quanto detto sopra, si ha $x > 0$.

2. prendiamo ad esempio la seguente disequazione $4^x > 0$.

Facciamo notare ai ragazzi che questa disequazione è sempre verificata, $\forall x \in \mathbb{R}$ per le proprietà analizzate nello studio della funzione esponenziale.

Invece la disequazione $\left(\frac{3}{4}\right)^x < -1$ risulta impossibile per le stesse proprietà.

Nota Didattica: A questo punto si proporranno esercizi via via sempre più complicati che prevedono l'applicazione delle regole non in modo meccanico ma in modo ragionato.

$$2^x \leq \frac{3^{x+3}}{8} \qquad \frac{2^x - 1}{9^x - 3} \leq 0$$

Attività di Laboratorio:

Risoluzione grafica

Risulterà molto utile far prendere dimestichezza con la risoluzione grafica di equazioni e disequazioni esponenziali; a questo scopo si potrebbe organizzare un'altra **attività di laboratorio** in cui si svolgeranno esercizi mediante l'utilizzo di Derive.

1. Risolvere graficamente l'equazione $x^2 + 2^x = 4$ che può essere scritta come $2^x = 4 - x^2$ ed interpretata come l'equazione che risolve il sistema $\begin{cases} y = 2^x \\ y = 4 - x^2 \end{cases}$ che dà le intersezioni di una curva esponenziale con una parabola:

2. Risolvere graficamente la disequazione $2^x > \frac{1}{2}$, che equivale al sistema $\begin{cases} y = 2^x \\ y > \frac{1}{2} \end{cases}$:

Il sistema ci dice che siamo interessati ai punti della curva esponenziale che hanno ordinata maggiore di $1/2$; dal grafico si può vedere che i punti che godono di tale proprietà sono quelli aventi ascissa maggiore di -1 .

Altre applicazioni: fenomeni ad andamento esponenziale

Le funzioni esponenziali intervengono nella modellizzazione dei principali fenomeni di accrescimento o di decadimento, in molti settori disciplinari; quindi una conoscenza approfondita e sicura delle funzioni esponenziali e delle loro inverse (funzioni logaritmiche) è indispensabile per chiunque abbia a che fare con tali problematiche.

Molti fenomeni economici, biologici, fisici, seguono una legge di tipo esponenziale al variare del tempo:

- Negli ultimi secoli la popolazione mondiale ha avuto una crescita di tipo esponenziale;
- Capitalizzazione continua: la capitalizzazione degli interessi su un deposito bancario, maturati istante per istante, corrisponde alla legge matematica del tipo: $C = C_0 e^{kt}$, dove C è il montante maturato dopo t anni, C_0 è il capitale impiegato al momento del deposito ($t=0$), k è il tasso di interesse annuo, t è il numero di anni. Questo esempio pratico di applicazione potrebbe suscitare curiosità, considerato l'interesse evidente della società attuale e delle nuove generazioni per i soldi.
- Pressione atmosferica: con buona approssimazione la pressione atmosferica p diminuisce all'aumentare dell'altitudine h , espressa in chilometri, con la legge $p = p_0 e^{-0,127h}$, dove p_0 è la pressione per $h=0$, cioè sulla superficie terrestre.
- Carica e scarica di un condensatore: la carica q , nel processo di carica di un condensatore, cresce dal valore 0 secondo la legge $q(t) = Cf \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$, mentre l'intensità di corrente i varia nel tempo secondo la legge $i(t) = \frac{f}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$.

Esercizi (tratti dalla verifica formativa e sommativa)

Esercizio 1: Conoscendo l'andamento del grafico della funzione $y = 3^x$, disegna i grafici delle funzioni $y = 1+3^x$, $y = 3^{x+1}$, $y = 3^{2x}$

Esercizio 2: Calcolare il montante prodotto dal capitale di 5500 euro impiegato per 6 anni e 3 mesi al tasso annuo del 10%. Rappresenta graficamente la funzione del montante al variare del tempo.

Esercizio 3: Dai grafici delle funzioni $y = 2^x$ e $y = (1/2)^x$ dedurre, utilizzando le opportune trasformazioni, i grafici delle seguenti funzioni:

- ☐ $y = -2^x$
- ☐ $y = 2^{|x|}$
- ☐ $y = (1/2)^{x-1}$
- ☐ $y = 3(1/2)^x$
- ☐ $y = 2^{x+3}$

Esercizio 4: Determina il dominio della seguente funzione:

☐ $y = \frac{1}{4^x - 3 \cdot 2^x + 2}$

Esercizio 5: Calcolare il montante prodotto dal capitale di 6900 euro impiegato per 4 anni e 9 mesi al tasso annuo del 10%. Rappresenta graficamente la funzione del montante al variare del tempo.

Esercizio 6: Risolvi le seguenti equazioni esponenziali:

- ☐ $3^{2x+1} = 1$
- ☐ $4^{\frac{3+x}{x-1}} = 2^{5x}$
- ☐ $e^{2x} + e^x - 2 = 0$

Esercizio 7: Risolvi le seguenti disequazioni esponenziali:

$$\square \quad 2^x \leq \frac{3^{x+3}}{8}$$

$$\square \quad \left(\frac{2}{3}\right)^x < -2$$

This document was created with Win2PDF available at <http://www.win2pdf.com>.
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.
This page will not be added after purchasing Win2PDF.