UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FERRARA

SCUOLA DI SPECIALIZZAZIONE PER L'INSEGNAMENTO SECONDARIO

Classe di Specializzazione A049

Percorso Didattico

Dalla teoria all'esperimento: postulati e sviluppo della Relatività Ristretta

Supervisori:

Prof. L. Tomasi

Prof. F. Minni

Prof. D. Neri

Specializzanda:

Francesca Braga

VIII° Ciclo - Anno Accademico 2007-2008

1. La relatività ristretta nei programmi ministeriali

In questo paragrafo si vuole inquadrare l'argomento preso in esame in questo percorso didattico, nel contesto dei programmi ministeriali della scuola secondaria superiore.

I PROGRAMMI DI FISICA NEL LICEO SCIENTIFICO DI ORDINAMENTO

L'insegnamento della fisica nei **licei di ordinamento** si basa sui programmi ministeriali redatti nel 1952, che però ricalcano sostanzialmente i programmi della Riforma Gentile, risalente al 1923; nelle indicazioni metodologiche si suggerisce all'insegnante di

"*dare largo posto all'intuizione, al senso comune, all'origine psicologica e storica delle teorie, alla realtà fisica, agli sviluppi che conducono ad affermazioni pratiche immediate, mettendo da parte le nozioni statiche e rigide, e quelle puramente logiche, ma che astraggono da ogni impulso intuitivo".*

Nei programmi di Fisica del Liceo scientifico di ordinamento non è prevista la trattazione della relatività, anche se oramai gli insegnanti di Fisica nel Liceo Scientifico di Ordinamento l'hanno introdotta nelle classi 4.

I PROGRAMMI DI FISICA DEL PNI: PIANO NAZIONALE PER L'INFORMATICA

Proprio in attesa di una riforma della scuola secondaria superiore, molti licei hanno adottato progetti di sperimentazione, tra cui uno dei più seguiti è il **Piano Nazionale per l'Informatica (PNI)**. I suoi programmi sono stati elaborati nel 1985, allo scopo di introdurre l'informatica nelle scuole secondarie superiori; in realtà il progetto coinvolse solo la scuola secondaria superiore, con l'inserimento di elementi di informatica all'interno di nuovi e più corposi programmi di matematica e fisica mentre le altre materie non vengono toccate. Viene avviato nelle scuole come progetto sperimentale nell'anno scolastico 1987 – 1988.

Nella premessa si afferma che l'insegnamento della Fisica, come naturale prosecuzione dell'attività didattica svolta nel biennio, sposterà gradualmente nel triennio l'attenzione dagli aspetti prevalentemente empirici e di osservazione analitica verso gli aspetti concettuali, la formalizzazione teorica e i problemi di sintesi e valutazione.

Nel programma di Fisica per il triennio PNI, è previsto il tema (numero 2) dal titolo: sistemi di riferimento e relatività, in cui si afferma che devono essere trattati i seguenti argomenti:

1: Sistemi di riferimento inerziali e non inerziali;

2: Le trasformazioni galileiane;

3: Forze apparenti;

3: I postulati della relatività ristretta;

4: Simultaneità, dilatazione dei tempi, contrazione delle lunghezze, trasformazioni di Lorentz;

5: Massa relativistica ed equivalenza tra massa ed energia.

In particolare nel commento al tema si afferma che, i contenuti elencati, anziché essere affrontati in un unico momento, potranno essere trattati nel corso del triennio e organicamente inseriti nel percorso curricolare. Si propone poi un esempio: gli argomenti inerenti alla relatività galileiana potranno essere proficuamente affrontati con la sistematizzazione dei contenuti della meccanica. Infine poiché i concetti di spazio e tempo (concetti fondamentali delle teorie della relatività) sono stati spesso oggetto di riflessione in campo filosofico, si suggerisce uno stretto coordinamento di tali concetti nello studio delle due discipline.

Nelle indicazioni curricolari si afferma che risulta opportuno fornire indicazioni per una possibile scansione annuale degli argomenti oggetto del programma.

In particolare nella classe terza è previsto che siano introdotti i sistemi di riferimento:

- sistemi di riferimento inerziali e non inerziali;

- trasformazioni galileiane;

- forze apparenti.

Nella classe quarta è previsto l'argomento della relatività che dovrà essere svolto dopo l'argomento "Campo elettromagnetico- Correnti alternate".

Pertanto l'unità didattica sviluppata, terrà conto delle indicazioni di questi programmi e riprenderà e/o svilupperà i contenuti del Tema 2 e sarà sviluppata in una classe 4 concordemente a quanto indicato nella circolare 6 Febbraio 1991 n. 24.

2. Sviluppo del percorso didattico

DESTINATARI DELL'UNITÀ DIDATTICA:

Il percorso didattico è rivolto agli allievi che frequentano il quarto anno di un Liceo Scientifico PNI (secondo le indicazioni curricolari della normativa di riferimento). L'unità verrà svolta al termine del secondo quadrimestre.

PREREQUISITI

- Conoscenza della meccanica newtoniana;
- Conoscenza della teoria elettromagnetica di Maxwell;
- Conoscenza della teoria ondulatoria della luce.
- Conoscenza delle esperienze per la misura della velocità della luce.

ACCERTAMENTO DEI PREREQUISITI:

Poiché la teoria elettromagnetica di Maxwell e la teoria ondulatoria della luce vengono trattati nei mesi precedenti, è opportuno focalizzare l'azione di accertamento dei prerequisiti recuperando le conoscenze e le competenze sul concetto delle trasformazioni galileiane: in particolare verranno proposti problemi che coinvolgono sistemi di riferimento in moto relativo uniforme l'uno rispetto all'altro.

A titolo esemplificativo riporto quesiti "tipo".

Esercizio 1:

Un sistema di riferimento S' si muove, rispetto ad un altro riferimento S, scorrendo lungo l'asse *x* con velocità pari a 3 m/s. Sapendo che all'istante t = 5 s un punto materiale ha coordinate (- 10 ; 5 ; 10) rispetto al riferimento S, quali coordinate avrà rispetto al riferimento S'?

Esercizio 2:

Un buon nuotatore decide di attraversare un fiume e parte, in direzione perpendicolare a quella delle due sponde, con velocità pari a 3 m/s. Sapendo che la corrente del fiume ha una velocità di 4 m/s, determinare l'effettiva velocità del nuotatore rispetto alle due sponde.

1) 3 m/s
2) 4 m/s
3) 5 m/s
4) 7 m/s

5) Nessuna delle risposte precedenti .

In ogni caso si cercherà, ogniqualvolta questi verranno utilizzati di richiamare proprietà e concetti ad essi legati.

OBIETTIVI GENERALI

- acquisire una cultura scientifica di base che permetta agli studenti una visione critica ed organica della realtà sperimentale;
- promuovere lo sviluppo di specifiche capacità di vagliare e correlare le conoscenze e le informazioni specifiche, raccolte anche al di fuori della scuola, recependole criticamente ed inquadrandole in un contesto;
- contribuire alla maturazione dei processi di astrazione e di formazione dei concetti.
- educare a ragionare induttivamente e deduttivamente;
- sviluppare le attitudini analitiche e sintetiche;
- abituare alla precisione di linguaggio e alla coerenza argomentativa;
- indurre alla consapevolezza degli aspetti culturali e tecnologici emergenti dei nuovi mezzi informatici;

OBIETTIVI TRASVERSALI

- sviluppare attitudine alla comunicazione, ai rapporti interpersonali e all'autoespressione;
- iniziale ricerca di una identità professionale e sociale;
- sollecitare l'atteggiamento collaborativo, il senso di responsabilità, l'impegno serio e costante;
- contribuire a sollecitare e orientare il pieno sviluppo della personalità di ciascun studente;
- potenziare ed estendere il processo di preparazione culturale scientifica;
- sviluppare le capacità di analisi, di valutazione e di rielaborazione del sapere;
- promuovere la capacità critica necessaria per orientarsi nella realtà.

OBIETTIVI SPECIFICI

Gli obiettivi specifici saranno suddivisi in Conoscenze e Abilità:

Conoscenze:

- Conoscere il concetto di trasformazione galileiana;
- Conoscere il concetto di trasformazione di Lorentz;

- Conoscere il concetto di sistema di riferimento assoluto;
- Conoscere il concetto di etere;
- Conoscere i postulati della relatività ristretta;
- Conoscere il concetto di dilatazione dei tempi;
- Conoscere il concetto di funzione contrazione delle lunghezze;
- Conoscere il concetto di massa relativistica;
- Conoscere il concetto di quantità di moto relativistica;
- Conoscere il concetto di energia relativistica.

Abilità:

- Saper individuare quali leggi sono invarianti per le trasformazioni galileiane e quali non lo sono;
- Saper descrivere l'esperienza di Michelson-Morley e saperne individuare l'importanza scientifica;
- Saper individuare le implicazioni derivanti dai postulati della relatività ristretta sulle teorie preesistenti;
- Saper porre in relazione tra loro gli effetti derivanti dalla contrazione delle lunghezze e dalla dilatazione dei tempi;
- Saper comporre le velocità in campo relativistico;
- Saper spiegare i paradossi della relatività sfruttandone le leggi.
- Saper dimostrare cosa si intende per equivalenza tra massa ed energia.
- Applicare i concetti introdotti alla risoluzione di esercizi riguardanti i principi e delle leggi della relatività ristretta;
- Applicare i concetti appresi alla risoluzione di esercizi da svolgersi in laboratorio con l'ausilio di programmi di simulazione.

CONTENUTI:

- ✓ Inquadramento storico: Albert Einstein
- ✓ Ripasso e approfondimento di: Trasformazioni galileiane e trasformazioni classiche della velocità
- ✓ Trasformazioni di Lorentz
- ✓ L'etere e l'esperimento di Michelson e Morley

- ✓ Gli assiomi della teoria della relatività ristretta
- ✓ Definizione operativa di simultaneità;
- ✓ La dilatazione dei tempi;
- ✓ La contrazione delle lunghezze;
- ✓ Le trasformazioni relativistiche delle velocità
- ✓ Dinamica relativistica: Legame tra massa e energia
- ✓ Quantità di moto relativistica

METODOLOGIA DIDATTICA:

Per affrontare gli argomenti di questo percorso didattico si alterneranno lezioni di tipo frontale e di tipo interattivo, cioè caratterizzate da un'impostazione in chiave problematica o in forma dialogica con il gruppo classe intorno a quesiti o problemi proposti dal docente. In particolare si sottolinea la necessità didattica di utilizzare programmi di simulazione per lo studio degli aspetti che non si prestano ad esercitazioni di laboratorio (utilizzo di applet). Sono perciò previste attività e/o esercitazioni guidate sia di gruppo sia individuali nonché attività didattiche in laboratorio. Verranno assegnati compiti per casa che costituiranno parte integrante del momento didattico, per cui il controllo dei quaderni individuali, nonché la correzione e la discussione in classe di particolari esercizi o quesiti assegnati per casa, assumerà un valore formativo. Infine si utilizzerà la storia della fisica come strumento metodologico per inquadrare da un punto di vista storico le nozioni ed i concetti introdotti, con brevi accenni, affinché questa non sembri una scienza data ma frutto di una sua evoluzione.

MATERIALI E STRUMENTI:

- Lavagna e gesso;
- Quaderno, matita, riga e compasso;
- Libro di testo;
- Calcolatrice scientifica;
- Programmi di simulazione.

CONTROLLO DELL'APPRENDIMENTO:

- La valutazione formativa si esegue tramite verifiche orali, esercitazioni in laboratorio, esercitazioni in classe e correzione degli esercizi assegnati per casa.

- Le verifiche orali e gli esercizi alla lavagna permettono inoltre di valutare l'acquisizione di proprietà di linguaggio degli alunni, e il loro criterio di scelta di una strategia risolutiva piuttosto che un'altra.

- La verifica sommativa permette di verificare il livello di assimilazione degli argomenti trattati e l'autonomia nella risoluzione degli esercizi. E' altresì importante sottolineare che la prova scritta comprende esercizi e problemi non limitati ad un'automatica applicazione di formule, ma orientati sia all'analisi critica del fenomeno considerato, sia alla giustificazione logica delle varie fasi del processo di risoluzione.

Per determinare gli esiti della verifica sommativa assegniamo ad ogni esercizio un punteggio. La diversità di punteggio tra i vari esercizi rispecchia livelli diversi di difficoltà in termini di conoscenze, competenze e capacità richieste per svolgerli.

TEMPI DELL'INTERVENTO DIDATTICO:

- numero di ore settimanali di fisica stabilite dalla normativa: 3
- numero totale di ore previste per lo sviluppo dell'unità didattica: 16 ore (1 mese e mezzo circa), di cui:
  - 1 ora da dedicare all'accertamento dei prerequisiti.
  - 15 ore da dedicare allo sviluppo dell'unità didattica, così distribuite:

Lezioni frontali e dialogiche in classe (comprendente anche le esercitazioni)	**Verifica sommativa, consegna e correzione**	**Attività di laboratorio**	**Totale**
10	2	3	15

3. Sviluppo dei contenuti:

3.1 INQUADRAMENTO STORICO

Le leggi della **fisica classica** furono formulate da Newton nei *Principia* nel 1687. Secondo questa teoria, il moto di una particella può essere descritto relativamente a un sistema di riferimento inerziale nel quale la particella, se non soggetta a forze esterne, si muove in linea retta con velocità costante. Due sistemi di riferimento, entrambi inerziali, sono necessariamente in moto l'uno rispetto all'altro con velocità costante. Il tempo, tra due sistemi di riferimento, differisce per una costante e tutti i tempi possono essere descritti relativamente a un tempo assoluto.

Questa teoria del XVII secolo non venne sfidata fino al XIX secolo, quando si intraprese lo studio teorico dei **sistemi elettrici e magnetici**.

Era noto da tempo che il suono aveva bisogno di un mezzo nel quale viaggiare (nel vuoto i suoni non si propagano) e sembrava naturale supporre che anche la trasmissione della luce richiedesse un mezzo. Questo ipotetico mezzo fu chiamato **etere** e molti studiosi del XIX secolo, tra cui Cauchy, Stokes, Thomson e Planck, supposero che l'etere avesse una serie di proprietà, talvolta anche differenti, in modo che, a fine secolo, la teoria della luce, quella del calore, quelle dell'elettricità e del magnetismo avevano ciascuna i loro eteri.

La consapevolezza che il campo elettromagnetico si propagava con la stessa velocità della luce spinse **Maxwell** a supporre che anche la luce fosse un fenomeno elettromagnetico. Maxwell scrisse un articolo sull' *Etere* per l'edizione del 1878 dell'Enciclopedia Britannica e in esso propose l'esistenza di un unico etere, riferendo anche di un suo tentativo fallito di misurare gli effetti del trascinamento dell'etere sul moto della Terra. Propose anche una determinazione astronomica del trascinamento dell'etere basata su misure della velocità della luce che usassero le lune di Giove in differenti posizioni rispetto alla Terra.

Spinto dalle idee di Maxwell, **Michelson** cominciò i suoi esperimenti e nel 1881 scriveva:

Il risultato dell' ipotesi di un etere stazionario si è dimostrato scorretto; ne segue necessariamente che questa ipotesi è sbagliata.

Lorentz scrisse un lavoro nel 1886 in cui criticava l'esperimento di Michelson non curandosi dei suoi risultati sperimentali, che giudicava probabilmente poco accurati. Michelson fu convinto da Thomson e da altri a ripetere l'esperimento insieme con Morley, ottenendo ancora, nel 1887, nessuna traccia di effetti dovuti all'etere. Sembrava che la velocità della luce fosse indipendente dalla velocità dell'osservatore. [Michelson e Morley resero più accurato il loro esperimento e lo ripeterono più volte fino al 1929.]

Sempre nel 1887 Voigt scrisse per la prima volta le trasformazioni

$$x' = x - vt,$$
$$y' = y/g,$$
$$z' = z/g,$$
$$t' = t - vx/c^2$$

e mostrò che alcune equazioni erano invarianti rispetto a queste trasformazioni. Queste trasformazioni, con un diverso fattore di scala, sono oggi note come equazioni di Lorentz e il gruppo delle trasformazioni di Lorentz dà la geometria della relatività ristretta. Tutto ciò non era noto a Voigt, che scrisse queste trasformazioni mentre lavorava sull'effetto Doppler.

Voigt scrisse a Lorentz a proposito dell'esperimento di Michelson e Morley nel 1887 e 1888 ma Lorentz pare non abbia saputo delle trasformazioni a quell'epoca, per quanto fosse molto interessato al nuovo esperimento di Michelson-Morley del 1887.

Nel 1889 fu pubblicato un breve articolo del fisico irlandese **Fitzgerald**, *The ether and the earth's atmosphere*, nel quale l'autore evidenzia che il risultato dell'esperimento di Michelson-Morley poteva essere spiegato solo se

...le lunghezze dei corpi materiali cambiano, a seconda che si muovano dentro l'etere o attraverso di esso, di una quantità che dipende dal quadrato del rapporto tra le loro velocità e quella della luce.

Lorentz non conosceva questo articolo di Fitzgerald e nel 1892 propose una contrazione nelle lunghezze quasi identica in un articolo che considerava molto seriamente l'esperimento di Michelson-Morley. Quando gli fu detto che Fitzgerald aveva già pubblicato una teoria simile, Lorentz gli scrisse, e Fitzgerald gli rispose che aveva davvero mandato quell'articolo alla rivista *Science*, ma non sapeva se fosse stato pubblicato. Anzi, fu contento che Lorentz fosse d'accordo con lui perché fino ad allora quell'idea era stata accolta con ilarità. Lorentz colse l'occasione per

ammettere che Fitzgerald aveva proposto l'idea per primo, e solo Fitzgerald, non sapendo della pubblicazione del suo articolo, credette che Lorentz avesse pubblicato per primo!

Larmor nel 1898 scrisse l'articolo *Ether and matter*, in cui espose le trasformazioni di Lorentz (che ancora non erano state scritte da Lorentz), mostrando che la contrazione delle lunghezze di Fitzgerald-Lorentz era una conseguenza di queste trasformazioni.

Fu solo nel 1899 che Lorentz scrisse le trasformazioni, da allora note con il suo nome, e fu la terza persona a farlo. Inoltre, come Larmor, mostrò che la contrazione delle lunghezze ne è una conseguenza.

Il più sorprendente articolo legato alla relatività ristretta pubblicato prima del 1900 è *La mesure du temps* di **Poincaré**, apparso nel 1898, nel quale si legge

...non abbiamo una diretta intuizione sull'uguaglianza di due intervalli temporali.

La simultaneità di due eventi o l'ordine con cui si succedono, così come l'uguaglianza di due intervalli di tempo, deve essere definita in modo tale che la formulazione delle leggi naturali sia il più semplice possibile.

Dal 1900 il concetto di etere come sostanza materiale fu messo in discussione, e Poincaré, nel suo discorso introduttivo al Congresso di Parigi nel 1900, chiese *l'etere esiste davvero?* Nel 1904 lo stesso Poincaré andò molto vicino alla teoria della relatività ristretta quando, in un discorso al Congresso Internazionale delle Arti e della Scienze a S. Louis, notò che due osservatori in sistemi di riferimento differenti avranno orologi che

...segneranno quello che si può chiamare il tempo locale…come richiesto dal principio di relatività un osservatore non può sapere se si trova a riposo o in moto rettilineo uniforme.

L'anno in cui la relatività ristretta venne finalmente alla luce fu il 1905. Nel giugno di quell'anno, infatti, Poincaré scrisse un importante lavoro, *Sur la dynamique de l'electron*, mentre **Einstein** inviò il suo primo articolo sulla relatività. Poincaré stabilì che sembra che l'impossibilità di dimostrare il moto assoluto sia una legge generale della natura, e mostrò che le trasformazioni di Lorentz, insieme alle rotazioni, formano un gruppo.

L'articolo di Einstein è notevole perché considera un approccio diverso, che anziché come tentativo di spiegare i risultati sperimentali, viene presentato per la sua bellezza e semplicità.

Einstein rigettò il concetto di etere come non necessario ed introdusse i sistemi di riferimento inerziali che, per definizione, sono in moto uniforme l'uno rispetto all'altro. L'intera teoria è basata su due postulati:

1. *Le leggi della fisica hanno la stessa forma in tutti i sistemi inerziali.*
2. *In ogni riferimento inerziale, la velocità della luce* ***c*** *è la stessa sia che venga emessa da un corpo a riposo, sia da un corpo in moto uniforme.*

Einstein quindi dedusse le trasformazioni di Lorentz da questi due postulati, come Poincaré provò che esse formano un gruppo insieme alle rotazioni ed infine dedusse la contrazione di Fitzgerald-Lorentz. Inoltre, in questo articolo Einstein menziona il "**paradosso dell'orologio**", secondo cui se due orologi sincroni C_1 e C_2 partono da un punto A e C_2 lascia A muovendosi lungo una curva chiusa per ritornare ad A, allora C_2 camminerà più lentamente rispetto a C_1. Egli notò che in realtà non c'è nessun paradosso, perché C_2 subisce un'accelerazione, cosa che non accade a C_1. Nel settembre del 1905 Einstein pubblicò un breve ma importante articolo in cui prov' la famosa formula $E = mc^2$.

All'epoca di questo suo primo articolo Einstein non era che un esperto tecnico di terza classe all'ufficio brevetti di Berna, tuttavia la teoria della relatività venne subita accettata, poiché nel 1908 Planck, personalità importante nel mondo scientifico, scrisse a sua volta un articolo sulla relatività ristretta. Sempre nel 1908 Minkowski pubblicò un importante articolo su questa teoria, presentando le equazioni di Maxwell-Lorentz in forma tensoriale, mostrando inoltre che la teoria Newtoniana della gravitazione non era consistente con la relatività.

I principali contributi alla relatività ristretta furono senza dubbio quelli di Lorentz, Fitzferald Poincaré e, ovviamente, del fondatore della teoria, Einstein. E' piuttosto interessante vedere come si comportarono fino alla formulazione finale della teoria.

Einstein, sebbene avesse passato molti anni pensando a come formulare la teoria, una volta trovati i due postulati questi divennero per lui così naturali che restò sempre riluttante ad ammettere che i suggerimenti dati da altri scienziati per spiegare l'esperimento di Michelson-Morley lo avessero influenzato.

A sua volta, Poincaré, in una conferenza del 1909 sulla relatività, non menzionò affatto Einstein e presentò la relatività con tre postulati, considerando oltre a quelli proposti da Einstein anche la contrazione di Fitzgerald-Lorentz. E' impensabile che una persona brillante come Poincaré non

avesse capito l'articolo di Enstein del 1905, ed in effetti Poincaré non citò mai Einstein in nessuno dei suoi successivi articoli sull'argomento. D'altra parte, Einstein ebbe un comportamento simile, nominando il lavoro di Poincaré in un solo articolo. Lorentz, al contrario, fu elogiato da entrambi, che lo citarono spesso nei loro lavori.

Lo stesso Lorentz pose dei dubbi: per quanto avesse chiaramente compreso gli articoli di Einstein, non sempre sembra ne abbia accettato le conclusioni, avendo delle riserve sull'idea che l'etere non esista e, ancora di più, sul fatto che non si possa superare la velocità della luce.

Nonostante ciò, la teoria della relatività venne accettata rapidamente, e nel 1912 Lorentz ed Einstein furono proposti entrambi per il premio Nobel per il loro lavoro sulla relatività ristretta. La proposta fu fatta da Wien, vincitore l'anno precedente, il quale la motivò dicendo che

...Mentre Lorentz deve essere considerato il primo ad aver trovato il contenuto matematico del principio di relatività, Einstein è riuscito a ridurlo ad un semplice principio. Si devono perciò considerare i meriti di entrambi gli scienziati paragonabili…

Einstein non ricevette mai un premio Nobel per la relatività. Infatti, la commissione fu molto cauta e aspettò una conferma sperimentale: nel momento in cui si ebbe questa conferma, Einstein era già già passato a nuovi importantissimi studi.

Albert Einstein: l'uomo e lo scienziato

Albert Einstein nacque ad ***Ulm*** (in Germania) da famiglia di origine ebraica, il ***14 Marzo 1879***. Nel 1894, quando Albert aveva solo 15 anni, la sua famiglia fu costretta dalle ristrettezze economiche a lasciare l'Impero Tedesco per trasferirsi a Milano. Dopo essere rimasto per circa un anno in Italia, emigrò in Svizzera, dove si iscrisse al famoso ***Politecnico di Zurigo***. Nel 1905, compì studi ormai celebri sull'***effetto fotoelettrico***, oltre che sul moto browniano e sulla relatività. Trovò lavoro all'***ufficio brevetti di Berna*** e nel 1910 conseguì l'abilitazione all'***insegnamento di Matematica e Fisica***. Nel 1912 gli venne assegnata la cattedra di professore ordinario di Matematiche Superiori nello stesso ateneo in cui si era laureato. Nel novembre 1913 gli fu offerto di insegnare ***Fisica*** nella prestigiosa ***Accademia prussiana delle Scienze di Berlino***. L'anno dopo fu chiamato a dirigere la Kaiser Wilhelm Gesellschaft nella stessa città. La moglie però rifiutò di seguirlo nella Germania precipitata nella spirale bellica, e lo abbandonò. Nel ***1916*** pubblicò la memoria « *Die Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie* » (***I fondamenti della teoria della Relatività Generale***), frutto di oltre dieci anni di studi, che completava un precedente lavoro del 1905 con il quale aveva gettato le basi dell'elettrodinamica relativistica (in pratica, quella che noi chiameremo la Teoria Speciale

della Relatività). Questi articoli lo fecero conoscere negli ambienti scientifici, e la sua fama crebbe fino al punto di meritargli nel ***1921*** il ***Premio Nobel*** per la fisica, che però gli fu assegnato per l'ipotesi fotonica con cui aveva spiegato l'effetto fotoelettrico, confermando le teorie di Planck, e non per il suo colossale studio sulla relatività. In Germania rimase fino al 1933 quando, intuendo il pericolo insito nell'ascesa al potere di Adolf Hitler, decise di ***emigrare negli Stati Uniti***, dove divenne professore all'Institute for Advanced Studies di Princeton. Qui prese anche la cittadinanza americana, nel 1940, ed insegnò fino al 1945, anno in cui si ritirò dall'attività accademica. Alcuni scienziati rifugiatisi in America come Leo Szilard, Edward Teller ed Eugene Wigner ritenevano che l'energia rilasciata durante la fissione nucleare avrebbe potuto essere utilizzata per una bomba dai tedeschi e diedero avvio al famoso progetto Manhattan (progetto che avrebbe portato in seguito allo sganciamento di due ***ordigni atomici*** sulle città nipponiche di Hiroshima e Nagasaki). Essi persuasero Albert Einstein, il fisico più famoso in America, ad avvertire il presidente Franklin Delano Roosevelt di questo pericolo.

L'11 ottobre 1939, al presidente Roosevelt, venne consegnata una lettera firmata da Albert Einstein (trascritta da Leo Szilard), che sollecitava gli Stati Uniti a sviluppare rapidamente un programma di armamento atomico. Il presidente accettò. Convinto pacifista, si ***rifiutò*** di ***partecipare*** al ***progetto Manhattan*** in prima persona, ma fu proprio in seguito alla lettera di Einstein del 1939 che il presidente americano Franklin Delano Roosevelt si convinse della possibilità di realizzazione della bomba atomica. Nel ***dopoguerra*** Einstein si impegnò in una ***campagna pacifista***, contraria a qualunque uso bellico della scienza e a qualunque discriminazione razziale. Una settimana prima della sua morte, firmò insieme ad altri sette premi Nobel un ***documento contro la proliferazione delle armi nucleari***, che costituisce il suo testamento spirituale, una sorta di messaggio postumo all'umanità.

In esso, tra l'altro, si legge:

« *Noi rivolgiamo un appello come esseri umani ad esseri umani: ricordate la vostra umanità e dimenticate il resto. Se sarete capaci di farlo è aperta la via di un nuovo Paradiso, altrimenti si spalanca davanti a voi il rischio della morte universale* »

Uomo schivo e riservato nel 1948 ***rifiutò*** l'offerta fattagli dai sionisti di assumere la ***presidenza*** del neonato ***Stato d'Israele***, affermando che « *la politica dura un attimo, mentre un'equazione dura in eterno* ».

Si dedicò fino all'ultimo alla ***ricerca teorica***, prevedendo tra l'altro anche gli sviluppi futuri della Fisica, perché la sua Teoria della Relatività portava diritta al sogno dell'***Unificazione delle Forze***;

Einstein tentò così, negli ultimi anni della propria vita, di trovare una possibile unificazione tra campo elettromagnetico e campo gravitazionale in un'unica formulazione, più semplice e completa che mai; ma questo tentativo, purtroppo, non fu coronato da successo, e non lo è tuttora.

Einstein ***si spense*** a Princeton subito dopo la mezzanotte del 16 Aprile del ***1955***, per un aneurisma.

Aveva cambiato per sempre la concezione che abbiamo di spazio, tempo e struttura dell'universo, partendo da una pretesa forse arrogante ed ambiziosa, ma certamente degna di un genio:

« *Voglio capire come Dio ha creato il mondo. Non mi interessa questo o quel fenomeno in particolare: voglio penetrare a fondo il Suo pensiero. Il resto sono solo minuzie... L'esperienza più bella che possiamo provare è il senso del mistero. E' l'emozione fondamentale che accompagna la nascita dell'arte autentica e della vera scienza. Colui che non la conosce, colui che non può più provare stupore e meraviglia è come morto, ed i suoi occhi sono incapaci di vedere.* »

3.2 LA RELATIVITA' NEWTONIANA: TRASFORMAZIONI GALILEIANE E TRASFORMAZIONI (COMPOSIZIONI) CLASSICHE DELLE VELOCITÀ

Osservazione didattica

In questo paragrafo si vogliono recuperare i concetti della meccanica classica coinvolgendo la classe e ponendo domande relative a concetti già sviscerati nel corso dell'anno precedente. A seguito della discussione che ne nasce, l'insegnante deve focalizzare l'attenzione sui seguenti aspetti:

1. La I legge di Newton afferma che un corpo rimane nel suo stato iniziale di quiete o di moto uniforme se la somma delle forze esterne agenti sul copro è uguale a 0. Tale legge ***non vale*** se l'osservatore si muove di ***moto accelerato*** rispetto alla particella. In altre parole il principio di inerzia non vale in tutti i sistemi di riferimento ma solo per i **sistemi inerziali**.

2. Esperimenti condotti nelle medesime condizioni (esperimenti "corrispondenti") in due sistemi A e B conducono ai medesimi risultati. Naturalmente A può osservare il moto di B e viceversa ed è questa l'unica possibilità di reciproca distinzione.

3. La II legge di Newton afferma che $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$. Due osservatori solidali a due sistemi di riferimento in ***moto relativo rettilineo uniforme*** l'uno rispetto all'altro misurano gli ***stessi valori*** sia dell'***accelerazione*** di una particella che della ***forza*** agente su di essa. In altre parole l'accelerazione di una particella (come può essere mostrato applicando le trasformazioni galileiane) è un invariante per i sistemi inerziali ed allora anche "ma" è un invariante. Il "principio di relatività galileiana" impone che la forza F non possa essere una

qualunque funzione delle coordinate e della veocità della particella; sono ammissibili soltanto le forme funzionali invarianti per trasformazioni galileiane.

4. In generale, il PRINCIPIO della RELATIVITA' GALILEIANA afferma che: i fenomeni ***meccanici*** si svolgono secondo stesse ***leggi*** in due distinti sistemi di riferimento in ***moto relativo rettilineo uniforme*** tra loro. Inoltre occorre ricordare che perchè possano valere le trasformazioni galileiane delle cooordinate è necessario che il tempo sia assoluto; del resto se non valgono le trasformazioni galileiane non ha senso parlare di relatività galileiana. In generale è opportuno distinguere il "principio galileiano di relatività" postulato su basi empiriche da Galilei (si veda il celebre passo tratto dal *Dialogo sopra i massimi sistemi*) dal "principio di relatività galileiana" in cui si assume l'invarianza delle leggi della meccanica per trasformazioni di Galileo .

5. Enunciato equivalente del PRINCIPIO di RELATIVITA' GALILEIANA: non vi sono esperimenti meccanici che possano indicare quale tra due sistemi di riferimento inerziali è fermo e quale è in moto, ossia il ***moto assoluto (ammesso che esista) non può essere rivelato confrontando tra loro misure compiute in riferimenti inerziali***.

3.2.1 LE TRASFORMAZIONI DI GALILEO:

Per riprendere tale argomento si può proporre il seguente esempio:

Si considerino due osservatori in due sistemi inerziali S e S' in moto relativo rettilineo uniforme l'uno rispetto all'altro. Ad esempio si consideri una barca che viaggia a velocità costante in un fiume.

L'esperimento consiste nel lanciare una pallina dalla cima dell'albero della barca e nella misura:

1) del tempo necessario alla pallina per cadere a terra

2) delle coordinate spaziali del punto in cui la pallina tocca terra.

Si può chiedere: Che cosa si osserva? I tempi misurati sono gli stessi? E le coordinate spaziali? La traiettoria compiuta dalla pallina è la medesima per i due osservatori? Rispetto all'albero della nave la pallina tocca terra nello stesso punto?

http://www.ba.infn.it/~fisi2005/index.html

E’ bene sottolineare che i due osservatori attribuiscono al punto in cui si realizza l’evento “pallina che tocca terra” coordinate spaziali diverse. L’osservatore a terra misurerà le coordinate x, y e z rispetto al sistema di riferimento S, mentre l’osservatore sulla barca misurerà le coordinate x’, y’ e z’ rispetto ad S’. Inoltre i due osservatori misureranno due tempi t e t’ nei rispettivi sistemi di riferimento.

Osservazione didattica: Giova ricordare che in meccanica classica le ***relazioni*** tra le ***coordinate spazio-temporali*** di uno stesso evento in due sistemi di riferimento ***inerziali*** si dicono TRASFORMAZIONI GALILEIANE.

Per semplicità, supponiamo che i due sistemi di riferimento, S ed S’ utilizzino due orologi identici e sincronizzati. Questo significa che, se indichiamo con t il valore degli istanti di tempo misurati dall’orologio di S e con t’ quelli riportati dall’orologio di S’, l’istante di tempo t=0 coincide con l’istante di tempo t’=0. Inoltre, in tutto il tempo successivo a tale istante i valori assegnati dai due orologi saranno identici: ovvero t=t’.

Quindi è bene evidenziare che nella ***fisica classica*** si ammette che il ***tempo*** è ***indipendente*** dal ***sistema di riferimento***, ossia che 2 orologi sincronizzati in un sistema S sono sempre sincronizzati in un sistema di riferimento S’ che si muove con velocità costante rispetto ad S.

Si supponga che per t = 0 i due sistemi di riferimento S e S’ abbiano le origini coincidenti e che dallo stesso istante S’ inizi a traslare con velocità costante $\vec{v}$ secondo la direzione x (fig. 1). Ciò significa nello stesso modo che la velocità di S rispetto ad S’ è $-\vec{v}$. Dopo un tempo t lo spazio percorso da S’ rispetto ad S è $\vec{v}t$, cioè è la misura del segmento OO’.

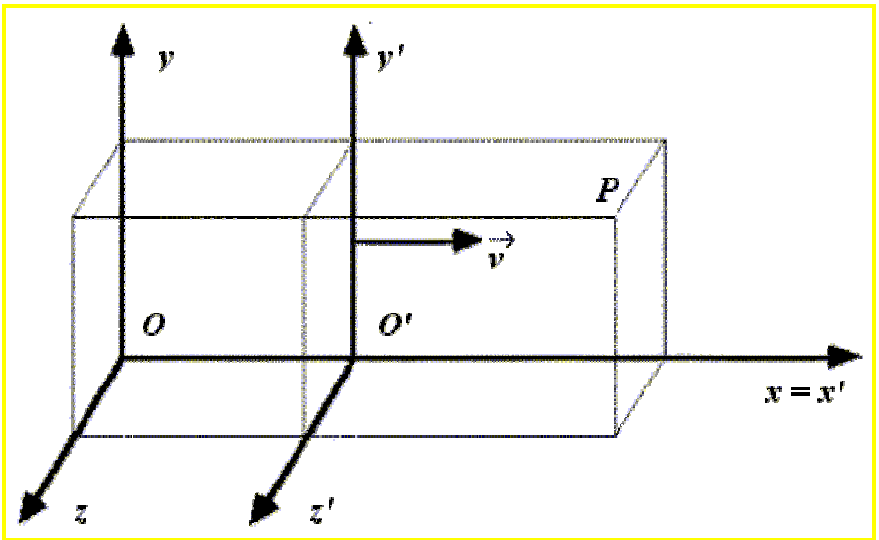


Figura 1

L’analisi della figura porta alle relazioni cercate:

$$\begin{cases} \vec{x}' = \vec{x} - \vec{v}t \\ \vec{y}' = \vec{y} \\ \vec{z}' = \vec{z} \\ t' = t \end{cases} \qquad \begin{cases} \vec{x} = \vec{x}' + \vec{v}t \\ \vec{y} = \vec{y}' \\ \vec{z} = \vec{z}' \\ t = t \end{cases}$$

note come TRASFORMAZIONI GALILEIANE.

E’ bene anche sottolineare che per effetto delle trasformazioni galileiane, alcune grandezze cambiano, mentre altre rimangono immutate, ed è per questo sono dette **invarianti.**

Inoltre è bene fare alcuni esempi di grandezze invarianti: massa della particella, accelerazione di un corpo, forza agente su esso sono esempi di grandezze invarianti. Mentre grandezze ***non*** invarianti sono ad esempio la ***velocità***. Infatti, per essa vale la seguente relazione:

$$\vec{u} = \vec{u}' + \vec{v} \qquad \vec{u}' = \vec{u} - \vec{v}$$

ove u e u’ le velocità della particella misurata in S e S’. Tali relazioni sono note come leggi di trasformazione delle velocità.

3. 3 ELEMENTI DI CRISI DELLA FISICA CLASSICA:

3.3.1 LE EQUAZIONI DI MAXWELL

Negli anni tra il 1860 ed il 1870, Maxwell (1831-1879) sviluppò una teoria matematica dell' elettromagnetismo fondata su quattro equazioni cardine, traduzione analitica dei seguenti teoremi:

1) *Un corpo carico produce nello spazio circostante un campo elettrico con linee di forza elettriche, il cui flusso attraverso una superficie chiusa è pari alla somma delle cariche poste al suo interno divisa per la costante dielettrica.*

2) *Una corrente elettrica che circola in un conduttore produce un campo magnetico le cui linee di forza magnetiche attorno al conduttore, il cui flusso attraverso una superficie chiusa è sempre nullo.*

3) un campo elettrico variabile nello spazio produce un campo magnetico.

4) un campo magnetico variabile nello spazio produce un campo elettrico.

Tali equazioni dimostrarono, per via puramente teorica, che ***non esiste*** un ***campo elettrico separato dal campo magnetico.*** Esse inoltre predicevano con esattezza che tale ***campo elettromagnetico*** dovesse ***propagarsi*** nello spazio sotto forma di ***onde***, nonostante nessun esperimento avesse rivelato una simile propagazione ondosa.

Il nostro scopo ora è quello di porsi la seguente domanda:

Poiché i fenomeni elettromagnetici sono regolati dalle equazioni da Maxwell, qual è il comportamento di queste equazioni per effetto di una trasformazione galileiana? Le equazioni di Maxwell sono o no invarianti rispetto ad una trasformazione galileiana?

Le equazioni di Maxwell NON sono INVARIANTI rispetto ad una trasformazione galileiana. Infatti, a seconda delle velocità relative del sistema di riferimento compaiono termini non presenti nella formulazione classica. Pertanto se si ritiene valida la relatività galileiana, le equazioni di Maxwell cambiano col sistema di riferimento. Questo è un primo elemento di crisi della fisica classica.

Allora ci si chiede se, visto che le equazioni di Maxwell, non sono invarianti rispetto alle trasformazioni galileiane, sia possibile individuare un principio di relatività che valga per i fenomeni elettromagnetici. Proprio per rispondere a tale quesito, i fisici teorici si misero alla ricerca di trasformazioni per le quali le equazioni dell'elettromagnetismo risultassero invarianti.

Tali trasformazioni furono individuate dal fisico olandese Hendrik Lorentz nel 1904 (anche se è bene ricordare che la forma originaria delle equazioni conteneva un errore , assenza del fattore γ in t' , poi corretto da Poincarè):

Le trasformazioni di Lorentz hanno validità generale, qualunque sia il valore della velocità relativa fra i due sistemi di riferimento, da 0 a c. Oltre a coinvolgere le coordinate spaziali le trasformazioni di Lorentz prevedono una ***trasformazione*** anche per il ***tempo***.

Facciamo l'ipotesi che un evento accada in un certo punto P dello spazio, in un certo istante e che tale evento sia registrato da due osservatori in due diversi sistemi di riferimento inerziali. Sia S il sistema di riferimento del primo osservatore (che indicheremo con O). Questo attribuirà all'evento P le coordinate posizionali x, y, z, e la coordinata temporale t. Indicato poi con S' il sistema di riferimento del secondo osservatore (O'), le coordinate posizionali e temporali rispettivamente, di P in O' saranno x', y', z', t'. . Si abbia che gli assi di riferimento di S ed S' siano coincidenti al tempo t=t'=0 ed S' si muova rispetto ad S con velocità v diretta lungo l'asse X. Allora si ottiene:

$$\begin{cases} \vec{x}' = \dfrac{\vec{x} - \vec{v}t}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} = \gamma(\vec{x} - \vec{v}t) \\ \vec{y}' = \vec{y} \\ \vec{z}' = \vec{z} \\ t' = \dfrac{t - \dfrac{\vec{v}\vec{x}}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} = \gamma(t - \beta\dfrac{\vec{x}}{c}) \end{cases}$$

ove $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ e $\beta = \dfrac{\vec{v}}{c}$.

Tali equazioni che mettono in relazioni le coordinate spazio-temporali di uno stesso evento in due diversi sistemi di riferimento S ed S' in moto rettilineo uniforme uno rispetto all'altro (nell'ipotesi che gli assi coordinati dei due sistemi di riferimento siano coincidenti nell'istante t=t'=0) sono dette trasformazioni di Lorentz.

Osservazione: E' bene notare che per valori sufficientemente piccoli di v (rispetto a c), il parametro γ, noto come fattore di Lorentz risulta praticamente uguale a 1 e le trasformazioni di Lorentz vengono a coincidere con le note trasformazioni galileiane.

Come è possibile vedere, le trasformazioni di Lorentz presentano notevoli differenze rispetto alle trasformazioni di Galileo. La più significativa riguarda la coordinata temporale. Infatti mentre nelle trasformazioni classiche t=t', cioè il tempo rappresenta una grandezza assoluta, indipendentemente dal sistema di riferimento, nelle trasformazioni di Lorentz t e t' assumono valori diversi. Lorentz tuttavia ***non*** attribuì ***significato fisico*** a questo "tempo modificato"; lo chiamò « tempo locale » ma, come scrisse egli stesso anni dopo la pubblicazione della teoria della relatività:

> *« ...Io non pensai mai che questo tempo avesse niente a che fare con il tempo reale. Questo tempo reale per me era ancora rappresentato dalla più antica nozione classica di tempo assoluto, indipendente da ogni sistema di riferimento. Esisteva per me un solo tempo vero: consideravo la mia trasformazione del tempo solo come un'ipotesi di lavoro euristico, di modo che la teoria della relatività è davvero solo opera di Einstein. »*

3.3.2 L'ETERE È IL RIFERIMENTO ASSOLUTO IN CUI LA VELOCITÀ DELLA LUCE ASSUME VALORE c

A porre ulteriori problemi fu la LUCE. Prima le osservazioni di Thomas Young (1773-1829) riguardanti i fenomeni di interferenza della luce (1800), e poi la costruzione teorica delle equazioni di Maxwell, fecero trionfare definitivamente il ***modello ondulatorio della luce*** a discapito di quello

corpuscolare, risalente all'autorità di Newton. La luce è un'***onda*** esattamente come il suono o le onde sismiche. Ovvero è un'onda elettromagnetica, cioè una particolare onda trasversale che si può propagare anche nel vuoto.

Osservazione didattica: Abbiamo visto (nelle unità didattiche precedenti) come, partendo dalle equazioni di Maxwell sia possibile dedurre per via teorica il valore numerico di *c*. Tale risultato è però in contraddizione con la meccanica classica, in quanto il valore calcolato di *c* risulta lo stesso in tutti i sistemi di riferimento qualunque sia la loro velocità relativa. Per la meccanica classica, è inaccettabile chje il valore di c "misurato" in diversi sistemi inerziali sia sempre lo stesso". Si conclude che due delle teorie fondamentali della fisica classica, risultano essere in contraddizioni tra loro. E' un problema molto grave, dal momento che entrambe le teorie hanno una vasto campo di applicabilità. Inoltre entrambe poggiano su una struttura concettuale solida e coerente. Infine entrambe, sono in perfetto accordo con molti esperimenti. Come si risolve il problema? Si deve fare una scelta: almeno una delle due teorie deve essere modificata. Vedremo nel proseguo che ad essere modificata sarà la meccanica. Tuttavia è bene sapere prima, quale delle due teorie in contraddizione, fa la previsione giusta riguardo alle proprietà della luce.

L'ETERE LUMINIFERO: La domanda che ci si pone, e che gli studiosi si sono posti è: qual è il mezzo attraverso cui si propaga la luce?

Nessuno dei mezzi materiali conosciuti può essere il sostegno delle onde luminose poiché dovrebbe possedere una ***grande rigidità*** per permettere la propagazione di onde trasversali e ***non*** dovrebbe ***offrire resistenza*** al moto dei pianeti, essendo il loro moto perfettamente spiegabile attraverso la legge gravitazionale. Venne introdotto un nuovo mezzo materiale, supposto ***impalpabile***, ***trasparente*** e ***perfettamente elastico***, che impregnerebbe ogni angolo dell'universo e trasporterebbe in ogni dove i raggi di luce, oltre che le onde radio e le radiazioni *X* e gamma. Per analogia con la celebre quintessenza di aristotelica memoria, a tale misteriosa realtà fu dato il nome di **ETERE**. Questo fluido imponderabile, che doveva pervadere tutto lo spazio, doveva essere l'unica cosa rigorosamente priva di movimento nell'universo, cioè il sistema privilegiato in cui le onde elettromagnetiche si propagassero alla velocità c prevista dalle equazioni di Maxwell. L'etere permetteva di stabilire una volta per tutte un sistema di riferimento nel quale le distanze, gli intervalli di tempo e le velocità potevano venire misurati in ***maniera univoca*** per tutti gli osservatori di questo mondo. Anche la velocità della luce, fissata univocamente dalla teoria elettromagnetica secondo la formula:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

(con ε_0 e μ_0 rispettivamente costante dielettrica del vuoto e permeabilità magnetica del vuoto) diventava « velocità assoluta » rispetto al fantomatico etere.

Allora ci si pone la seguente domanda: come si concilia la teoria dell'etere con quanto visto circa le trasformazioni galileiane?

Ammettere contemporaneamente l'esistenza di un sistema di riferimento privilegiato (quello dell'etere) in cui la luce viaggia con velocità c e la validità delle trasformazioni galileiane porta a concludere che la ***velocità di propagazione della luce*** *in un sistema in moto* ***relativo*** *rettilineo uniforme rispetto al sistema di riferimento assume un valore* ***diverso*** *da c.*

La qual cosa non è in contrasto con nessuna legge classica, se le trasformazioni di Galileo valgono solo per la meccanica

Fu al fine di verificare tale deduzione che Michelson e Morley (1887), con esperienze di ottica (quindi legate a fenomeni elettromagnetici) eseguite sulla Terra, cercarono di vedere se la velocità della luce rispetto alla Terra fosse la stessa in tutte le direzioni e di valutare, di conseguenza, la velocità della Terra rispetto all'Etere.

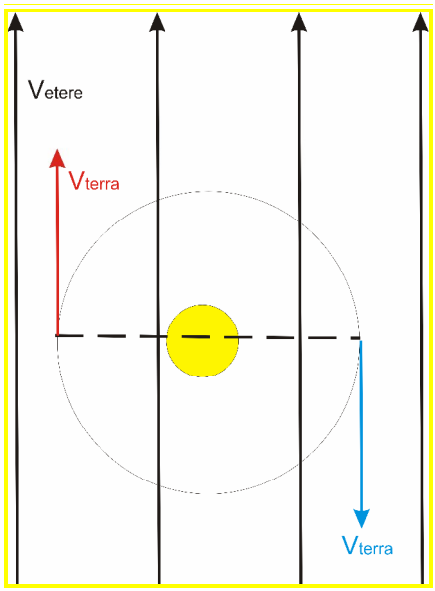
3.4 L'ESPERIENZA DI MICHELSON-MORLEY

Qual è l'Idea di base da cui partirono i due fisici?

Per capire qual è la velocità della luce in un laboratorio posto sulla superficie della terra, bisogna tener conto di un duplice movimento: quello del Sole rispetto all'etere (che, per intervelli di tempo ragionevoli possiamo ritenere uniforme) e quello del laboratorio rispetto al sole. Quest'ultimo movimento è rapidamente variabile, visto che, è dovuto sia alla rotazione della Terra attorno al proprio asse che al moto di rivoluzione della terra stessa intorno al Sole. La Terra gira intorno al sole con velocità media pari a 30km/s, cambiando continuamente direzione ed invertendo il suo verso ogni 6 mesi. Secondo la legge classica di trasformazione (composizione) delle velocità, la velocità della Terra rispetto all'etere è compresa tra la differenza e la somma delle velocità della Terra e dell'etere rispetto al sole (V_{etere} e V_{terra}):

$$v_{ETERE} - v_{TERRA} \leq v_{TERRA} \leq v_{ETERE} + v_{TERRA}\,.$$

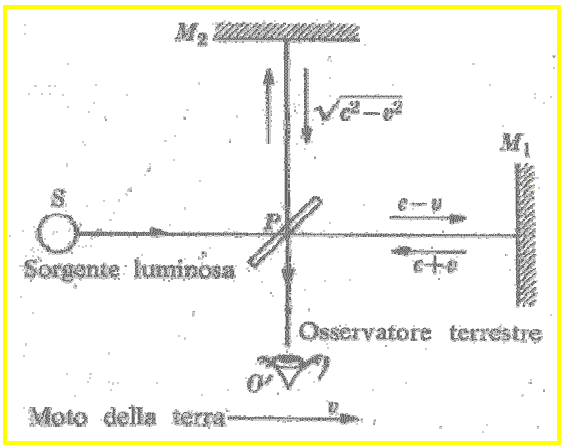
Michelson e Morely pensarono di determinare il ***moto della Terra attraverso l'etere*** utilizzando un complesso apparato di specchi (INTERFEROMETRO), che sfruttasse il fenomeno dell'interferenza tra raggi di luce che hanno percorso cammini ottici differenti.



Descrizione del dispositivo

Il dispositivo sperimentale utilizzato da Michelson e Morley è costituito da:

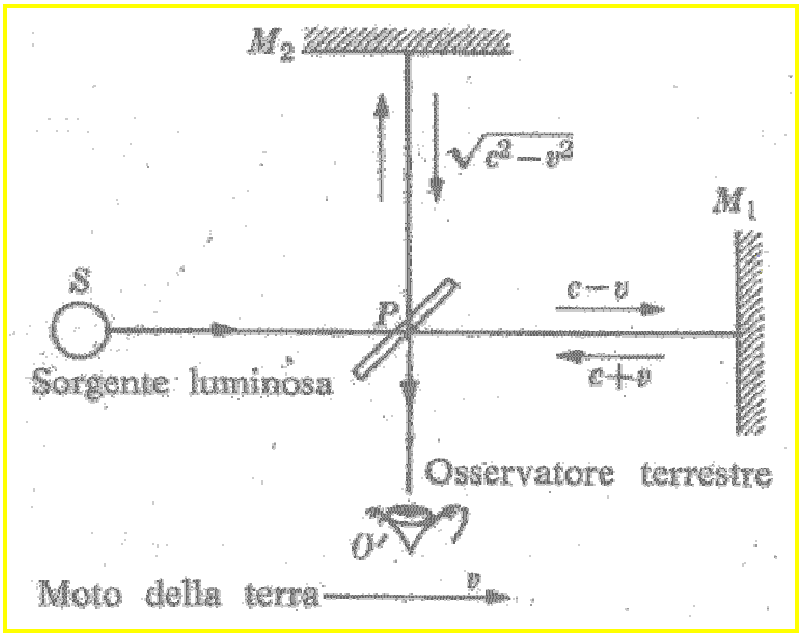
- S: una sorgente di ***luce monocromatica***;
- P: lastra di vetro semiargentata;
- M_1 e M_2: due ***specchi*** posti alla ***medesima distanza*** l' (misurata da un osservatore terrestre) dalla ***lastra di vetro P***.
- Schermo



Il sottile fascio luminoso, emesso dalla sorgente S, viene fatto incidere nella lastra semiargentata P, che divide il fascio luminoso in due raggi. Il primo raggio, rifratto attraverso P, viene successivamente riflesso dallo specchio M_1, e dopo essere tornato indietro, viene parzialmente riflesso dalla lastra, arrivando così sullo schermo ove è posizionato l'osservatore O'.

Il secondo raggio, riflesso dapprima da P e successivamente dallo specchio M_2, torna indietro e dopo aver attraversato la lastra P, giunge anche'esso sullo schermo.

I raggi di luce che arrivano sullo schermo, dopo aver percorso cammini differenti, interferiscono producendo un sistema di frange chiare e scure. I percorsi seguiti dai due raggi sono identici nel primo segmento (dalla sorgente S alla lastra P) e nel quarto (da P ad O'). Quindi ci concentreremo soltanto sui tratti in cui i percorsi sono diversi.



OSSERVAZIONE: il cammino luminoso disegnato in figura è relativo al sistema O'x'y'z' in movimento con la ***terra***, rispetto alla quale l'***interferometro*** è in ***quiete***.

Descrizione dell'esperienza

Sia c la velocità della luce misurata da un osservatore stazionario rispetto all'etere. Si indica con v la velocità (presunta) della terra rispetto all'etere.

Per prima cosa si vuole determinare la velocità della luce nel passare da P ad M_1. Si orienti l'interferometro in modo tale che il segmento PM_1 risulti parallelo alla velocità istantanea $\vec{v}$ della Terra, e quindi del laboratorio nel sistema di riferimento del Sole. Per la meccanica classica (ovvero

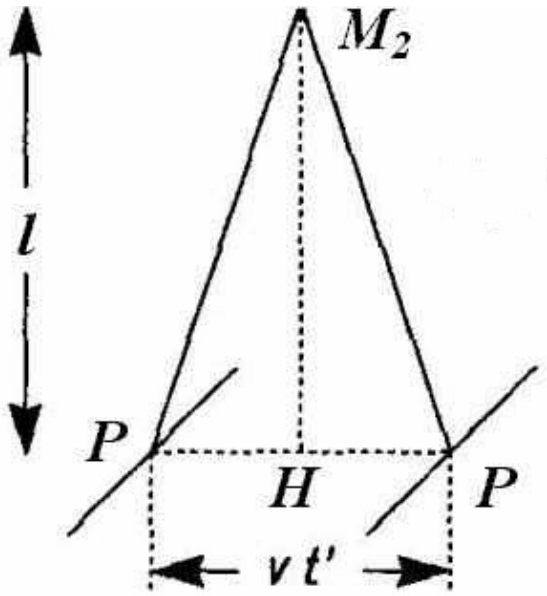
per le trasformazioni galileiane), la luce deve percorrere il tratto PM_1 con una velocità di modulo c-v mentre deve tornare indietro con una velocità di modulo c+v.

Pertanto, il ***tempo*** necessario perché la luce vada da P a M_1 e ritorni in P, misurato da un ***osservatore terrestre*** O' è:

$$t_P' = \frac{l'}{c-v} + \frac{l'}{c+v} = \frac{2l'c}{c^2-v^2} = \frac{2\frac{l'}{c}}{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

Si vuole determinare la ***velocità della luce*** nel passare da P a M_2.

Ciò che avviene nella direzione perpendicolare a $\vec{v}$ è più complesso. Infatti, il moto della luce deve essere la composizione di due movimenti: quello proprio della luce, con velocità di modulo c e quello dell'etere. La situazione è resa complessa dal fatto che, se la Terra è in movimento, il ***cammino effettivo del raggio di luce nell'etere***, supposto immobile, è quello che appare in figura.



La lastra di vetro P è stata rappresentata due volte, all'istante 0 e all'istante t'.

Dato che i segmenti PM_2 ed M_2P hanno ugual lunghezza, basterà calcolare il tempo impiegato dalla luce a percorrere una delle due e raddoppiare il risultato. Indicando con Δt il tempo impiegato dalla luce per percorrere il tratto PM_2, e tenendo conto del fatto che questo tratto viene percorso a velocità c, si ottiene:

$$c\Delta t = \overline{PM_2} = \sqrt{\overline{HM_2}^2 + \overline{PH}^2} = \sqrt{l^2 + (v\Delta t)^2}$$

da cui $\Delta t = \frac{l}{\sqrt{c^2 - v^2}}$. Dunque il ***tempo*** impiegato dalla luce per andare da P a M_2 e ritornare a P secondo un ***osservatore solidale all'etere*** è pari a:

$$t_H' = \frac{2l'}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2\frac{l'}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

t_p' e t_H' sono ***differenti*** (essendo la velocità della luce differente nei due sistemi di riferimento), cioè i ***raggi*** che raggiungono l'osservatore hanno una certa ***differenza di cammino*** e dovrebbero dar luogo a delle ***frange di interferenza***.

Sorprendentemente, invece, Michelson e Morley ***NON*** osservarono alcuna frangia di interferenza.

Interpretazione dei risultati ottenuti

Essendo la figura d'interferenza legata ad una differenza di cammino precorso dai raggi, l'analisi dei risultati ottenuti suggerisce che debba essere $t_P = t_H$. Tale risultato è ottenibile supponendo che la ***velocità della luce*** sia ***sempre la stessa in tutte le direzioni***, ***indipendentemente dallo stato di moto dell'osservatore*** , ovvero che sia $v = 0$.

Infatti, utilizzando c per tutti e due i cammini luminosi precedentemente considerati si ottiene:

$$t_P = t_H = 2l/c$$

Di conseguenza la teoria dell'etere luminifero si rivelò in contraddizione con l'esperienza, e quindi inadatta a descrivere il comportamento della luce. Tutto il problema doveva essere ripensato da capo. Una tra le tante ipotesi che furono fatte per salvare il principio di relatività galileiana classica e quindi giustificare il risultato negativo dell'esperimento di Michelson e Morley era quello di ammettere che le equazioni del'elettromagnetismo, fossero errate nella formulazione di Maxwell. Poiché, invece, gli esperimenti confermarono sempre in pieno la validità di queste equazioni, da rivedere era la relatività galileiana. Come già abbiamo detto in precedenza Hendrick A. Lorentz nel 1904 elaborò nuove equazioni di trasformazioni fra sistemi di riferimento in moto relativo

uniforme, le trasformazioni di Lorentz, con il preciso scopo di rendere invarianti le equazioni dell'elettromagnetismo. Tuttavia le trasformazioni di Lorentz furono un vero e proprio artificio matematico che trovarono la loro piena giustificazione fisica solo con la teoria della relatività di Einstein.

3.5 LA TEORIA DELLA RELATIVITÀ RISTRETTA BASATA SUI DUE POSTULATI DI EINSTEIN

Ai fisici dell'Ottocento, il calcolo che motivò Michelson e Morley appariva senz'altro corretto. Ci volle tuttavia l'acutezza di Albert Einstein per individuare che, alla base di tutto il ragionamento ci fosse un ipotesi non espressa (perché data per scontata) che, in realtà non era ovvia come sembrava. Si tratta dell'ipotesi che in fisica esiste un tempo assoluto, cioè un tempo che scorre immutabile ne indifferente, identico in tutti i sistemi di riferimento.

LA TEORIA DELLA RELATIVITÀ RISTRETTA ED I POSTULATI DI EINSTEIN

La teoria della ***Relatività Ristretta*** (o Relatività Speciale) fu introdotta da ***Einstein*** il 30 giugno ***1905*** negli "Annalen der Physik" in una fondamentale memoria intitolata "**Zur Elektrodynamik bewegter Körper**" (*Sull'elettrodinamica dei corpi in movimento*):

> *« ...Nessuna caratteristica dei fatti osservati corrisponde al concetto di un etere assoluto; [...] per tutti i sistemi di coordinate per i quali valgono le equazioni della meccanica, valgono anche le equivalenti equazioni dell'elettrodinamica e dell'ottica [...]. In quanto segue facciamo questa ipotesi e introduciamo l'ulteriore postulato, un postulato a prima vista inconciliabile colle ipotesi precedenti, che la luce si propaga nello spazio vuoto con una velocità c che è indipendente dalla natura del moto del corpo che la emette. Queste due ipotesi sono del tutto sufficienti a darci una semplice e consistente teoria dell'elettrodinamica dei corpi in movimento basata sulla teoria di Maxwell per i corpi in riposo »*

Tutta la teoria di Einstein è basata dunque su due postulati fondamentali:

1. *Le leggi della fisica sono le stesse in tutti i sistemi di riferimento inerziali. Non esiste un sistema inerziale privilegiato (Principio di relatività).*
2. *La velocità della luce nel vuoto ha lo stesso valore* $c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s *in tutti i sistemi inerziali, indipendentemente dal moto della sorgente rispetto all'osservatore (Principio della costanza della velocità della luce).*

Il ***primo postulato*** rappresenta un'***estensione***, a tutti gli eventi, del ***principio di relatività galileiana***, che non risulta così annullato, bensì superato attraverso il ***secondo postulato***, sul quale si basano i fondamenti della ***Cinematica Relativistica***. Il primo postulato nasce direttamente dalla fiducia di

Einstein sul fatto che fosse possibile descrivere la natura con leggi semplici ed eleganti. Il secondo postulato è coerente con il primo: infatti le equazioni di Maxwell non potrebbero avere la stessa forma in tutti i sistemi di riferimento inerziali se la velocità della luce non fosse una costante universale. Inoltre tale secondo postulato permette di spiegare l'esperimento di Michelson-Morley: in effetti se la velocità della luce non dipende dal sistema di riferimento preso in considerazione, le durate dei percorsi dallo specchio semiargentato agli specchi M_1, M_2 sono le stesse. Ecco quindi che, l'ipotesi della invarianza della luce, dà ragione del fatto che non si osserva alcuna variazione nella figura di interferenza. Inoltre, la possibilità di misurare la velocità della Terra rispetto ad un sistema di riferimento privilegiato è negata infatti dal primo postulato. Quindi alla luce della relatività ristretta, le premesse dell'esperimento di Michelson-Morley si rivelano errate.

OSSERVAZIONI: Poiché le ***trasformazioni galileiane*** NON si estendono ai ***fenomeni elettromagnetici*** e poiché esse sono ***immediata conseguenza*** dei concetti di ***spazio e di tempo***, vuol dire che proprio questi concetti debbono essere oggetto di un'***analisi critica***.

Curiosità: Voglio riportare una curiosità storica: mentre secondo alcuni Michelson e Morley prepararono il terreno alla teoria della relatività, secondo altri (l'atrofisico Herman Bondi) sembra che Einstein, quando scrisse il suo lavoro sulla relatività ristretta, non avesse ancora sentito parlare dell'esperimento. Infatti Einstein non citò nei suoi scritti i due fisici americani.

3.6 IL CONCETTO DI SIMULTANEITA' SECONDO LA TEORIA DELLA RELATIVITA' RISTRETTA

Osservazione didattica

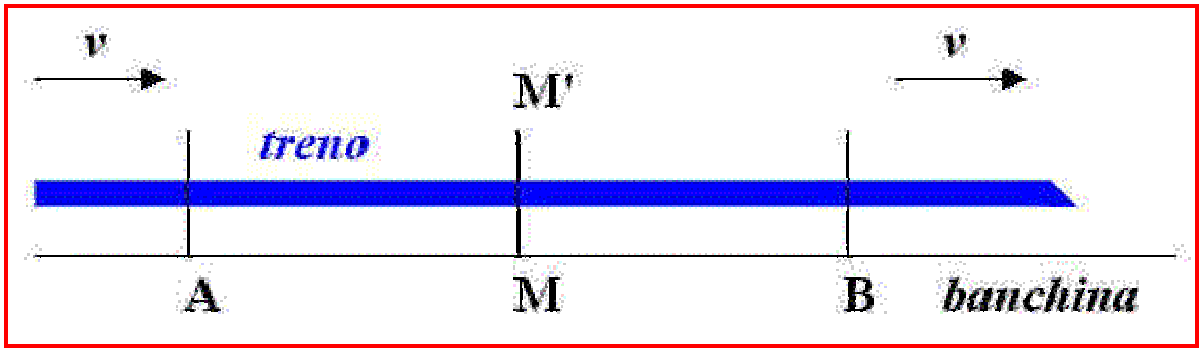
Al fine di sviluppare negli studenti la capacità di dedurre e comprendere i concetti ed i principi della fisica a partire dall'analisi critica dei testi scritti direttamente dagli scienziati, si è deciso di introdurre il concetto di simultaneità secondo la teoria della relatività ristretta partendo proprio dalla lettura e dalla comprensione di un brano tratto dall'opera di Einstein: *Relatività: esposizione divulgativa.*

Il concetto di simultaneità verrà costruito sottolineando nel testo critico le parole e le frasi chiave ed avviando una discussione con la classe, cercando di riassumere ed organizzare razionalmente le idee proposte dagli studenti.

…da *Relatività: esposizione divulgativa* di A. Einstein

> « Le nostre considerazioni sono state finora svolte rispetto a un particolare ***corpo di riferimento***, a cui abbiamo dato il nome di "banchina ferroviaria". Supponiamo che un ***treno*** molto lungo viaggi sulle rotaie con la ***velocità costante v*** e nella direzione indicata dalla figura.

Le ***persone*** che ***viaggiano*** su questo treno useranno vantaggiosamente il ***treno*** come ***corpo di riferimento*** rigido (sistema di coordinate); esse considerano tutti gli eventi in riferimento al treno. Ogni evento poi che ha luogo lungo la linea ferroviaria ha pure luogo in un determinato punto del treno. Anche la ***definizione di simultaneità*** può venir data rispetto al treno nello stesso preciso modo in cui venne data rispetto alla banchina. Ora però si presenta, come conseguenza naturale, la seguente domanda: ***due eventi*** (ad esempio i due colpi di fulmine A e B che sono ***simultanei*** rispetto alla ***banchina ferroviaria***), saranno ***tali*** anche rispetto al ***treno***? Mostreremo subito che la ***risposta*** deve essere ***negativa.*** Allorché diciamo che i ***colpi di fulmine A e B*** sono ***simultanei*** rispetto alla ***banchina***, intendiamo: i ***raggi di luce*** provenienti dai punti A e B dove cade il fulmine si ***incontrano*** l'uno con l'altro nel ***punto medio*** M dell'intervallo ***A → B*** della banchina [...].



[…] Ma gli eventi A e B corrispondono anche alle posizioni A e B sul treno. Sia ***M'*** il ***punto medio*** dell'intervallo ***A → B sul treno*** in moto. Proprio quando si verificano i bagliori (giudicati dalla banchina) del fulmine, questo punto ***M'*** coincide naturalmente con il punto M, ma esso si ***muove*** verso la destra del diagramma con la ***velocità v*** del treno. Se un ***osservatore*** seduto in treno nella posizione ***M'*** non possedesse questa velocità, allora egli rimarrebbe permanentemente in M e i raggi di luce emessi dai bagliori del fulmine A e B lo raggiungerebbero simultaneamente, vale a dire si incontrerebbero proprio dove egli è situato. Tuttavia nella realtà (considerata con riferimento alla banchina ferroviaria), egli ***si muove*** rapidamente ***verso*** il ***raggio di luce*** che ***proviene da B***, mentre ***corre avanti*** al ***raggio di luce*** che ***proviene da A***. Pertanto l'osservatore vedrà il ***raggio di luce emesso da B prima*** di vedere quello ***emesso da A***. Gli ***osservatori*** che assumono il ***treno*** come loro corpo di riferimento debbono perciò giungere alla conclusione che il ***lampo di luce B ha avuto luogo prima del lampo di luce A***. Perveniamo così al seguente importante risultato: gli ***eventi*** che sono ***simultanei*** rispetto alla ***banchina non*** sono ***simultanei*** rispetto al ***treno*** e viceversa (relatività della simultaneità). Orbene, ***prima*** dell'avvento della teoria della ***relatività,*** nella fisica si era sempre tacitamente ammesso che le attribuzioni di ***tempo*** avessero un

significato assoluto, cioè fossero ***indipendenti*** dallo ***stato di moto*** del corpo di riferimento. Abbiamo però visto or ora che ***tale ipotesi*** risulta ***incompatibile*** con la più naturale ***definizione di simultaneità***».

Sulla base quindi, dell'invarianza della velocità della luce, dobbiamo ammettere che il concetto di simultaneità è relativo: due eventi che risultano simultanei in un dato sistema di riferimento non lo sono, in generale, in un altro che si muove rispetto al primo. Possiamo quindi concludere che, grazie all'analisi che abbiamo compiuto, il tempo assoluto su cui si fonda la meccanica classica non ha significato fisico: lo avrebbe soltanto se la luce si propagasse a velocità infinita. Soltanto in quel caso, il giudizio di simultaneità sarebbe assoluto, eguale per tutti gli osservatori.

E' bene anche sottolineare che, nella vita quotidiana, le velocità che riusciamo ad ottenere sono così piccole rispetto a c che non è possibile avere un'esperienza diretta della relatività della simultaneità. Però l'analisi appena compiuta non lascia dubbi.

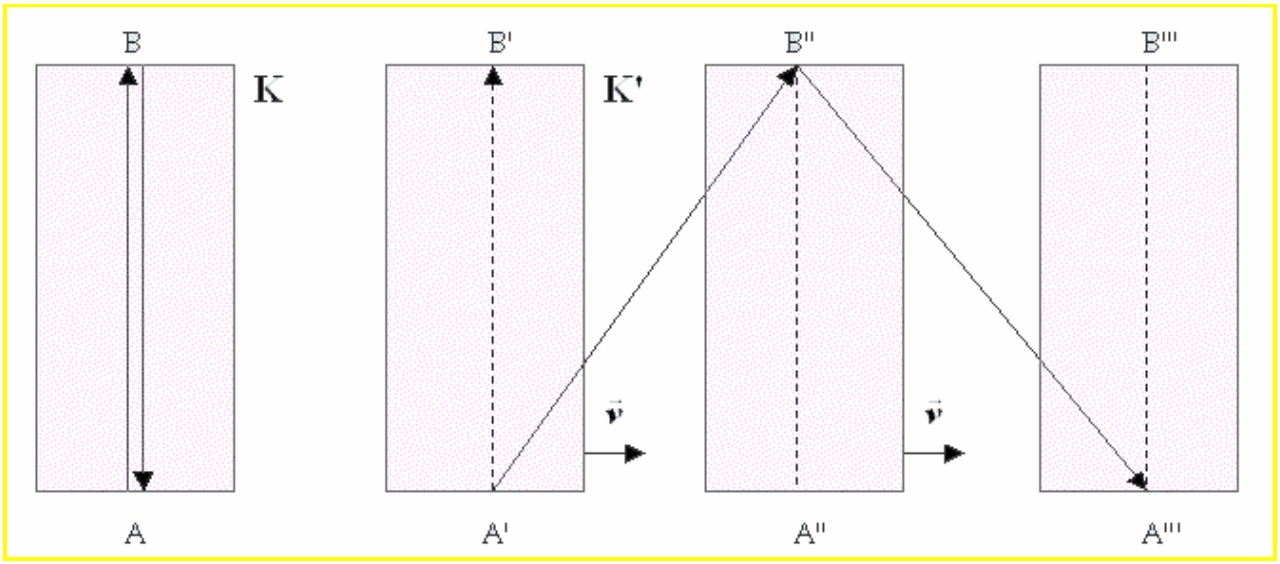
3.7 LA DILATAZIONE DEI TEMPI

3.7.1 La sincronizzazione degli orologi:

Il fatto che la velocità della luce sia finita obbliga anche a chiedersi che senso ha confrontare tra loro due misure di tempo che sono state fatte in luoghi diversi. Come suggerito da Einstein, per confrontare correttamente i tempi in cui si verificano due fenomeni localizzati in due distinte regioni dello spazio, bisogna utilizzare due orologi posti, rispettivamente, nei luoghi degli eventi. I due orologi, oltre ad essere tecnicamente identici, devono essere sincronizzati. La sincronizzazione degli orologi può essere effettuata con l'ausilio di un segnale luminoso. Supponiamo di porre, ad esempio, una sorgente di luce in un punto equidistante dai due orologi: poiché il segnale si propaga alla stessa velocità in tutte le direzioni, impiegherà lo stesso tempo per arrivare agli orologi. Nell'istante in cui il segnale è ricevuto, gi orologi dovranno essere regolati esattamente sullo stesso valore di tempo, per esempio t=0. Nello stesso modo, se un orologio posto nell'origine di un sistema di riferimento segna il tempo t=0, e un segnale luminoso parte dallo stesso punto in quello stesso istante per raggiungere un altro orologio a distanza r da esso, quest'ultimo è sincronizzato col primo se, quando è raggiunto dal segnale, segna il tempo t = r/c. Una volta che si è realizzata la sincronizzazione, possiamo affermare che gli eventi che accadono in quei punti sono simultanei se i rispettivi orologi registrano la stessa ora.

3.7.2 L'orologio a luce

Uno dei cardini della fisica classica era la ***contemporaneità*** degli eventi fisici rispetto a ***tutti*** i sistemi di riferimento. Einstein dimostrò illusorio questo principio con il ragionamento dell'orologio a luce.



Si dice « orologio a luce » quello che calcola il tempo impiegato da un raggio di luce ad essere riflesso tra due specchi piani e paralleli. Dati due orologi simili in quiete, ben sincronizzati, la partenza dei raggi di luce, la loro riflessione e la loro percezione saranno eventi contemporanei.

Ma se uno si muove di moto relativo rispetto all'altro, con velocità uniforme v, che cosa accade?

Si suppone che l'orologio in moto relativo sia solidale al sistema K', mentre quello in quiete sia solidale al sistema K. Per l'***osservatore*** solidale con l'orologio in ***moto relativo***, il ***raggio di luce*** continua a ***riflettersi*** fra i due specchi, ***perpendicolarmente*** ad essi.

Per un osservatore del sistema ***K***, solidale con l'orologio che per noi é in quiete, il ***moto*** del ***raggio di luce*** si ***compone*** con quello ***traslatorio*** dell'orologio, e si ha la traiettoria diagonale della figura: non più **AB**, ma **A'B''** e **B''A'''.**

Sia **t** il tempo misurato dall'orologio a luce in **K** per percorrere il tratto **AB**, e **t'** il tempo misurato in **K'** per percorrere uno spazio uguale. Si ha **t' < t**, essendo **AB** = **A''B''** < **A'B''** (il cateto é minore dell'ipotenusa).

Essendo la ***velocità della luce costante*** in ***ogni*** sistema di riferimento, risulta:

$$A'B'' = c\,t\,, \quad A''B'' = c\,t'\,, \quad A'A'' = v\,t$$

Per il teorema di Pitagora: $(A'B'')^2 = (A''B'')^2 + (A'A'')^2$

da cui: $\boldsymbol{c^2 t'^2 = c^2 t'^2 + v^2 t^2}$

cioè: $\boldsymbol{(c^2 - v^2)\, t^2 = c^2 t'^2}$

con facili passaggi algebrici, si ricava: $t = \dfrac{t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \gamma t'$.

Pertanto, tale legge evidenzia come l'***orologio*** dell'osservatore solidale a ***K'*** sia ***più lento*** rispetto a quello dell'osservatore solidale a ***K***. Un intervallo di tempo misurato dall'osservatore in K' nel proprio sistema di riferimento viene detto **TEMPO PROPRIO**.

OSSERVAZIONE: per velocità *v* trascurabili rispetto a c si ha: ***t = t',*** per cui la dilatazione degli intervalli temporali diventa trascurabile.

Viene riportata un applet esemplificativa del concetto di dilatazione dei tempi.

Jack e Jill sono due gemelli. Jill si muove a una certa velocità *v* mentre Jack è fermo. Una simulazione del famoso orologio di Einstein fatto di un raggio di luce che viaggia avanti e indietro da uno specchio serve a dimostrare il rallentamento del tempo per il gemello che viaggia

http://www.ba.infn.it/~fisi2005/index.html

3.8 CONTRAZIONE DELLE LUNGHEZZE

Sappiamo che ***lunghezza*** e ***tempo*** sono grandezze strettamente ***correlate***. Anche le lunghezze e le distanze, come gli intervalli di tempo, sono grandezze relative, la cui misura dipende dal moto dell'osservatore. Per verificare ciò, si consideri un'asta sulla quale é posto un orologio a luce (fig. 2): si può misurare la sua lunghezza calcolando il tempo ***t*** di riflessione del raggio di luce, e poi utilizzando la semplice formula: $l = \dfrac{ct}{2}$

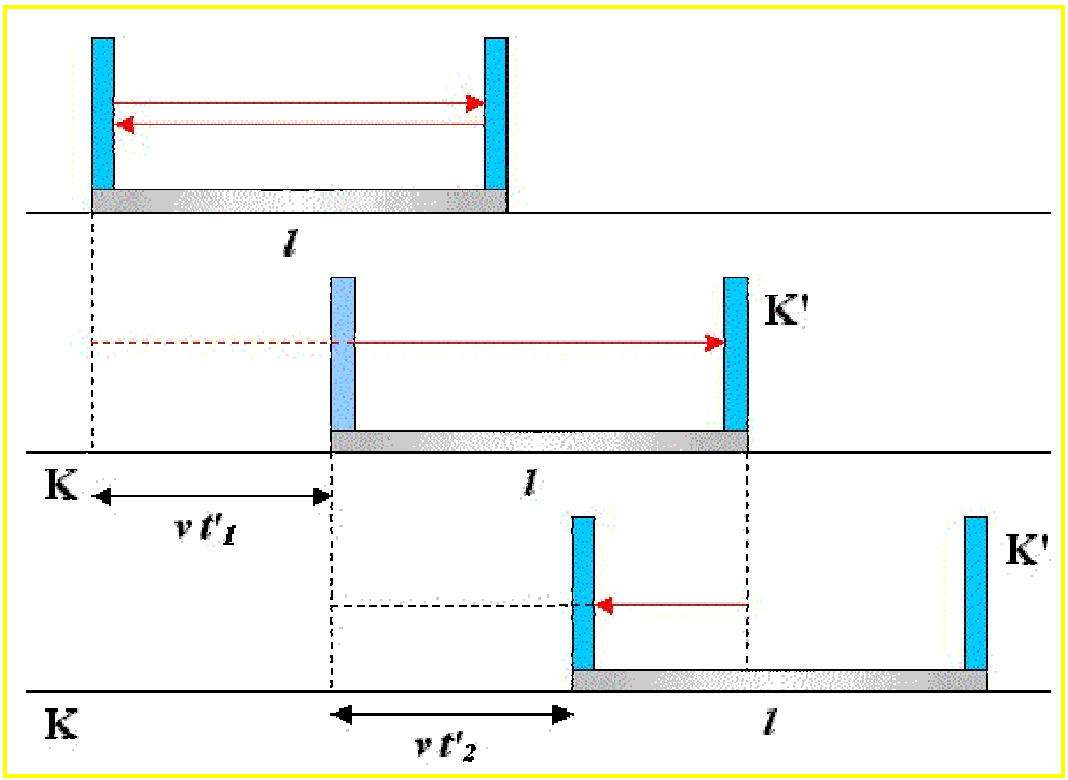


Figura 2

Se l'asta si muove con velocità costante *v* nel sistema di riferimento K', un osservatore solidale a K' continuerà a misurare il medesimo tempo di riflessione. Pertanto, la lunghezza dell'asta rispetto a tale osservatore continuerà ad essere: $l' = \frac{ct'}{2}$. Se però ci si pone nel sistema di riferimento K, nell'andata il raggio di luce percorrerà, in tutto, un *tratto più lungo* rispetto a prima. Infatti, la lunghezza percorsa dal raggio di luce, misurata nel sistema *K*, risulta uguale alla somma delle lunghezza misurata in *K'* con lo spostamento avvenuto nello stesso tempo *t* , in cui il raggio di luce é andato da uno specchio all'altro: $ct_1 = l + vt_1$. Invece quando il raggio di luce torna indietro, la sua lunghezza risulta uguale allo spazio percorso dalla luce diminuito di quello percorso dall'asta nello stesso tempo *t*, perché i due moti ora hanno verso opposto. Ovvero $ct_2 = l - vt_2$

Ricavando t_1 e t_2 dalle precedenti relazioni si ha: $t_1 = \frac{l}{c-v}$; $t_2 = \frac{l}{c+v}$.

Pertanto, il tempo complessivo t di riflessione del raggio di luce nel sistema K é dato da:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{2cl}{c^2 - v^2}$$

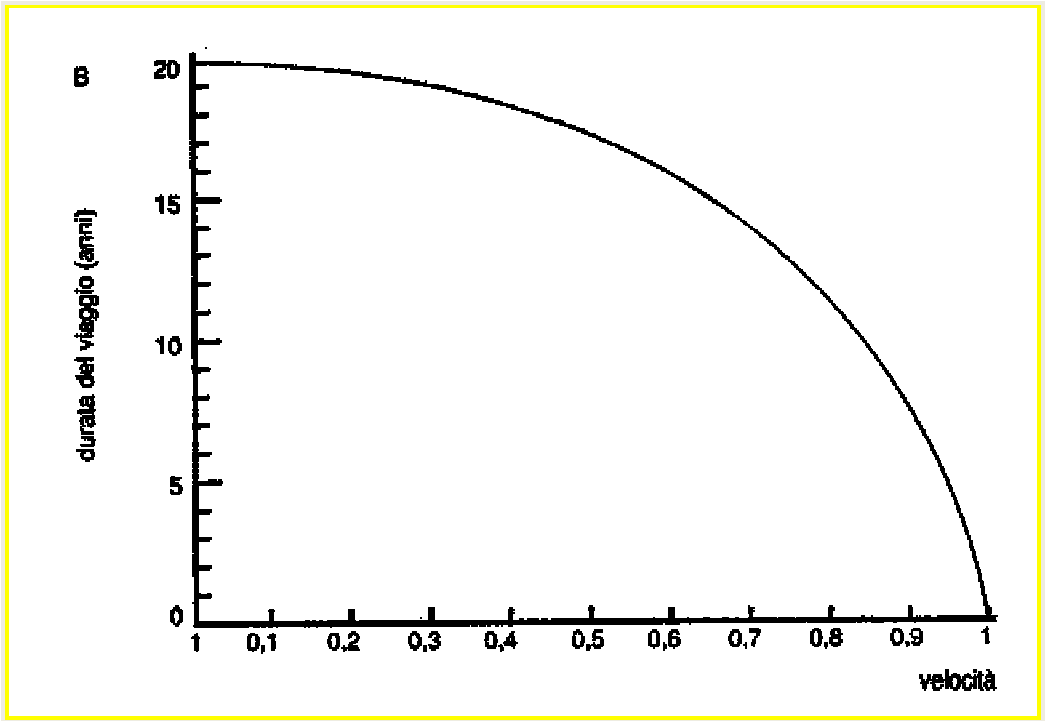
da cui $l = t\frac{\left(c^2 - v^2\right)}{2c} = \frac{c^2 t}{2c}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \frac{ct}{2}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)$.

Essendo, in virtù della relazione sulla dilatazione dei tempi: $t = \frac{t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \gamma t'$

si ha $l = \frac{ct'}{2}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ da cui $l = l'\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ (§) da cui si deduce che l < l'. Dall'espressione (§)si ricava che la lunghezza di un corpo (o la distanza fra due punti di un qualsiasi sistema) risulta minore di un fattore $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, quando il corpo è visto in movimento con velocità *v*, rispetto a quando lo stesso corpo è visto a riposo. In altre parole, *agli occhi di un osservatore in* ***quiete*** *rispetto ad un sistema di riferimento in moto rettilineo uniforme rispetto ad esso, le* ***lunghezze*** *appaiono* ***contratte*** *rispetto a quanto osservato da un* ***osservatore*** *solidale al sistema di riferimento in* ***moto relativo uniforme***. Questo fenomeno relativistico, noto come contrazione delle lunghezze, *si verifica solo nella direzione del moto* e non riguarda le dimensioni trasversali dell'oggetto. La lunghezza *l*, misurata nel sistema di riferimento solidale con il corpo, prende il nome di **lunghezza propria**.

3.9 CONSEGUENZE DELLA DILATAZIONE DEL TEMPO E DELLA CONTRAZIONE DELLE LUNGHEZZE

Come conseguenza della dilatazione del tempo, tutti i fenomeni che avvengono, ad esempio, in una nave spaziale in moto rettilineo uniforme rispetto alla Terra sono per un osservatore terrestre più ***lenti*** rispetto alla durata che essi hanno quando la nave è ferma. .Nella figura viene rappresentata graficamente questa relazione riferita ad un ipotetico viaggio che, visto dalla Terra, dura 20 anni.



Nel 1911, Einstein in un suo scritto aveva osservato che:

« Se un organismo vivente, dopo un volo arbitrariamente lungo ad una velocità approssimativamente uguale a quella della luce, potesse ritornare nel suo luogo di origine, egli sarebbe solo minimamente alterato, mentre i corrispondenti organismi rimasti già da tempo avrebbero già dato luogo a nuove generazioni»

Questa sconcertante affermazione, rappresenta una diretta conseguenza della dilatazione del tempo. Infatti, se il tempo, in certe condizioni di moto, scorre più lentamente, anche qualsiasi altro processo temporale, sia esso biologico, chimico, atomico, ecc., considerato nelle stesse condizioni cinematiche, dovrebbe presentare lo stesso fenomeno relativistico. Queste considerazioni portano ad una delle più sorprendenti implicazioni della relatività einsteniana, rappresentata dal famoso **paradosso dei gemelli**.

Si considerino 2 gemelli Franco e Carlo. Quando raggiungono l'età di 25 anni, Carlo parte con una nave spaziale che si muove con velocità costante v rispetto alla Terra e quindi a Franco.

Poiché tutti i ***fenomeni***, compresi quelli biologici, nella ***nave spaziale*** subiscono un ***rallentamento***, ***Carlo invecchia meno*** di ***Franco***, ovvero, in altri termini, Carlo trova Franco più invecchiato al suo ritorno. Per la dilatazione dei tempi l'invecchiamento è tanto più marcato quanto maggiore è la velocità della nave spaziale.

Vediamo di dare qualche dato:

Supponiamo che Carlo percorra una distanza l' = 8 anni luce con una velocità v = 0.8c. Per Franco, che sta sulla Terra, Carlo viaggia, nel suo sistema di riferimento, per un tempo pari a $2l'/v$ = 20 anni. L'intervallo di tempo osservato da Carlo nel suo sistema di riferimento per raggiungere il pianeta e tornare indietro è:

$$t' = t\sqrt{1 - v^2/c^2} = 20\ anni \cdot \sqrt{1 - (0{,}8)^2} = 12\ anni$$

Pertanto, al suo ritorno ***Carlo*** sarà ***8 anni più giovane*** di ***Franco***.

OSSERVAZIONE: tale fenomeno risulta di difficile comprensione perché esula dalla percezione comune di simultaneità, ma di fatto ***NON*** costituisce di per sé un ***paradosso*** in quanto perfettamente spiegabile nello schema della relatività ristretta. Effettivamente la vicenda dei due gemelli è al di fuori della nostra logica consueta, proprio per il significato assoluto che siamo abituati ad attribuire allo scorrere del tempo.

Purtroppo il ***paradosso*** è un ***altro***. Infatti, nella Relatività Ristretta ***NON*** esiste un ***riferimento "privilegiato":*** se Tizio si muove rispetto a me, a lui pare che sia io a muovermi. Dunque, Carlo potrebbe ritenere di essere rimasto fermo lui, mentre Franco si è mosso alla velocità di 240.000 Km/s rispetto alla sua astronave; egli dovrebbe dunque concludere che è il ***tempo di Franco*** rimasto sulla Terra ad essersi ***dilatato***, e quindi che sarà lui essere ***invecchiato*** di ***meno***. Ed invece, al suo ritorno sulla Terra, Carlo trova Franco oggettivamente più vecchio, e la ***simmetria*** predicata da Einstein è ***rotta***. Come si spiega tutto questo?

RISPOSTA

Il Primo Postulato di Einstein dice che le leggi della Fisica sono simmetriche in tutti i sistemi ***INERZIALI***; ora, Franco è sempre vissuto in sistema inerziale (se lo si ritiene praticamente fermo, cioè trascurando il moto della Terra rispetto all'astronave del suo gemello), ma siamo sicuri che questo vale anche per Carlo?

Certamente no, poiché egli ***NON*** si è mosso ***sempre*** di ***moto rettilineo uniforme*** rispetto alla Terra. Per allontanarsi da questa fino a raggiungere una velocità pari a 0.8c deve prima accelerare fortemente, poi decelerare una volta giunto a destinazione, quindi ruotare intorno alla stella lontana, riaccelerare e poi rallentare fino a fermarsi sul nostro pianeta.

Carlo è dunque ***vissuto*** per anni entro un ***sistema accelerato***, del quale la ***Relatività Ristretta NON*** si ***occupa***.

OSSERVAZIONE DIDATTICA

Non potendo fare esperienze di laboratorio sui problemi legati alla relatività ristretta, anche nel caso del paradosso dei gemelli vengono proposte agli studenti attività nelle quali viene previsto l'utilizzo di simulatori *ad hoc*, sviluppati al fine di rendere maggiormente comprensibili i concetti propri della relatività ristretta.

NOVA | Einstein's Big Idea | Time Traveler | PBS Tompkins Applet

OSSEVAZIONE DIDATTICA

Gli studenti potrebbero sollevare discussioni e perplessità circa l'effettiva validità della relatività ristretta. Dopotutto non esistono navi spaziali che siano in grado di viaggiare con velocità comparabili a quella della luce e quindi tutto quello detto fino ad ora rimane su piano totalmente scorrelato dalla realtà.

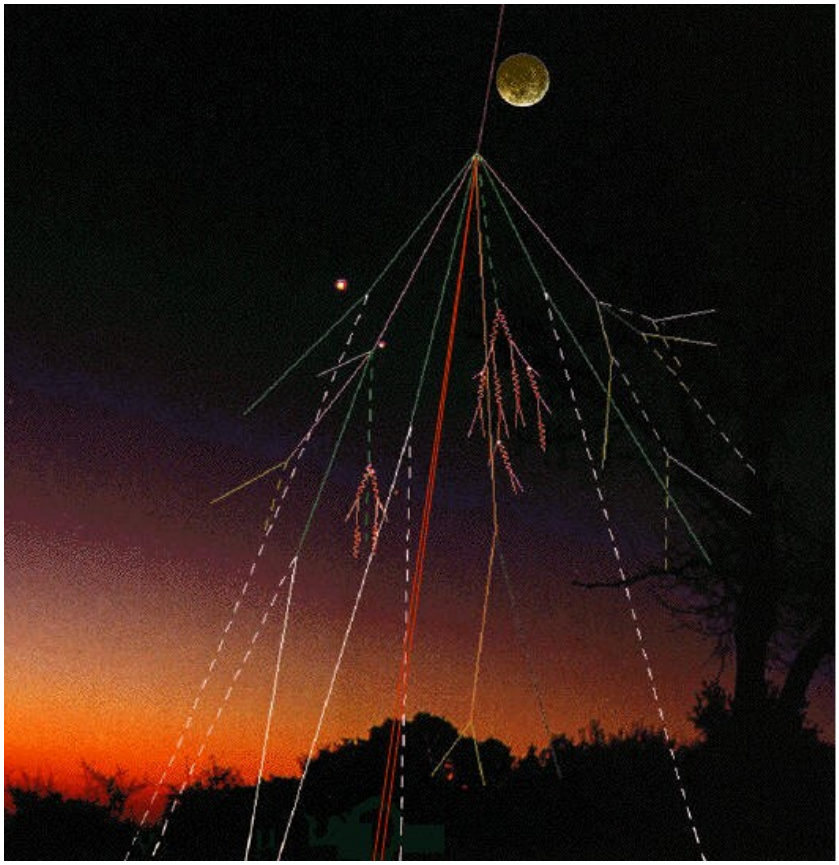
E' a questo punto opportuno fare osservare agli studenti che invece esistono fenomeni in natura che confermano la dilatazione del tempo. La relatività ristretta è corroborata tutti i giorni in tutti i laboratori di fisica delle particelle del mondo: se essa non funzionasse, gli esperimenti darebbero risultati del tutto diversi.

I RAGGI COSMICI

I raggi cosmici, sono costituiti da particelle di elevata energia, soprattutto protoni, che dallo spazio arrivano sulla terra e, urtando contro i nuclei degli atomi presenti negli strati superiori dell'atmosfera, danno origine ad altre numerose particelle più leggere. Tra queste anche i ***mesoni μ (detto anche muone)***, la cui massa è uguale a circa 200 volte quella dell'elettrone. Il mesone ***μ*** è una particella che si disintegra spontaneamente dopo una ***vita media*** propria (cioè misurata da un osservatore collegato ad esso) di $\boldsymbol{2.2\ 10^{-6}s}$.

Durante la loro vita media i mesoni ***μ***, anche ammettendo che possano viaggiare alla velocità della luce, dovrebbero percorrere un cammino al massimo pari a $\boldsymbol{2.2\ 10^{-6}s \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}m/s = 660m.}$

Pertanto, se ***non*** ci fosse la ***dilatazione del tempo***, i mesoni che potrebbero arrivare sulla Terra



sarebbero ***molti di meno*** di quelli che in realtà si osservano ***sperimentalmente***.

Il motivo è dovuto al fatto che i mesoni μ vengono ***prodotti*** nell'alta atmosfera con varie velocità, alcune ***prossime*** a quella della luce. Pertanto, questi mesoni, rispetto ad un ***osservatore terrestre*** vivono un ***tempo*** molto più ***grande*** di 2.2 10-6s, tanto da poter percorrere ***parecchi km*** prima di raggiungere la Terra.

Fu il fisico italiano Bruno Rossi a verificare per primo che la vita media dei muoni, come previsto dalla teoria della relatività, aumenta all'aumentare della loro velocità.

3.10 TRASFORMAZIONE RELATIVISTICHE DELLE VELOCITA'

Dopo aver determinato le relazioni che legano spazio e tempo nei sistemi di riferimento inerziali alla luce della teoria della Relatività Ristretta, ci si pone il problema di come si compongono le **VELOCITÀ.**

DOMANDA 1: Se un corpo si muove con velocità costante ***v*** *rispetto a K, quale velocità* ***v'*** *avrà rispetto a K' in moto rettilineo uniforme con velocità* v_0 *rispetto ad esso?*

RISPOSTA: *Dalle trasformazioni di Galileo si è dedotto che:* $\boldsymbol{v = v' + vo}$

DOMANDA 2: *A che risultato portano le regole classiche di composizione delle velocità a fronte del seguente esempio?*

Si consideri di viaggiare su un treno che si muove con una velocità di 240000km/s. Se su tale treno si accendessero i fari, a che velocità viaggerebbero rispetto ad un osservatore fermo ad una stazione?

RISPOSTA: La risposta è: ***240.000 + 300.000 = 540.000 Km / s.***

MA TALE RISULTATO E' IN CONTRASTO CON IL SECONDO POSTULATO DELLA RELATIVITA' RISTRETTA!

CONSEGUENZE: La TRASFORMAZIONE (o composizione) relativistica delle velocità deve essere dunque differente, se si vogliono salvaguardare i principi fondanti della Relatività!

La nuova composizione delle velocità si può ottenere sfruttando le trasformazioni di Lorentz:

$$\begin{cases} \vec{x}' = \dfrac{\vec{x} - \vec{v}_0 t}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} = \gamma(\vec{x} - \vec{v}_0 t) \\ \vec{y}' = \vec{y} \\ \vec{z}' = \vec{z} \\ t' = \dfrac{t - \dfrac{\vec{v}_0 \vec{x}}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} = \gamma\left(t - \beta \dfrac{\vec{x}}{c}\right) \end{cases}$$

con v_0 velocità relativa di K' rispetto a K.

Infatti, dividendo membro a membro, si ottiene $\dfrac{x}{t} = \dfrac{x' - v_0 t}{t' - \dfrac{v_0 x'}{c^2}} = \dfrac{\dfrac{x'}{t'} + v_0}{1 + \dfrac{v_0 x'}{t' c^2}}$

ma $\boldsymbol{x/t = v}$ (in K) e $\boldsymbol{x'/t' = v'}$ (in K').

Perciò: $v = \dfrac{v' + v_0}{1 + \dfrac{v_0 v'}{c^2}}$ (§).

La trasformazione inversa che ci permette di calcolare v' ovvero la velocità che il corpo possiede rispetto a K', si ottiene ricavando v' dalla precedente espressione:

$$v' = \frac{v - v_0}{1 - \frac{v_0 v}{c^2}}$$

OSSERVAZIONE: qualunque sia il valore di v_0 e di v' , v é sempre minore di c. Si ha **v = c** solo se una delle due velocità uguaglia c. Inoltre quando v' e v_0 sono entrambe molto piccole rispetto a c, il denominatore della (§) si avvicina all'unità, per cui la relazione relativistica si riduce a quella classica.

Si ritorni all'esempio proposto all'inizio di questo argomento. Si consideri di viaggiare su un treno che si muove con una velocità di 240000km/s. Se su tale treno si accendessero i fari, a che velocità viaggerebbero rispetto ad un osservatore fermo ad una stazione?

Qual è la risposta alla luce dei concetti introdotti?

Poiché i fari viaggiano, rispetto al treno con velocità pari a c si avrà: $v = \frac{v_0 + c}{1 + \frac{v_0 c}{c^2}} = \frac{c(v_0 + c)}{v_0 + c} = c$

ossia, i fari del treno emetteranno luce che si muove sempre a 300.000 Km / s

3.11 DINAMICA RELATIVISTICA

DOMANDA:

Visto che i postulati di Einstein impongono importanti modifiche alle idee cardine della cinematica classica, il loro effetto è altrettanto rivoluzionario anche in termini di dinamica?

RISPOSTA:

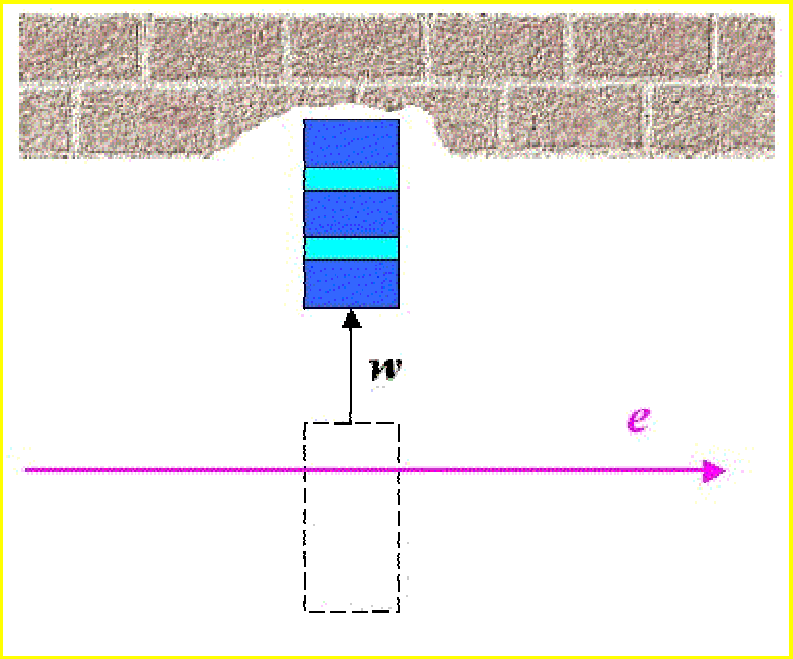
Si, la teoria della ***Relatività Ristretta*** *porta a* ***modifiche consistenti*** *dei concetti di base della dinamica: in particolare ai concetti di* ***MASSA ed ENERGIA***.

Einstein fece cadere anche un'altra certezza consolidata nel corso dei secoli: ***l'immutabilità della massa.***

Essendo la massa sinonimo di ***quantità di materia***, la messa in discussione della sua immutabilità comporta la crisi di tutta la chimica moderna, basata sul celebre PRINCIPIO DI LAVOISIER secondo cui**: *in natura, nulla si crea e nulla si distrugge***.

Nessuno insomma avrebbe dato credito all'idea che un uomo di 90 Kg potesse aumentare a 150 Kg senza una scorpacciata di 60 Kg di dolci; ora vedremo invece che ciò é possibile.

A tal scopo consideriamo un'***automobile*** *di massa* m_0 che si muove a velocità ***w*** verso un muretto (nella figura a lato è vista dall'alto): se essa procede lentamente, toccando il muro, si fermerà senza scalfirlo; se la sua ***velocità***, però, é ***elevata***, possiede un ***impulso o quantità di moto*** (***m_0 w***) molto ***elevato*** e sfonda il muretto. Rimanendo incastrata in esso, vi trasferisce tutta la propria quantità di moto.



Supponiamo ora che un ***elettrone*** passi, a velocità ***v***, ***prossima*** a quella della ***luce***, parallelamente al muretto. Per la ***contrazione dei tempi***, esso vedrà l'***automobile*** muoversi ***lentissima*** (con velocità *w'*) verso il muretto, eppure ***sfondarlo***, come se si potesse far crollare il muro di casa solo appoggiandovi la mano.

DOMANDA: *come spiegare l'apparente incongruenza, ossia che una bassa velocità w' possa imprimere un'altissima quantità di moto?*

RISPOSTA: bisogna ammettere che, mentre la ***velocità*** *si é notevolmente* ***ridotta***, *la sua* ***massa*** *sia* ***notevolmente aumentata.***

L'impulso della forza é sempre lo stesso, quindi: $m_0 w = m' w'$. D'altra parte per le trasformazioni relativistiche delle velocità si ha che: $w' = w\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ da cui $m_0 w = m' w\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ e semplificando w si ottiene $m_0 = m'\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ ovvero $m' = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_0$

Pertanto, con il ***crescere delle velocità***, ***cresce*** anche la ***massa del corpo***.

Più in generale se m_0 è la massa di un corpo nel sistema di riferimento in cui esso è in quiete, la sua massa m in un sistema di riferimento rispetto al quale è in moto con velocità di modulo v è:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_0 .$$

La massa m_0 è una proprietà caratteristica del corpo ed è spesso chiamata **massa a riposo** o **massa invariante**.

Ecco quindi come si spiega il fatto che uomo di 90 Kg possa aumentare a 150 Kg senza una scorpacciata di 60 Kg di dolci. Infatti, se l'uomo di 90 Kg viaggia su un treno che si muove con una velocità di 250000km/s, la sua massa risulta essere pari a:

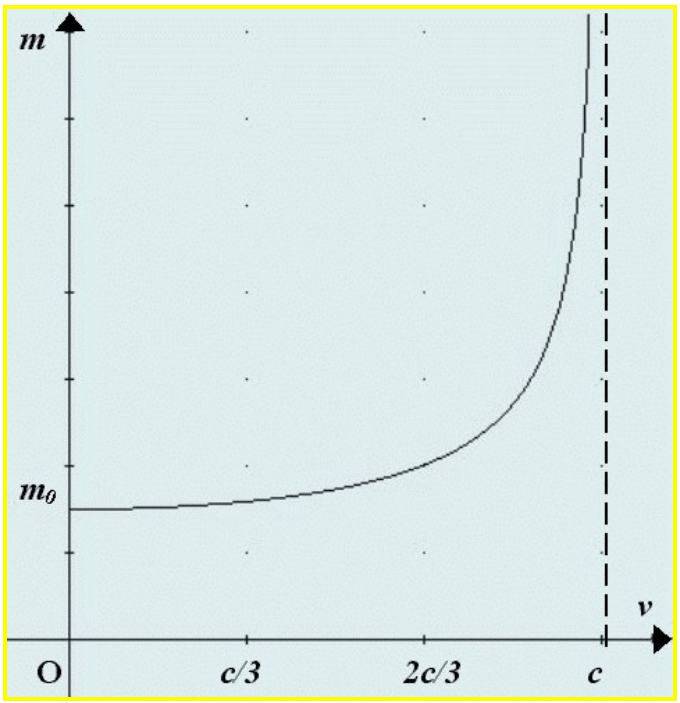
$$m = \frac{90\,Kg}{\sqrt{1-\left(\frac{250000}{300000}\right)^2}} = \frac{90\,Kg}{\frac{3}{5}} = 150\,Kg$$

Conseguenze: Le conseguenze derivanti dall'espansione delle masse sono rivoluzionarie.

- In primo luogo è bene sottolineare che la condizione di esistenza dell'espressione che fornisce il valore di m' é: $0 \le v < c$. Se in particolare v tende ad avvicinarsi a c si ha che: $\lim_{v \to c} \frac{m}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \infty$. Questo significa che la velocità v non può crescere all'infinito. Secondo la fisica classica invece, ciò era possibile. A partire da Einstein, ***la velocità della luce diviene INSUPERABILE***. Pertanto, un ***corpo*** potrà ***avvicinarsi*** alla ***velocità della luce***, ma mai uguagliarla.

- In secondo luogo, ad ***altissime velocità andare "più veloce" risulta difficile***. Infatti, la massa cresce sempre di più, e più un corpo é massiccio, più energia si dovrebbe fornire per imprimergli una certa velocità. Il II Principio della Dinamica asserisce che applicando una forza ***F*** ad un corpo, essa gli imprime una accelerazione ***a*** *secondo la legge F=ma*. ***Secondo Newton al crescere di F, anche a doveva crescere indefinitamente***. Invece, ad un ***certo punto***, ***l'energia fornita*** dalla forza applicata, invece di produrre ulteriore accelerazione, ***SI RIVERSA NELLA MASSA***.

In figura è rappresentato l'andamento della massa in funzione della velocità v. Per v=0, $m=m_0$, e al tendere di v a c, la massa *m* cresce verso un valore infinito.



É per questo che apparentemente si ***"crea"*** materia, ***accelerando*** un corpo, contro il principio di Lavoisier. In realtà ***non*** vi é nessuna ***creazione:*** semplicemente, é ***l'energia*** fornita al corpo che ***si trasforma in massa***.

Tale risultato rappresenta la seconda grande conseguenza dell'espansione delle masse.

3.12 QUANTITA' DI MOTO RELATIVISTICA

In base alla teoria dell'espansione delle masse, anche l' espressione della ***quantità di moto*** p risulta ***modificata.***

Prendiamo in considerazione la quantità di moto newtoniana, data dal prodotto della massa m di una particella per la sua velocità v, ovvero $\vec{p} = m\vec{v}$. Il principio di conservazione della quantità di moto è rigorosamente valido anche nella meccanica relativistica tenendo conto tuttavia del fatto che:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_0 .$$

Estendendo quindi la definizione classica si ha: $\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_0\vec{v}$.

Tale espressione può essere dimostrata, oltre che analiticamente, anche sperimentalmente mediante la misura della quantità di moto di una particella accelerata in un sincrotrone.

E'importante osservare che soltanto per ***velocità*** molto ***grandi*** si verifica una notevole ***differenza*** della ***quantità di moto*** della particella ***rispetto*** al valore m_0v previsto dalla meccanica newtoniana.

3.13 L'ENERGIA RELATIVISTICA:

Fu proprio la seconda conseguenza dell'espansione delle masse che condusse Einstein alla sua più grande scoperta. Per giungervi sono necessarie alcune manipolazioni algebriche:

Consideriamo il prodotto $(1-x)(1+x/2)^2$ e operiamo su di esso nel modo seguente

$$(1-x)\cdot\left(1+\frac{x}{2}\right)^2=(1-x)\cdot\left(1+\frac{x^2}{4}+x\right)=1+\frac{x^2}{4}+x-x-\frac{x^3}{4}-x^2=1-\frac{3}{4}x^2-\frac{x^3}{4}$$

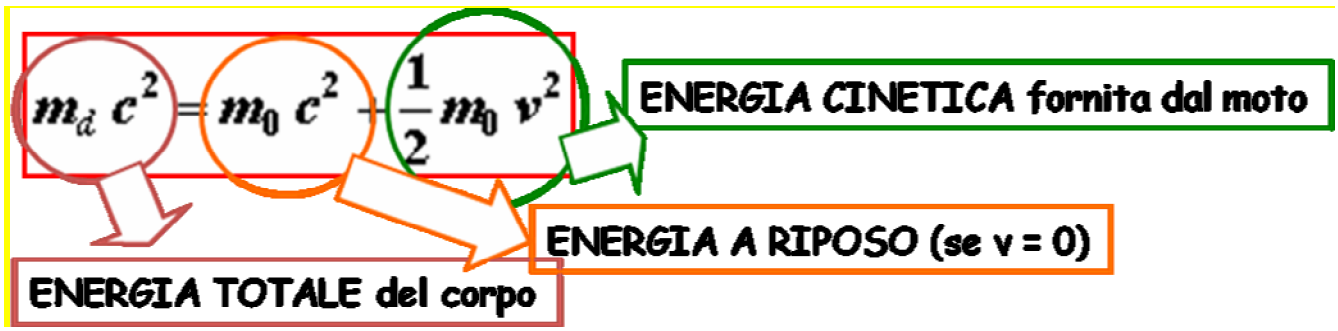
Se x << 1, x^2 e x^3 sono trascurabili si ha che: $(1-x)(1+x/2)^2 \approx 1$ da cui: $\frac{1}{\sqrt{1-x}} \approx 1+\frac{x}{2}$.

Se in particolare si pone: $x=(v/c)^2$ si ottiene: $m_d=\frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \approx m_0(1+\frac{v^2}{2c^2})$

dove m_0 é la *massa a riposo* del corpo, calcolata quando la sua velocità rispetto all'osservatore è zero, mentre m_d é la sua *massa dinamica*, a velocità *v*.

Fu proprio tale considerazione che condusse Einstein alla sua più grande scoperta.

Infatti se nell'espressione $m_d=m_0(1+\frac{v^2}{2c^2})=m_0+\frac{m_0v^2}{2c^2}$ moltiplichiamo ambo i membri per c^2, si ottiene:



Il termine costante m_0c^2 è indipendente dalla velocità ed è chiamato **energia a riposo** della particella.

CONCLUSIONE: esiste quindi una perfetta equivalenza tra materia ed energia, espressa dalla celeberrima « ***FORMULA DI EISTEIN*** »:

$$\mathbf{E=mc^2}$$

$$\boldsymbol{E = m_d c^2 = m_0 c^2 + \tfrac{1}{2} m_0 v^2 \quad (1).}$$

Questo principio prende il nome di ***conservazione della massa-energia*****:** *in ogni fenomeno si conserva sempre la somma delle masse e delle energie coinvolte.*

Inoltre possiamo esprimere **la relazione fra massa, velocità ed energia** in questo modo:

L'energia totale E di un corpo in moto in un dato sistema di riferimento è*:*

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma m_0 c^2 \quad (2)$$

dove m_0 è la massa a riposo del corpo e v è la sua velocità rispetto al sistema di riferimento considerato.

La (1)e la (2) mostrano che un corpo, anche se in quiete rispetto ad un determinato sistema di riferimento, possiede sempre un'energia $E_0=m_0c^2$, in virtù della sua massa. Poiché il fattore di conversione fra le due grandezze, c^2,è costante, massa ed energia possono essere considerate equivalenti. La massa rappresenta dunque una forma di energia.

UN PO' DI STORIA…

Purtroppo, l'equazione **E = mc²** oltre ad essere una delle pietre miliari della Fisica del Novecento, ha anche un tragico rovescio: costituisce infatti il fondamento teorico delle ***armi nucleari***, in grado di ***trasformare*** una ***piccola massa*** in un ***enorme quantitativo di energia***, che si libera con effetti catastrofici.

Lo stesso Einstein comprese la possibilità di utilizzare a fini bellici la sua più importante scoperta allorché nel 1938, proprio mentre si profilava la Seconda Guerra Mondiale con l'invasione della Cecoslovacchia da parte di quell'Hitler che già lo aveva costretto all'esilio negli USA a causa dei suoi deliranti proclami contro la stirpe ebraica, il fisico **Otto Hahn** ed il chimico **Fritz Strassman**

da Berlino annunciavano al mondo la scoperta della ***fissione nucleare***. Allora, temendo che se Hitler fosse riuscito a costruire per primo la bomba atomica la avrebbe usata per ridurre il mondo ai suoi piedi, il 2 agosto1939 Einstein indirizzò al Presidente degli Stati Uniti Franklin Delano Roosevelt una lettera, nella quale chiedeva l'inizio del programma nucleare. Il risultato di quel programma è, purtroppo, ben noto: centinaia di migliaia di morti nelle città martiri di Hiroshima e Nagasaki.

La conclusione che si può trarre da tutto ciò è che i risultati proposti e commentati nel corso dell'unità didattica dimostrano che la ***Fisica Classica*** rappresenta un'***approssimazione*** della ***Fisica Relativistica***, valida a ***basse velocità***.

VERIFICA SOMMATIVA:

Vengono riportati, a titolo esemplificativo, alcuni esempi di quesiti a risposta chiusa, di domande a risposta aperta e di esercizi.

L'allievo risponda ai seguenti quesiti barrando l'opzione che ritiene essere corretta:

1. Un'astronave futuribile viaggia a 280.000 *Km/s* verso un pianeta della stella Epsilon Eridani (la più vicina a noi dotata di un sistema planetario simile al nostro), posta ad 11 anni luce di distanza dalla Terra. Quanto dura il viaggio (di andata e ritorno) per un osservatore rimasto a terra? E per uno dei membri della spedizione?

A) rispettivamente 11 e 3,67 anni

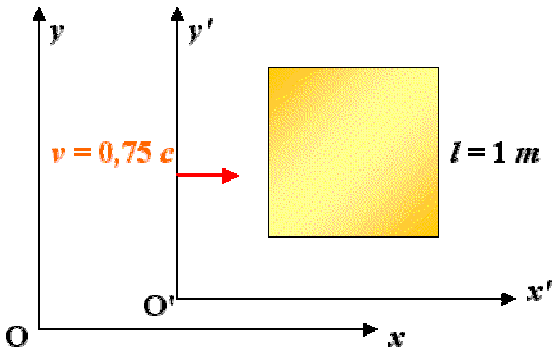
B) rispettivamente 11 e 4,24 anni

C) rispettivamente 11,78 e 4,24 anni

D) rispettivamente 11,78 e 3,67 anni

E) Nessuna delle risposte precedenti

2. Nel sistema K' rappresentato qui sotto, è posto un quadrato di lato 1 metro, con i lati paralleli agli assi x' ed y'. Determinare l'area del quadrato rispetto ad un osservatore K il quale vede il sistema in oggetto scivolare parallelamente all'asse x con velocità pari a 0,75 c.



A) 0.5 m^2;

B) 0.66 m^2

C) 0.75 m^2

D) 1.5 m^2

E) Nessuna delle risposte precedenti

3. L'allievo descriva cosa si intende quando si parla di paradosso dei gemelli, argomentando opportunamente le affermazioni riportate ed indicando quali leggi della fisica giustificano il fenomeno.

4. L’allievo descriva cosa si intende quando si parla di relazione tra massa ed energia nella relatività ristretta, argomentando opportunamente le affermazioni riportate ed indicando quali leggi della fisica giustificano il fenomeno.

5. L’allievo introduca i postulati su cui si fonda le teoria della Relatività Ristretta.

6. Per quale rapporto v/c la differenza tra la massa relativistica di una particella e la sua massa a riposo m_o vale 9 volte m_o?

7. Un elettrone si muove con velocità pari a v=0,400c rispetto ad un sistema O. Nell’ipotesi che un osservatore O’ si muova con velocità w=0,600c rispetto all’osservatore O lungo la medesima direzione del moto dell’elettrone, calcolare l’energia cinetica della particella valutata dall’osservatore O’.

CRITERI DI VALUTAZIONE

• Nei quesiti a scelta multipla ad ogni risposta corretta viene assegnato 1 punto.

• In generale, nei quesiti a risposta aperta il criterio di valutazione si basa: sulla *coerenza argomentativa*, sulla *proprietà di linguaggio*, sulla *conoscenza delle formule*. A ciascuna di queste voci viene attribuito un punteggio di 1 punto per un massimo di tre punti.

• negli esercizi il criterio di valutazione si basa: sulla *coerenza argomentativa*, sulla *correttezza nell’impostazione dell’esercizio*, sulla *correttezza nell’esecuzione dei calcoli*. A ciascuna di queste voci viene attribuito un punteggio di 1 punto per un massimo di 3 punti.

GRIGLIA DI VALUTAZIONE:

Punteggio	***Voto***
17	**10**
15-16	**9**
13 - 14	**8**
11– 12	**7**
9 – 10	**6**

7 – 8	**5**
5 – 6	**4**
3 – 4	**3**
0 – 2	**2**

BIBLIOGRAFIA:

- A. Caforio e A. Ferilli, Fisica. - Le Monnier, Firenze, 2006.
- U. Amaldi, La Fisica per i Licei scientifici, Quarta edizione, Zanichelli, 2002.
- P. Dalpiaz, Appunti di Storia della Fisica, SSIS, Indirizzo FIM, Classe A049, a.a. 2007-2008.

This document was created with Win2PDF available at http://www.win2pdf.com.
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.
This page will not be added after purchasing Win2PDF.