

UNIVERSITÁ degli STUDI di FERRARA

SCUOLA DI SPECIALIZZAZIONE PER L'INSEGNAMENTO

SECONDARIO

GRAVITAZIONE,
CAMPO GRAVITAZIONALE,
NOZIONI INTRODUTTIVE DI
RELATIVITÀ GENERALE

ELABORATO DI FISICA

ANNO 2007/2008



RIEZZO VITTORIO

Prof. Fabiano Minni, L.C. "Ariosto", Ferrara

Prof. Davide Neri, L.S. "Sabin", Bologna

Prof. Luigi Tomasi, L.S. "Galilei", Adria

"I computer sono incredibilmente veloci, accurati e stupidi.

Gli uomini sono incredibilmente lenti, inaccurati e intelligenti.

Insieme sono una potenza che supera l'immaginazione."

Albert Einstein

...resta il fatto che alcuni uomini sono lenti, inaccurati e stupidi.

DESTINATARI

Secondo le vigenti direttive del Ministero della Pubblica Istruzione questo argomento può essere introdotto nel corso del quarto o quinto anno dei licei scientifici di ordinamento.

Orario:

MATERIA	Liceo scientifico				
	I	II	III	IV	V
Lingua e lettere italiane	4	4	4	3	4
Lingua e lettere latine	4	5	4	4	3
Lingua e letteratura straniera	3	4	3	3	4
Storia	3	2	2	2	3
Geografia	2	-	-	-	-
Filosofia	-	-	2	3	3
Scienze naturali, chimica e geografia	-	2	3	3	2
Fisica	-	-	2	3	3
Matematica	5	4	3	3	3
Disegno	1	3	2	2	2
Religione	1	1	1	1	1
Educazione fisica	2	2	2	2	2
Totali	25	27	28	29	30

TEMI P.N.I. (Piano Nazionale per l'Informatica)

Proposte dell'UMI

Prerequisiti:

È necessario possedere i seguenti requisiti

- Moto di un punto
- Sistemi di riferimento inerziali e non inerziali
- Nozione di campo e di campo conservativo
- Velocità e accelerazione come grandezze vettoriali e scalari
- Moto rettilineo uniforme, accelerato, circolare e circolare uniforme
- Centro di massa e centro di forze applicate ad un sistema semplice
- Equilibrio dei corpi rigidi
- Equazioni di Newton
- Energia potenziale
- Conservazione dell'energia

Obiettivi generali:

- Acquisire le conoscenze, competenze e capacità previste dall'U.D.
- Affinare le capacità logiche e di comprensione dei fenomeni celesti
- procedimenti di astrazione
- ragionare induttivamente e deduttivamente
- comprendere l'importanza storica che il concetto di forza di gravità ha portato nella società scientifica e non scientifica
- comprensione della legge di gravitazione universale
- utilizzo almeno parziale dei software didattici presentati

Obiettivi trasversali:

- Sviluppare attitudine alla comunicazione e ai rapporti interpersonali favorendo lo scambio di opinioni tra docente e allievo e tra gli allievi.
- Proseguire ed ampliare il processo di preparazione scientifica e culturale degli studenti
- Contribuire a sviluppare lo spirito critico e l'attitudine a riesaminare criticamente ed a sistemare logicamente le conoscenze acquisite.
- Contribuire a sviluppare capacità logiche ed argomentative
- Acquisire abilità di studio.
- Comunicare in modo efficace

Obiettivi specifici:**Conoscenze:**

- Conoscere la storia dell'evoluzione del pensiero scientifico dopo le prime formulazioni delle leggi sulla gravità
- Conoscere come queste teorie hanno rivoluzionato la società antica e contemporanea
- Conoscere la legge di gravitazione universale
- Conoscere le leggi di Keplero
- Conoscere le interazioni dei corpi celesti Terra – Luna – Sole e loro principali fenomeni
- Conoscere la storia della nascita della teoria della relatività
- Conoscere come questa venga applicata al mondo reale
- Conoscere le applicazioni tecnologiche legate alle nozioni che si sono apprese in questa unità didattica

Competenze:

- Saper spiegare come nasce la formulazione della legge di gravitazione universale
- Saper spiegare la legge di gravitazione universale
- Saper enunciare le leggi di Keplero
- Saper spiegare di cosa tratta la relatività generale

Capacità:

- saper comprendere il perché del moto degli oggetti in un sistema di masse
- Saper condurre una osservazione del cielo diurno e notturno
- Riuscire a fare una lezione dinamica utilizzando il software StarryNight® Pro spiegando il moto dei pianeti le forze che interagiscono tra di essi e la teoria appresa in questa unità didattica

Contenuti:

- Introduzione
- Cenni sulla evoluzione dell'astronomia
- Breve storia dello studio della gravità sulla Terra
- Newton, una mela e la legge di gravitazione universale
- Leggi di Keplero
- Energia potenziale gravitazionale
- Leggi di Newton e teoria della relatività generale
- Cenni sulla teoria della relatività di Einstein e curvatura spazio tempo
- Applicazioni al mondo fisico e alla tecnologia
- Laboratorio virtuale di fisica (scoprire nuove relazioni)

Strumenti utilizzati:

- Libro di testo
- Dispense
- Lavagna e gesso
- Software didattico (Excel®, Starry Night® Pro , Gravitation)

- Auspicabile visita d'istruzione in un planetario od osservatorio astronomico
- Video e documentari (National Geographic, PSSC, Ulisse, SuperQuark, etc)

Tempi dell'intervento didattico

Previste 9 ore, quindi 3 settimane. Un paio d'ore per il laboratorio con esercizi di calcolo del valore di g e altro.

Metodologia:

La legge di gravitazione universale è argomento affascinante e povero di formule e dimostrazioni. I calcoli che sfruttano le poche relazioni spiegate qui si riducono a moltiplicazioni e divisioni, ecco perché credo si debba stimolare più che il calcolo, il ragionamento fisico.

Lo svolgimento dell'attività didattica avverrà attraverso lezioni dialogate e interattive, con auspicabili osservazioni, domande flash poste ai singoli alunni. È fondamentale che ogni qual volta si presenti la necessita di richiamare concetti che sono stati già spiegati, vengano richiesti agli alunni. Non dare mai per scontato ciò che si è spiegato le volte precedenti. L'approccio storico è un buon modo (soprattutto su argomenti che generano fascino come questo) per introdurre l'argomento. L'uso di software è auspicabile per la sua grande capacità di interattività ed immediatezza. Inoltre può essere utile l'ausilio di video o documentari che hanno un grande impatto scenico, quindi stimolano interesse e curiosità.

Verifica e valutazione:

La fase di *verifica* e *valutazione* è parte integrante del processo educativo e permette di monitorare sia il raggiungimento degli obiettivi prefissati, sia l'efficacia della strategia didattica attuata.

Le modalità principali di verifica sono:

- domande e risposte dal banco
- verifiche scritte
- lezione simulata da parte dei ragazzi o tesina su di un particolare aspetto

Attività di recupero:

- Recupero da effettuare in classe durante le ore curricolari, attraverso la ripresa dei concetti non ben compresi e lo svolgimento di esercizi riguardanti tali argomenti
- Assegnazione a singolo studente di tesine mirate.

CONTENUTI

Introduzione:

La scienza che individuiamo con il termine astronomia in realtà termine abbastanza recente, è una particolare sezione della fisica che si occupa degli oggetti che si evolvono nell'universo.

Partiamo da questa particolare scienza per affrontare un percorso che ha interessato quasi tutta la storia dell'attività umana per arrivare poi a quella che chiamiamo: legge di gravitazione universale. Attenzione però, il fatto che sia universale non vuol dire che interessa solo l'universo¹ ma che vale universalmente per tutti gli oggetti dotati di massa che si trovino in una qualunque regione dell'universo. Quindi è ragionevole pensare che la Terra, noi che la abitiamo e qualsiasi cosa materiale (composta di materia ovvero di massa) visibile e non² è interessata da una forza che "segue" la legge di gravitazione universale. Per comodità oltre che per ragioni storiche, questa legge sulla Terra la chiamiamo semplicemente gravità e ne attribuiamo un valore numerico pari a $9,822 \text{ m/s}^2$ con il quale si individua il valore della accelerazione alla distanza media di $\approx 6300 \text{ Km}$, la quale essendo un vettore ha una direzione e un verso. Infatti questa accelerazione ha

¹ L'universo e gli oggetti in esso contenuti rispettano anch'essi questa legge ma non ne sono certo gli unici "beneficiari".

² Vedremo più avanti che anche ciò che non vediamo con i nostri occhi è soggetto alla forza di gravità. Per esempio la radiazione che sappiamo essere visibile ma che invisibile è interessata dal campo gravitazionale. La relatività generale ha spiegato che la radiazione elettromagnetica dal radio ai raggi gamma viene deflessa o deviata dalla presenza di un corpo dotato di massa.

verso diretto verso il centro di massa del pianeta e direzione ortogonale alla superficie. Per quanto questa non sia una definizione corretta né di forza di gravità né di legge della gravitazione, per adesso basti capire che il valore dell'accelerazione di gravità sulla Terra deriva (e poi calcoleremo) direttamente dalla legge di gravitazione universale.

Cenni sulla evoluzione dell'astronomia:

Una breve introduzione alla storia della astronomia serve per avere un quadro un po' più completo e quindi per comprendere meglio l'impatto che le valutazioni dell'uomo hanno avuto circa lo studio della volta celeste e dell'universo.

L'osservazione del cielo è stato sempre di grande importanza per tutte le civiltà del pianeta che in epoche diverse hanno cercato di interpretare quello che accadeva sopra le loro teste, sfruttando la ciclicità dei fenomeni e interpretandone il significato. L'astronomia moderna ha avuto ufficialmente inizio³ nel 1600 con l'impulso dato dallo studioso e scienziato Galileo Galilei. In realtà non vi è una demarcazione netta tra un'astronomia antica e una moderna, basti pensare ad astronomi come Nicolò Copernico 1473-1543 (che sviluppa la teoria del sistema eliocentrico) che porta alla cosiddetta rivoluzione copernicana o anche Tycho Brahe o Giovanni Keplero. Infatti a loro modo tutti questi scienziati e molti prima di loro contribuirono con gli studi condotti a formulare teorie nuove e sempre più corrette per interpretare i fenomeni celesti. Capire che gli oggetti che si vendevano proiettati sulla volta celeste avessero una distanza (Galileo) oltre che una estensione, e che si muovessero con orbite ellittiche (Keplero) intorno ad una stella (Copernico), poneva fondamentali domande sul perché si osservavano quegli oggetti e quali erano le forze e le leggi che regolamentavano i loro moti. In realtà pochi anni dopo alcune di queste domande trovarono una giustificazione ragionevole e abbastanza soddisfacente. La teoria della gravitazione universale fu formulata dal matematico e fisico inglese Isaac Newton che pubblicò "*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*" nel 1687 che contenevano tra l'altro le leggi della dinamica con le quali spiegò le leggi di Keplero sul moto dei pianeti.

Non credo che si possa conoscere la persona che per la prima volta si sia chiesto o chiesta "come mai sono appoggiato sul suolo della Terra? Cosa mi trattiene saldamente

³ Questa è certamente una convenzione, dovuta all'utilizzo del telescopio da parte di Galileo Galilei che nei primi anni del 1600 condusse approfondite osservazioni della volta celeste e studi scientifici sul moto dei pianeti del cielo e sulle proprietà cicliche delle stagioni e delle fasi lunari.

limitato al terreno?" . Isaac Newton formulò una teoria che potesse spiegare il perché di questa domanda. L'opera più influente di Newton fu senza dubbio, per i successivi trecento anni valido e attendibile testo scientifico. La loro pubblicazione è considerata da molti la nascita della fisica moderna. Per la prima volta la meccanica viene trattata in modo sistematico e matematico. Nei "*Principia*" Newton tratta lo spazio e il tempo come enti assoluti ma, come già aveva fatto Galilei, riconosce in una certa misura la relatività del moto, intesa come relativismo rispetto a un sistema di riferimento. Gli studi condotti portano Newton a definire la cosiddetta legge dell'inverso del quadrato, che si può sintetizzare matematicamente in questo modo

$$F = k \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

C'è da aggiungere che la costante k e le considerazioni sulle masse non furono immediate. Le tre leggi della dinamica e la legge dell'inverso del quadrato aprirono la strada a quasi tutte le scoperte della fisica moderna.

Questa legge cosa ci dice? afferma che la forza F che interagisce tra due masse qualunque m_1 ed m_2 è direttamente proporzionale ad una costante k, al prodotto delle due masse ed è inversamente proporzionale al quadrato della distanza che intercorre tra le due masse. Bisogna fare una serie opportune considerazioni. La forza è applicata in ugual misura a tutti e due i corpi ma in verso opposto lungo la loro congiungente.

La costante k che più comunemente è individuata dalla lettera G non fu trovata da Newton con precisione infatti si basava più su osservazioni e queste nel 1700 non potevano essere certo accurate come quelle che oggi permettono di verificare che

$$G = (6,67428 \pm 0,0007) \times 10^{-11} \text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$$

Come detto questo è il valore sperimentale della costante di gravitazione universale, essa non dipende né dalle proprietà dei corpi che si attraggono, né dalla loro posizione. Il valore di questa costante fu misurato per la prima volta dal fisico inglese Henry Cavendish nel 1798 per mezzo di una bilancia di torsione⁴. Dal punto di vista operativo, essa si può definire come l'intensità della forza di interazione tra due corpi a simmetria centrale, ciascuno di massa pari a 1 kg e posti a distanza di 1 m l'uno dall'altro.

⁴ L'esperimento condotto da Cavendish è spiegato nell'appendice A

Come abbiamo detto la forza di gravità che indichiamo con la lettera g deriva direttamente dalla formula vista prima. Infatti basta inserire nella formula i valori della massa della Terra e il valore del raggio medio per ottenere proprio il noto valore di $9,822 \text{ m/s}^2$.

Per convincerci di ciò proviamo a fare il calcolo.

Esercizio:

Calcolare il valore medio⁵ dell'accelerazione terrestre sulla superficie.

Diametro equatoriale medio $12\,756,274 \text{ km}$

Diametro polare medio $12\,713,504 \text{ km}$

Densità media $5,5153 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

Volume $1,083\,207\,3 \times 10^{21} \text{ m}^3$

Con i dati in possesso quindi è possibile calcolare la massa della Terra e quindi tramite la formula della gravitazione universale e del valore di G è possibile calcolare il valore numerico di g . Come vediamo dai valori sopracitati il raggio medio della Terra ai poli è circa 21 km più piccolo di quello all'equatore. Questo quindi vuol dire che se si misura il valore di g ai poli si otterrà un valore maggiore rispetto a quello ottenuto all'equatore, il che è come dire che una massa di 1 kg pesato in Italia è più pesante in Groenlandia e più leggero in Mauritania. Infatti è proprio così. Il peso di un oggetto dipende da quanto è accelerato dalla Terra e questo non è da confondersi con la massa dell'oggetto che ovviamente non cambierà. Infatti convenzionalmente chiamiamo peso la forza con cui siamo attratti dalla Terra confondendola purtroppo con la massa.

Se il signor Mario afferma di pesare 89 kg in realtà vuole dire che è attratto verso il centro di massa della Terra con una forza pari a $9,8 \text{ m/s}^2 \times 89 \text{ kg} = 872,2 \text{ N}$. quindi possiamo dire che se ci pesiamo su una bilancia elettronica ad esempio, la bilancia misurerà la nostra forza peso in newton e la divide automaticamente per $9,8$. ma se il signor Mario si pesa con la stessa bilancia al polo nord e la sua massa non è cambiata allora la bilancia misurerà un valore pari a $9,84 \times 89 \text{ kg} = 875,76 \text{ N}$ che dividerà (a causa della sua taratura) per il valore $9,8$, sul display apparirà un "peso" pari a $89,36$. Quindi come abbiamo verificato pesarsi con una bilancia non significa conoscere la propria massa. Il signor

⁵ Calcoliamo il valore medio perché abbiamo a disposizione i valori medi sia per il raggio che della densità. Bisogna però sapere che la Terra non è una sfera omogenea e che quindi ha densità diverse che cambiano da regione a regione. Ma per il calcolo che dobbiamo fare queste approssimazioni sono più che sufficienti.

Mario non essendo un fisico sarà convinto che di essere ingrassato di 360 grammi e non riuscirà a capire perché.

Esercizio

Se il signor Mario portasse la stessa bilancia tarata sulla Terra sulla Luna, cosa leggerebbe sul display?

Diametro equatoriale 3476,2 km

Diametro polare 3472,0 km

Massa Luna $7,347\,673 \times 10^{22}$ kg

Newton, una mela e la legge di gravitazione universale:

Come quasi tutti sanno, Newton afferma in diversi saggi divulgativi e in alcuni incontri scientifici di aver iniziato a pensare alla legge di gravitazione ispirato dalla caduta di una mela da un albero, mentre prendeva il tè con degli amici. In realtà è oramai noto che questa altro non è che una leggenda che si diffuse e che lo stesso Newton fece sua per dare un tocco di fascino alla sua scoperta e per dimostrare a tutti il suo grande intuito e genio. Sappiamo invece che il giovane Isaac lavorò molto duramente allo studio dei corpi e per molti anni per tentare di dare una formulazione dinamicamente corretta ed esauriente della teoria della gravitazione universale.

Ci si potrebbe chiedere quali siano stati gli studi e gli esperimenti condotti dal giovane Newton per arrivare a dedurre legge dell'inverso del quadrato. L'osservazioni degli spostamenti periodici della Luna e dei pianeti furono fondamentali. Infatti è possibile calcolare l'accelerazione della Luna rispetto alla Terra, misurando il periodo di rivoluzione e la distanza che erano due parametri ben noti. Si ha che $a=v^2/r=\omega^2r=4\pi r/T^2$ dove con T si indica il periodo di rivoluzione e con r la distanza media Terra-Luna

Esercizio

Calcolo dell'accelerazione della Luna rispetto alla Terra.

Periodo di rivoluzione della Luna 27,3 giorni

Raggio medio dell'orbita intorno alla Terra $3,82 \times 10^5$ km

Dai seguenti calcoli si ottiene un valore di $a = 0,0027 \text{ m/s}^2$ e se lo si confronta con il valore trovato prima per g si possono fare opportune considerazioni. Newton osservò che questo valore era interpretabile con la legge dell'inverso del quadrato⁶. Inoltre fece una osservazione molto importante ed innovativa. Infatti osservò che per un oggetto esteso con composizione omogenea e simmetria centrale gli effetti gravitazionali (ovvero le forze tra le particelle costituenti l'oggetto) si annullavano per isotropia⁷. Quindi si doveva considerare la massa dell'oggetto come concentrata in un unico punto che coincidesse proprio con il centro di massa del corpo⁸.

Ecco perché quando abbiamo calcolato le accelerazioni abbiamo usato come valore del raggio la distanza tra il centro di massa dell'oggetto e la massa di prova unitaria. Allo stesso modo quindi noti i parametri si possono calcolare anche l'accelerazione media che la Terra ha rispetto alla stella più vicina. Insomma la cosa che deve essere chiara è che la stessa legge può essere applicata ad una mela, a pianeti o stelle, così come a delle galassie senza che si debbano apportare sostanziali modifiche.

Ci si può chiedere fino a che distanza si possa “spingere” la forza di gravità o meglio a che distanza l'interazione gravitazionale è importante.

Intanto è utile osservare che nella semplicità della formulazione della legge di gravitazione universale non appaiono limitazioni sulla distanza, questo perché non ve ne sono. Infatti l'interazione gravitazionale di due o più corpi avviene anche quando la distanza è grandissima, ma vedremo dopo che al tendere della distanza all'infinito l'intensità della forza tende a zero. Possiamo dire che due stelle a grandissima distanza o comunque immensamente grande rispetto alle loro dimensioni, sentono l'una la presenza dell'altra anche se non si “vedono”. Ovviamente bisogna notare che l'intensità con la quale un corpo attrae o è attratto da un altro dipende, come detto, dall'inverso della distanza al quadrato e per capire questo facciamo un semplice esperimento numerico.

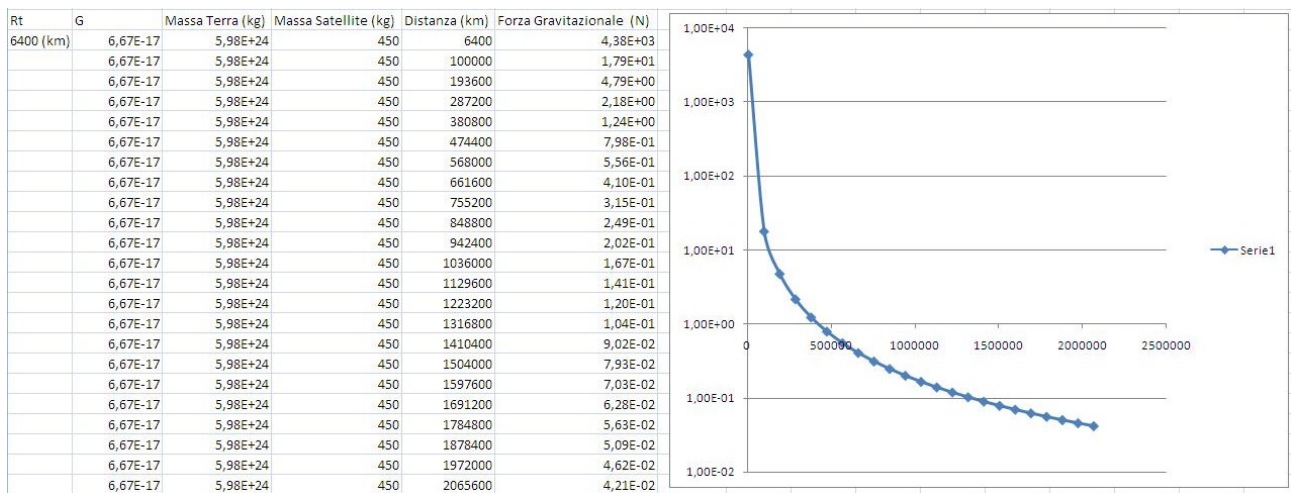
Esercizio con EXCEL

Calcoliamo l'andamento dell'intensità della forza gravitazionale tra la Terra e un satellite artificiale valutandone il grafico ottenuto.

⁶ I dati ricavati erano ben interpolati da una legge di questo tipo.

⁷ Per la legge di Gauss nel caso di una sfera cava si fanno le stesse considerazioni. Bisognerà ricordare che il campo elettrico generato da una carica puntiforme o da una sfera con densità di carica uniforme sulla superficie esterna ha un andamento simile al campo gravitazionale e che anch'esso è isotropo.

⁸ Piccoli accenni all'equilibrio dei corpi rigidi

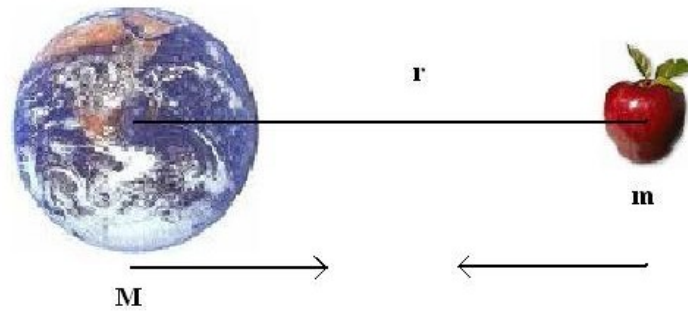


Come abbiamo visto, già ad una distanza non troppo grande, l'intensità della forza gravitazionale che la Terra esercita sul satellite è davvero infinitesimale. Infatti se noi calcoliamo il limite per $r \rightarrow \infty$ della legge di gravitazione universale otteniamo, come prevedibile, che la forza F tende a zero a prescindere dal valore delle masse.

Osservazione Importante

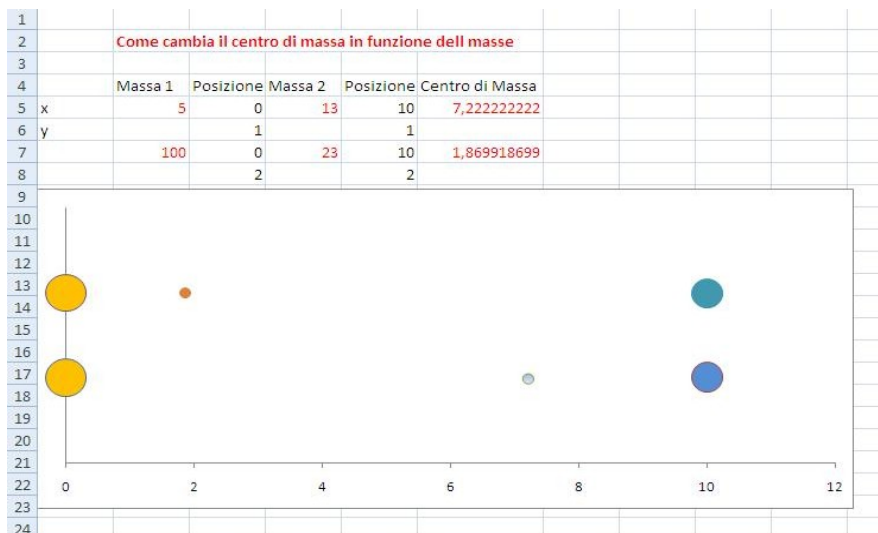
Si può fare una osservazione. Sulla mela, che abbiamo considerato di massa unitaria, agisce una forza diretta verso il centro di massa del sistema Terra-mela che fa sì che la mela cada sulla superficie terrestre con una accelerazione pari a g . Notiamo inoltre che il centro di massa del sistema composto dai due corpi coincide con il centro di massa della Terra a causa del fatto che la massa della Terra è molto maggiore della massa della mela ovvero $M_T \gg m_m$ ⁹. Però dalla definizione sappiamo che entrambi i corpi considerati cadono con accelerazioni identiche verso il centro di massa del sistema, ragion per cui è lecito pensare che anche la Terra “cade” sulla mela con la stessa accelerazione. Questa affermazione per quanto sconvolgente è assolutamente vera. Infatti la caduta della mela è un effetto ben visibile dell'interazione gravitazionale mentre proprio a causa delle grosse differenze di massa, la caduta della Terra sulla mela è un fenomeno che non si riesce ad osservare e quindi viene trascurato.

⁹ Anche nel caso del sistema Sole-Terra o Sole-Venere ad esempio il centro di massa del sistema coincide praticamente con il centro di massa del Sole.



Per convincerci di questo facciamo un esperimento numerico con Excel e vediamo come cambia il centro di massa di un sistema in funzione della distanza e della massa dei partecipanti.

Esercizio con Excel.



Osservazione Importante

Abbiamo detto che il peso di un oggetto può variare a seconda che si trovi sul polo o sull'equatore terrestre e si può verificare con semplici calcoli che la differenza è minore del 0,004 %. Detto questo però vediamo un'altra particolarità che non abbiamo considerato: cioè la rotazione terrestre. Infatti l'accelerazione centripeta subita da un corpo all'equatore è data da $a = \omega^2 r$, mentre ai poli l'accelerazione centripeta è nulla. È facile calcolare come questo influisca sulla forza di attrazione, e si calcola che influisce solo per lo 0,35%.

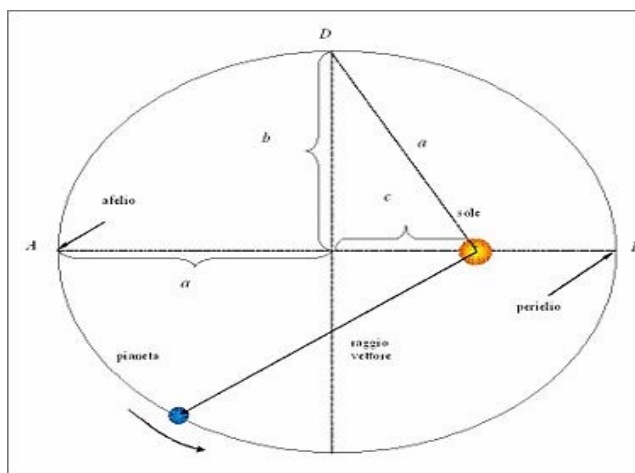
Le Leggi di Keplero e la legge di gravitazione universale.

Keplero come già si è detto in precedenza ha il merito di aver formulato tre leggi passate poi alla storia come le prime leggi sul moto dei pianeti dedotte per via meccanica.

Osservando il moto dei pianeti, le posizioni e la loro periodicità ed interpolando questi dati con la matematica enunciò le seguenti leggi.

Prima legge di Keplero (forma delle orbite)

Le orbite dei pianeti intorno al Sole sono degli ellissi di cui il Sole occupa uno dei due fuochi.



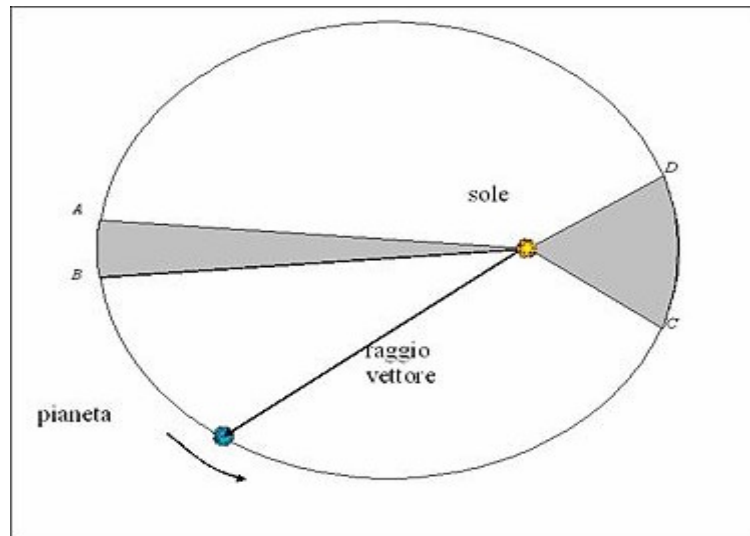
Questa legge afferma quindi, contrariamente a quanto prima si credeva che i pianeti nel loro modo di rivoluzione intorno al Sole compiono orbite ellittiche e non circolari. L'ellisse è una figura piana particolare e si definisce come il luogo geometrico dei punti tali che la somma delle distanze dai fuochi è costante. Aggiungiamo che il parametro dell'ellisse è la sua eccentricità definita come il rapporto tra la semidistanza focale e il semiasse maggiore. L'eccentricità ci dice quanto è schiacciata l'ellisse. C'è da tenere presente che le orbite dei pianeti hanno una eccentricità molto piccola dell'ordine di $e = 0,1-0,01$ il che implica che sono quasi delle circonferenze.

Seconda legge di Keplero (legge delle aree)

Il raggio vettore che congiunge il Sole con il pianeta spazza aree uguali in tempi uguali

Questa legge è di grande interesse proprio perché riferita alla velocità dei pianeti che quindi quando sono più vicini (perielio)¹⁰ al Sole hanno una velocità maggiore rispetto a quando sono più lontani da esso (afelio).

¹⁰ Ricordiamo: periastro, perigeo, etc.



Terza legge di Keplero (legge della costante di rivoluzione)

Il rapporto tra il cubo del raggio dell'orbita e il quadrato del periodo di rivoluzione è costante per tutti i pianeti.

Questa legge è forse quella che meno si ricorda delle tre, ma che in realtà è di grandissima importanza, infatti proprio da questa è possibile ricavare la legge dell'inverso del quadrato vista prima, ed è questa che Newton ha confermato con la sua teoria della gravitazione universale. Inoltre questa legge spiega il moto differenziale degli anelli di Saturno o delle galassie a spirale ed ellittiche¹¹.

$$\frac{R^3}{T^2} = \text{costante}$$

R rappresenta la distanza media tra il Sole e il pianeta, mentre T è il periodo orbitale ossia il tempo necessario al pianeta per percorrere un'orbita completa intorno al Sole¹².

Esercizio

Quanto vale il periodo orbitale di Giove?

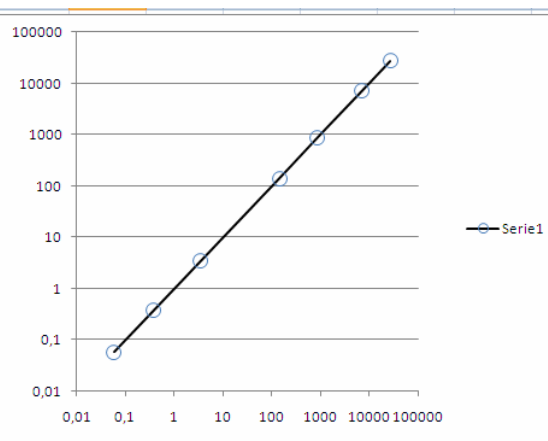
Esercizio

Verificare la terza legge di Keplero utilizzando i valori orbitali e le distanze dei pianeti del sistema orbitale, con l'ausilio di un foglio di calcolo e dell'appendice 2.

¹¹ Bisogna ovviamente apportare alcuni cambiamenti, ma in linea di massima Keplero ha dato un forte impulso allo studio del moto dei corpi.

¹² Per la Terra ad esempio T vale circa 365 giorni. Vedi appendice

Pianeta	Mercurio	Venere	Marte	Giove	Saturno	Urano	Nettuno
Massa	0,0553	0,815	0,107	317,8	95,2	14,5	17,1
Diametro	0,383	0,949	0,533	11,21	9,45	4,01	3,88
Densità	0,984	0,951	0,713	0,24	0,125	0,23	0,297
Gravità	0,378	0,907	0,377	2,36	0,916	0,889	1,12
Velocità di fuga	0,384	0,926	0,45	5,32	3,17	1,9	2,1
Rotazione	58,8	-244	1,03	0,415	0,445	-0,72	0,673
Giorno	175,9	116,8	1,03	0,414	0,444	0,718	0,671
Distanza dal Sole	0,387	0,723	1,52	5,2	9,58	19,2	30,05
Perielio	0,313	0,731	1,41	5,03	9,2	18,64	30,22
Afelio	0,459	0,716	1,64	5,37	9,96	19,75	29,89
Periodo orbitale	0,241	0,615	1,88	11,9	29,4	83,7	163,7
Velocità orbitale	1,61	1,18	0,81	0,439	0,325	0,229	0,182
Eccentricità	12,3	0,401	5,6	2,93	3,38	2,74	0,677
Satelliti	0	0	2	63	56	27	13
r ³	0,057961	0,377933	3,511808	140,608	879,2179	7077,888	27135,23
T ²	0,058081	0,378225	3,5344	141,61	864,36	7005,69	26797,69



Calcolo della legge di gravitazione universale dalla terza legge di Keplero.

È possibile ricavare la legge di gravitazione universale direttamente dalla terza legge di Keplero utilizzando la formula dell'accelerazione centripeta. Consideriamo per semplicità che le orbite dei pianeti siano circolari (è una approssimazione giustificata dal fatto che l'eccentricità delle orbite reali è piccolissima) e che quindi il raggio dell'orbita (o il raggio medio) sia R_p e il periodo di rivoluzione sia T_p allora scriviamo la formula dell'accelerazione centripeta come segue

$$a_p = 4\pi^2 \frac{R_p}{T_p^2}$$

Dalla terza legge di Keplero ricaviamo il quadrato del periodo orbitale $T_p^2 = R_p^3/K$ dove con K si indica la costante valida per i pianeti¹³. Sostituendo la seconda espressione nella prima si ha

$$a_p = 4\pi^2 \frac{R_p}{\frac{R_p^3}{K}} = 4\pi^2 \frac{K}{R_p^2}$$

Se, come sappiamo, la forza tra due oggetti (in questo caso Sole-Pianeta) può scriversi come $F=ma$, allora sostituendo si ha

$$F = m_p a_p = 4\pi^2 \frac{K m_p}{R_p^2}$$

¹³ È da tener presente che la costante K varia di pochissimo per alcune classi di oggetti, ovvero per asteroidi di piccole medie dimensioni la costante è lievemente diversa rispetto a quella da usare per pianeti che sarà diversa da quella che si usa quando si considerano galassie o oggetti più massivi.

Il coefficiente $4\pi^2 K$ ha valore costante, quindi come si vede la forza è proporzionale ad una costante per la massa del pianeta ed inversamente proporzionale al quadrato della distanza¹⁴.

Energia potenziale gravitazionale:

Quando si è parlato di energia potenziale gravitazionale abbiamo considerato casi fisici che si riferivano alla Terra e in cui la variazione di altezza tra il punto di elevazione massima e quello in cui consideravamo l'energia potenziale nulla, era piccola, piccola abbastanza da considerare l'accelerazione di gravità costante. Inoltre si fanno delle valutazioni preliminari come ad esempio, considerare la superficie terrestre il *ground* dove appunto l'energia potenziale è nulla. La formula che si usa in questi casi è $\Delta U = U_b - U_a = -L_{ab}$ ovvero : la variazione di energia potenziale è uguale al lavoro compiuto per spostare un corpo dotato di massa dal punto *a* al punto *b*. Si sa bene che il lavoro è lo stesso attraverso qualsiasi percorso e che questa proprietà è vera nel campo gravitazionale perché è un campo conservativo. Quindi per una convenzione si sceglie come valore massimo dell'energia potenziale il valore dato dal prodotto della massa del corpo per il valore costante dell'accelerazione di gravità per l'altezza dell'oggetto dal suolo, ovvero : mgh

Si deve risolvere il problema di conoscere il valore dell'energia potenziale gravitazionale nel caso più generale, quando cioè, si hanno due corpi di massa M_a ed M_b a distanza r .

Consideriamo quindi due masse generiche che si trovano nella configurazione iniziale ad una distanza che chiamiamo r_0 e una finale che chiameremo r_1 . Il lavoro anche in questo caso sarà dato dall'integrale solito

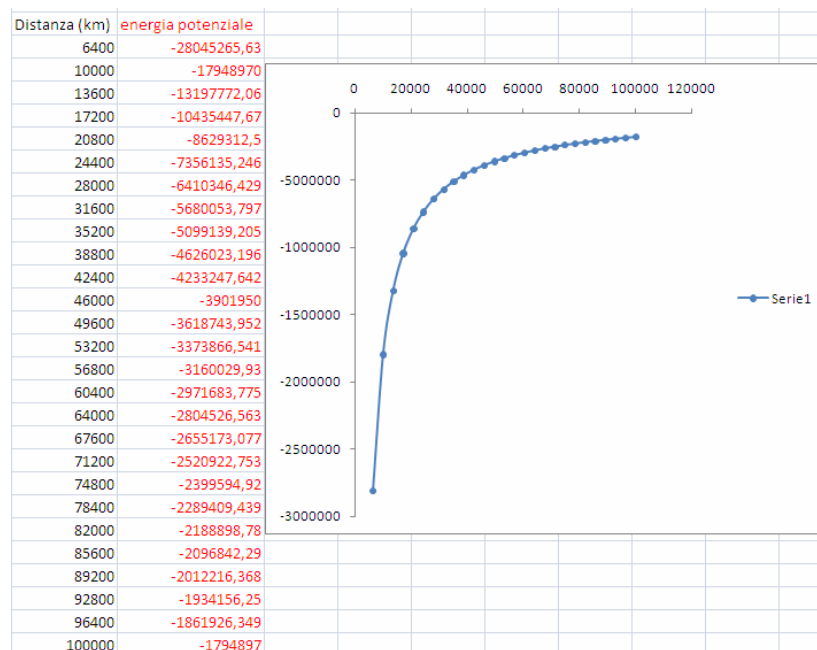
$$L_{01} = \int_0^1 F dr = \int_{r_0}^{r_1} \frac{GM_b M_a}{r^2} dr = -GM_b M_a \int_{r_0}^{r_1} \frac{dr}{r^2} = -GM_b M_a \left(-\frac{1}{r} \right)_{r_0}^{r_1}$$

ci dà la formula generale per calcolare il lavoro necessario per portare due corpi, da una distanza ad un'altra.

Bisogna fare alcune considerazioni. Sappiamo che il lavoro è uguale alla variazione di energia potenziale quindi vediamo che $U(r) = -GM_a M_b / r$. Inoltre si nota che il segno meno indica che il potenziale è sempre negativo e al più uguale a zero se la distanza tra le parti

¹⁴ Facciamo una osservazione critica su quanto fatto. La formula trovata manca di un elemento ossia di una delle due masse, ma questa formula altro non è che la forza che un pianeta o un oggetto esercita su una massa unitaria.

è infinita¹⁵. La formula non ci dice se è il corpo *a* che si avvicina al corpo *b* o viceversa, questo vuol dire quindi che può accadere che il primo si avvicini al secondo o che si muovano entrambi l'uno verso l'altro se non sono vincolati. Inoltre deve essere chiaro che sui corpi non deve agire nessun'altra forza, quindi per dirla "alla newtoniana" i corpi devono essere in quiete. Bisogna anche sapere che l'energia potenziale gravitazionale dipende dall'inverso di *r* e quindi se la distanza tende a infinito l'energia si annulla mentre sarà massima (in valore assoluto) quando i centri di massa dei due corpi sono sovrapposti¹⁶. Il segno meno indica che l'energia è sempre negativa, qualsiasi sia la distanza tra i corpi e che diminuisce al diminuire della distanza. Riprendendo l'esempio fatto prima per l'intensità della forza calcoliamo l'intensità del potenziale gravitazionale tra Terra e satellite artificiale con un esempio grafo-numerico fatto con Excell.



Si deve notare che se i due corpi sono ad esempio di massa uguale e si trovano a distanza *r* la loro massa influenza l'altra e quindi se liberi di muoversi acquisteranno uguale energia cinetica e si sposteranno l'uno verso l'altro incontrandosi con pari velocità e nello

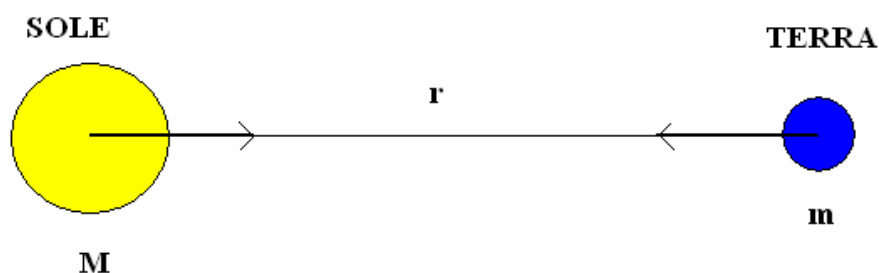
¹⁵ Il fatto che la forza gravitazionale è sempre di tipo attrattivo dipende proprio dal fatto che il potenziale gravitazionale è sempre negativo. Nel caso del campo elettrico si vedrà che il potenziale può essere sia positivo che negativo a seconda del segno delle cariche in gioco. Si può infine che una massa posta nello spazio crea sempre una buca di potenziale, che è quella che si disegna "artisticamente" con la griglia deformata. Nel caso del potenziale elettrico invece le cariche possono creare o buche o barriere di potenziale.

¹⁶ Questa ovviamente è una condizione ideale, perché non esistono corpi realmente puntiformi.

stesso tempo nel punto medio della loro congiungente che rappresenterà il centro di massa del sistema. Pensiamo però a due situazioni particolari. Il sistema mela-Terra e il sistema Terra-Sole. Nel primo caso abbiamo detto che sia la mela che la Terra avvertono la presenza delle rispettive masse ma l'effetto che osserviamo è che la mela acquista energia cinetica e cade sulla superficie della Terra, questo accade perché la massa inerziale¹⁷ della Terra è molto maggiore di quella della mela. Nel secondo la situazione non è molto diversa, infatti la massa del Sole è molto maggiore di quella della Terra e quindi è la Terra che acquisterebbe energia cinetica cadendo sul Sole proprio come fa una mela sulla Terra. In tutte le considerazioni che abbiamo fatto non si è parlato volutamente dei moti relativi dei corpi in questione, considerandoli fermi nello spazio.

Esercizio guidato

Quanto impiegherebbe la Terra a cadere sul Sole se questi fossero fermi tra loro?



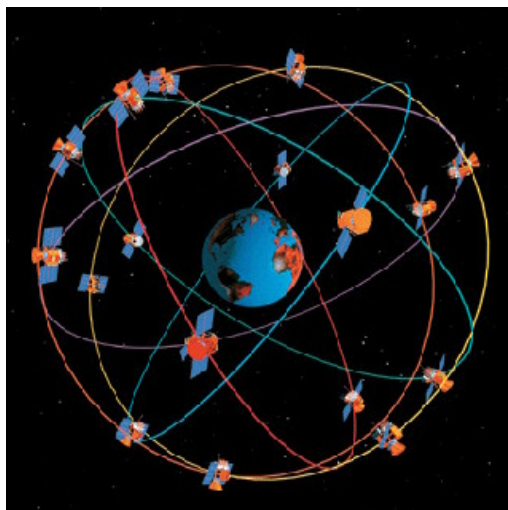
Ora che abbiamo visto le relazioni di energia che intercorrono tra due oggetti dotati di massa, osserviamo che gli stessi ragionamenti possono essere fatti anche quando gli oggetti del sistema sono in numero maggiore di due. I calcoli diventano molto più complicati ed infatti per risolverli si utilizzano calcolatori potentissimi che operano su approssimazioni. Infatti non è possibile calcolare con precisione assoluta lo spostamento di N corpi contemporaneamente¹⁸.

Esercizio guidato

¹⁷ Ricordiamo che l'inerzia è la tendenza che hanno gli oggetti dotati di massa di rimanere nel loro stato di moto. Quindi nel caso della Terra che consideriamo (in questo esempio) ferma tenderà a restare ferma rispetto alla mela che ha una massa molto minore.

¹⁸ In astrofisica si utilizzano le cosiddette simulazioni N-Body che consentono di calcolare la posizione di N corpi massivi quando interagiscono simultaneamente con altri corpi massivi. Come detto queste simulazioni operano i calcoli con alcune approssimazioni.

Quale deve essere la velocità minima che un satellite artificiale di massa m deve possedere per restare in orbita ad una distanza r dalla Terra? Quanto influisce la massa del satellite artificiale sulla velocità? Calcolare la velocità di un satellite orbitale (Hubble Space Telescope H. 600 km) e la distanza dell'orbita di un satellite geostazionario (COSPAS)¹⁹



Le leggi di Newton e la relatività di Einstein nei nostri cellulari e navigatori satellitari²⁰.

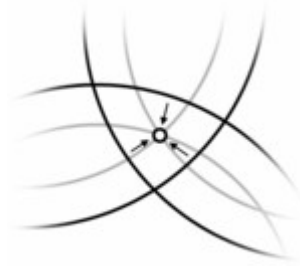
Il sistema GPS²¹ e quello per il supporto delle comunicazioni (cellulari e non solo) è basato su una complessa rete di satelliti che orbitano ad una distanza di circa 22.000 km dalla superficie della Terra. I satelliti dedicati a tale scopo sono alcune decine, ma sappiamo che per determinare la posizione di un segnale ricevente o emittente sulla superficie della Terra è necessario che siano almeno tre. Infatti tramite la triangolazione²² è possibile individuare univocamente un punto sulla superficie conoscendone quindi posizione (latitudine, longitudine e altitudine) ed interpolando più posizioni in funzione del tempo, anche la velocità.

¹⁹ Si ricorda che un satellite geostazionario punta sempre sulla stessa area della Terra.

²⁰ Questo paragrafo è da intendersi come approfondimento e necessita di conoscenze generiche di relatività generale e ristretta.

²¹ Global Positioning System o più precisamente **NAVSTAR GPS**, acronimo di NAVigation System Time And Ranging Global Position System. Ricordiamo che esiste il sistema di posizionamento Galileo che è la risposta europea al GPS ma che purtroppo per una serie di inefficienze e ritardi è stato superato.

²² La triangolazione è una tecnica usata in diversi campi e settori dalla localizzazione dell'epicentro ed ipocentro di un terremoto alla rilevazione altimetrica di strutture naturali e non. È una tecnica geometrica che permette, intersecando tre cerchi (nel piano) o quattro sfere (nello spazio 3-D) di individuare un punto preciso univocamente.



Tecnica della triangolazione caso bidimensionale

I satelliti come visto si muovono su orbite quasi circolari che sono state calcolate appositamente utilizzando la legge di gravitazione universale. Come abbiamo visto però questi satelliti artificiali per restare in orbita devono possedere velocità enormi. Gli orologi satellitari sono soggetti alle conseguenze della teoria della relatività e alla limitatezza della velocità della luce, Infatti, a causa degli effetti combinati della velocità relativa, che rallenta il tempo sul satellite di circa 7 microsecondi al giorno, e della minore curvatura dello spazio a livello dell'orbita del satellite, il tempo sul satellite scorre ad un ritmo leggermente più veloce che sulla Terra, causando un anticipo di circa 38 microsecondi al giorno, e rendendo necessaria una correzione automatica da parte dell'elettronica di bordo. Questa osservazione fornisce un'ulteriore prova dell'esattezza della teoria in un'applicazione del mondo reale. L'effetto relativistico rilevato è infatti esattamente corrispondente a quello calcolabile teoricamente, almeno nei limiti di accuratezza forniti dagli strumenti di misura attualmente disponibili. Si calcola infatti che se non si apportassero adeguate correzioni la precisione (o risoluzione) del sistema GPS sarebbe dell'ordine di alcune centinaia di metri, il che renderebbe del tutto inefficace tutto il sistema. Stessa cosa accade nelle telecomunicazioni, infatti se non si apportassero le correzioni relativistiche i cellulari non riuscirebbero ad essere rintracciati con precisione.

Teoria della relatività generale e curvatura dello spazio-tempo

Fino a questo momento abbiamo trattato la teoria della gravitazione utilizzando la meccanica classica e osservando che essa spiega bene il moto degli oggetti dotati di massa che interagiscono tra loro. Abbiamo visto che la legge dell'inverso del quadrato è utile per il calcolo dinamico (forze e spostamento) su diversa scala, infatti è possibile calcolare la forza che interagisce tra una mela e la Terra, tra la Terra e il Sole, tra Sole e altre stelle, tra stelle e galassia, tra galassie e ammassi di galassie. Insomma si riesce a

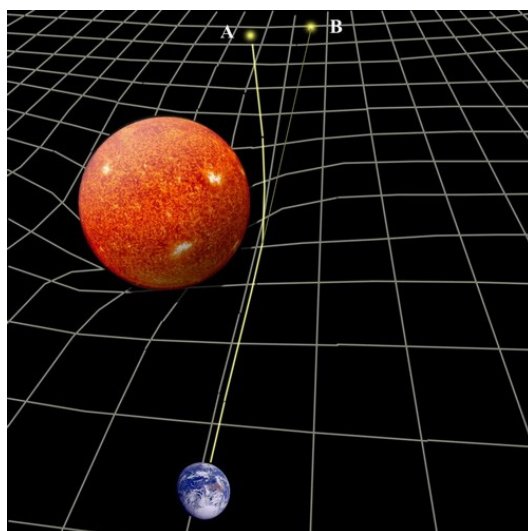
spiegare l'interazione gravitazionale da 10^{-3} fino a 10^{25} metri²³. Al disotto di questo *range* le forze elettriche diventano troppo importanti e non possono essere trascurate e quindi si interviene con calcoli che richiedono teoria elettrostatica e la meccanica quantistica.

Dobbiamo farci una domanda fondamentale: Come si genera l'interazione gravitazionale?

La risposta non è immediata né di semplice formulazione, infatti basti pensare che l'intera comunità scientifica mondiale ha dubitato a lungo prima di accettarla. In questo paragrafo cerchiamo di darne una formulazione semplice, astenendoci ovviamente dal rigore e dal formalismo matematico che sono necessari solo per studi di fisica superiore.

Nel 1916 Albert Einstein propone un nuovo modo di interpretare il mondo fisico spiegando che la materia è legata allo spazio e che la presenza della materia modifica tutto ciò che le sta intorno, ovvero sia lo spazio che il tempo. In particolare Einstein affermava che la materia modifica la geometria dello spazio il quale si incurva. La curvatura dello spazio è il punto centrale della relatività generale, la quale detta delle "regole" per calcolare le traiettorie e i moti di oggetti massivi nello spazio e le correzioni da apportare in loro presenza. L'analogia più utilizzata è certamente maggiormente efficace è quella di un oggetto posto su una membrana elastica. L'oggetto appoggiato sulla membrana la deforma a causa del suo peso, quindi quello che possiamo constatare è che lo spazio intorno all'oggetto si è deformato e che quindi ogni altro oggetto intorno ad esso tenderà a scivolare sulla membrana, cadendo sull'oggetto che l'ha deformata. Questa deformazione interessa anche gli oggetti stessi che occupando porzioni di spazio si deformano.

²³ Il limite superiore di questo intervallo è dettato dalla grandezza presunta dell'universo conosciuto che si stima essere di 15 miliardi di anni luce.



Nell'immagine si vede una stella di grande massa che si trova in una regione dello spazio. Lo spazio in questa figura è rappresentato con la griglia bianca e si vede che in prossimità della stella massiccia la griglia si deforma, curvandosi maggiormente nelle immediate vicinanze della stella. In effetti possiamo dire che la curvatura segue la legge dell'inverso del quadrato. Ogni altro oggetto tenderà quindi a "scivolare" in questo imbuto andando a cadere sulla stella. Bisogna fare a questo punto delle osservazioni: la curvatura dello spazio è proporzionale alla quantità di massa, quindi maggiore è la massa, maggiore sarà la curvatura e quindi maggiore sarà la forza di attrazione tra i corpi. Inoltre, anche se difficile da accettare si deve sapere che anche la luce, quindi la radiazione elettromagnetica, subisce gli effetti della gravità, cosa che la meccanica classica non prevedeva assolutamente. Questo fenomeno è dovuto proprio alla deformazione dello spazio, infatti il raggio luminoso attraversando uno spazio curvo, descriverà necessariamente una traiettoria curva. Nell'immagine infatti è disegnato un raggio di luce che viene curvato dalla presenza della stella. Questo effetto è stato utilizzato dall'equipe diretta da Artur Eddington per provare la teoria della relatività²⁴.

Gli effetti della curvatura dello spazio sono ben visibili solo nel caso di oggetti molto massicci ma è chiaro che anche per masse più piccole vale la stessa legge, solo che gli effetti sono più che trascurabili. Alla luce di quanto detto possiamo esaminare il sistema mela-Terra in un altro modo. La mela quando cade sulla Terra è come se scivolasse nell'incurvatura spaziale generata dalla massa della Terra stessa. Anche la mela, come

²⁴ Infatti, durante una eclissi di sole del 29 maggio 1919, venne misurata la posizione di alcune stelle proiettate dietro il sole, queste risultavano essere in una posizione differente da dove si dovevano trovare in realtà. Usando i calcoli relativistici Einstein spiegò in modo esauriente la deflessione provocata dalla massa del sole. Le osservazioni vennero fatte in due posti distinti, in Brasile a Sobral e nell'isola di Principe.

detto però, curva lo spazio intorno a sé, ma lo scivolamento della Terra nella curvatura spaziale generata dalla mela è impossibile da osservare a causa dell'effetto infinitamente piccolo.

L'effetto della curvatura dello spazio è in realtà difficile da osservare, questo perché l'interazione gravitazionale è una forza assai debole e per manifestarsi ha bisogno di grandi masse. Per rendersi conto di questo si può fare il famoso esperimento che mette a confronto due forze fondamentali della natura: la forza gravitazionale e quella elettrostatica. Basta strofinare una bacchetta di plastica con un panno di lana, in modo da produrre un eccesso di carica su una estremità, dopo di che se si avvicina la bacchetta a piccola distanza da un piccolo pezzo di carta si vede che il pezzetto di carta si solleva da terra e viene attratto dalla bacchetta poiché si è caricato per induzione. Questo fatto rende chiara una cosa, ovvero che il piccolo eccesso di carica generato dallo strofinio della bacchetta è stato sufficiente a vincere la forza di attrazione gravitazionale che l'intera Terra esercita sul pezzetto di carta. Questo fa comprendere che la forza gravitazionale è piccolissima rispetto alle altre forze fondamentali.

Nell'universo però ci sono masse gigantesche che rendono gli effetti della gravità molto importanti e quindi possono essere osservati con un certa facilità. Le masse esistenti nell'universo possono essere miliardi di volte più grandi di quelle del Sole.

Una varietà di oggetti cosmici molto esotici ed affascinanti sono i buchi neri, i quali sono così densi di materia che curvano lo spazio fino al punto di imbrigliare la radiazione visibile²⁵. Accade quindi che la luce viene attratta dal buco nero rendendolo invisibile: da qui il nome buco (buca di potenziale) nero (non emette radiazione visibile). Come detto però il fascio luminoso non viene attratto per gravità, visto che la luce non possiede massa e l'interazione gravitazionale si esercita tra masse, ma la curvatura dello spazio è tale che la traiettoria si avvolge a spirale nella buca di potenziale creata dal buco nero.

Adesso bisogna fare un piccolo sforzo per accettare quanto segue. Noi tutti siamo immersi in uno spazio curvo, cioè siamo all'interno della buca di potenziale generata dalla Terra, di questo non ci accorgiamo se non facendo accuratissimi esperimenti e raffinate interpretazioni. Allo stesso modo bisogna capire che il raggio luminoso di cui si parlava prima è "convinto" di percorrere una traiettoria rettilinea e quindi non si accorge della curvatura dello spazio generata dal buco nero, tanto più perché i fotoni non sono in grado di interpretare la loro condizione!

²⁵ Ma anche la radiazione in altre lunghezza d'onda.

Nel titolo di questo paragrafo è contenuto il termine "spazio-tempo", questo termine indica che nella teoria della relatività einsteiniana lo spazio è legato al tempo e viceversa. Questo vuol dire che quando una massa curva lo spazio circostante, influenza il tempo che quindi si modifica. Il fenomeno è di difficile interpretazione come la relatività del resto e questo è dovuto al fatto che è una teoria contro intuitiva²⁶.

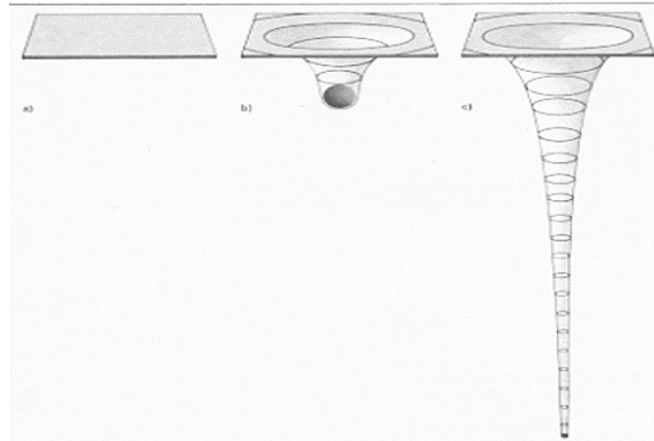
Cosa è un buco nero

Un buco nero è un oggetto estremamente massivo. Si trovano quasi in tutte le galassie di grandi dimensioni e più precisamente verso il centro galattico detto anche *bulge*. Sono ciò che rimane di stelle molto massicce che dopo aver avuto un collasso gravitazionale violento iniziano a inglobare ed attrarre tutta la materia che lo circonda. In questo modo l'oggetto acquista sempre più materia aumentando la sua massa e aumentando di conseguenza anche l'intensità del suo campo gravitazionale. Si pensa che questo processo non si arresti mai che il buco nero attragga materia senza limiti. Quando la massa dell'oggetto è abbastanza grande accade che l'intensità del campo gravitazionale è così importante da non permettere neanche alla radiazione²⁷ di uscire, quindi si rendono invisibili. L'unico modo di "osservarli" è quello di vedere come interagiscono con la materia (gas, stelle) circostante.

Abbiamo visto che la massa curva lo spazio e che possiamo immaginare la curvatura come una membrana elastica che si deforma in presenza di una massa. Bene, per un buco nero si crede che la massa sia così grande che questa deformazione assuma la forma di un imbuto. Nella figura possiamo avere una idea di ciò che si vuole dire.

²⁶ Bisogna accettare che non essendo alla portata della percezione sensoriale non può essere compresa se non con il mezzo dell'interpretazione razionale. Anche il mondo delle particelle elementari, non può essere visto né toccato a causa delle piccolissime dimensioni, ma può essere interpretato ragionando sugli effetti visibili e misurabili. Si veda ad esempio l'effetto fotoelettrico.

²⁷ In realtà in rarissimi casi si osservano emissioni MASER e di raggi gamma nelle immediate vicinanze di buchi neri, questo è dovuto con tutta probabilità all'avvenuta "fagocitazione" di grandi masse. I buchi neri emettono flussi di antiparticelle che prendono il nome di radiazione di Hawking.

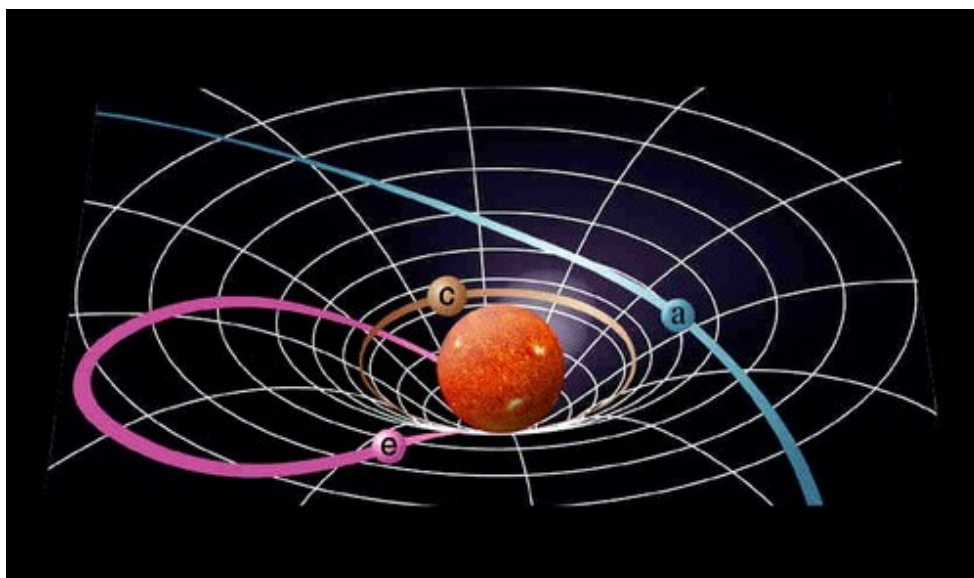


Una precisazione che bisogna fare è la seguente: quando la luce che proviene dall'esterno del buco nero passa nelle sue vicinanze, viene catturata e comincia a percorrere orbite sempre più fitte intorno al nucleo centrale, mentre se il raggio luminoso passa ad una distanza maggiore, esso, verrà solo deflesso. Il fascino che circonda questi oggetti dell'universo è legato oltre che alla loro peculiare particolarità di non emettere radiazione a causa della immensa massa, anche per l'impossibilità da parte nostra di riuscire a comprenderne la natura e il loro funzionamento, questo perché la fisica che conosciamo potrebbe non essere più valida nelle sue immediate vicinanze.

Esercizio

Ricavare la massa minima di un buco nero (black hole), sapendo che la formula per la velocità di fuga è $v=(2GM/R)^{1/2}$. Motivare la risposta.

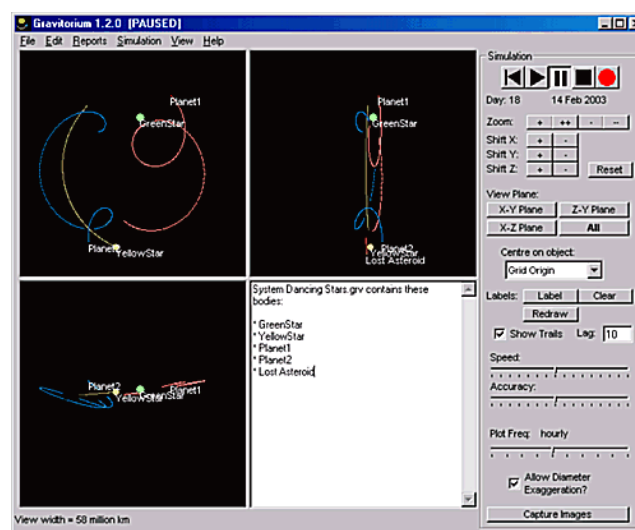
Esercizio



Descrivere cosa possono rappresentare gli "oggetti" a, c ed ,e nella figura descrivendo le sostanziali differenze tra loro.

Software per la didattica

I software sono sempre un ottimo strumento didattico e potente mezzo per far comprendere visivamente e in modo operativo quali sono i fenomeni che si stanno studiando. I programmi che si trovano liberamente sulla rete e che quindi possono essere scaricati gratuitamente, sono diversi ma tutti con una stessa struttura dinamica. Questi software sono dei simulatori che utilizzando le leggi della dinamica e in particolar modo la legge di gravitazione universale, restituiscono visivamente i moti di corpi ai quali si possono attribuire diversi parametri, dalla massa alla distanza e anche velocità e direzione. Ho utilizzato i software Gravitorium e Gravity Simulator nella versione Trial, i quali sono di facile utilizzo e hanno una buona grafica.



Inoltre ho utilizzato un foglio di calcolo preferisco perché molto versatile e rapido e con il quale è possibile fare una grande varietà di esercizi anche questi assai utili. Mi piacerebbe utilizzare a fine lezione se ci fosse tempo un software prettamente astronomico (Starry Night Pro) con il quale fare una breve lezione (una o due ore) sul sistema solare e sul cielo notturno.

Materiale ausiliario

È auspicabile l'uso di filmati opportunamente selezionati come ad esempio documentari per introdurre o "accompagnare" la lezione. Ho selezionato due documentari uno della BBC e del National Geographic che introducono la gravitazione universale con

spettacolari e recenti immagini del cosmo, inoltre c'è un filmato del PSSC specificatamente dedicato a questo argomento. Quest'ultimo video spiega in modo originale la legge di gravitazione partendo da considerazioni sperimentali e giungendo poi alla formulazione della legge.

È anche reperibile in rete una puntata della trasmissione televisiva Super Quark dedicata alla storia della gravità: "La lotta contro la gravità". In modo semplice e come sempre esauriente viene percorsa la storia dell'uomo in funzione della gravità, dal quotidiano fino ad arrivare alla teoria della relatività generale.

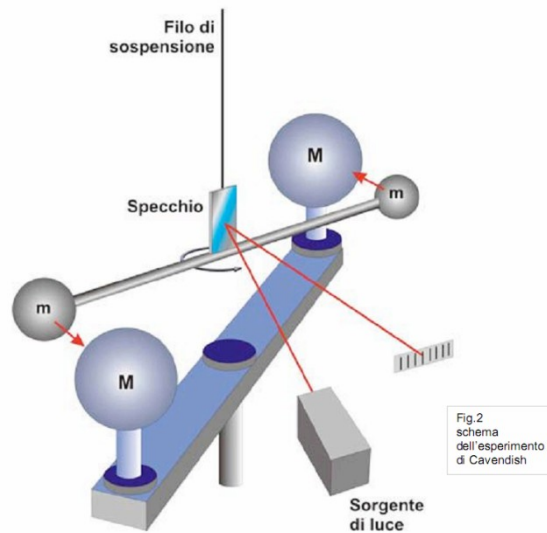
Appendice 1

L'esperimento di Cavendish

Il problema era assai arduo perché si trattava di misurare forze piccolissime, inferiori a un milionesimo di newton, in presenza di una notevole forza di disturbo, quella generata dalla Terra.

Lord Cavendish possedeva tuttavia notevoli doti di sperimentatore e insieme di metrologo, così da riuscire, con gli strumenti e le tecniche del tempo, ad ottenere un valore di G che ben poco si discostava dal valore oggi accettato. L'apparecchiatura usata da Cavendish era costituita da due masse identiche m_1 e m_2 fissate alle estremità di un'asta leggera, a sua volta sospesa nel centro ad un filo dotato di rigidezza torsionale piccola ma nota. Le due masse identiche M_1 e M_2 , poste alle estremità di un braccio rigido in grado di ruotare al centro intorno ad un appoggio fisso, possono essere allontanate ovvero accostate alle masse m_1 e m_2 . Quando le masse sono accostate, si ha una rotazione dell'asta che sostiene le due masse m_1 e m_2 , rotazione il cui valore è tanto maggiore quanto minore è la rigidezza torsionale del filo di sostegno. L'angolo di rotazione viene letto con il classico metodo della leva ottica, cioè con la deflessione di un raggio di luce ad opera di uno specchietto fissato in prossimità del centro dell'asta di sostegno.

Nella figura si vede lo schema sperimentale utilizzato.



Il valore trovato da Cavendish è stato

$$G_{\text{Cavendish}} = (6,75 \pm 0,05) \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

Appendice 2

Tabella Pianeti del sistema solare:

Pianeta	Mercurio	Venere	Marte	Giove	Saturno	Urano	Nettuno
Massa	0,0553	0,815	0,107	317,8	95,2	14,5	17,1
Diametro	0,383	0,949	0,533	11,21	9,45	4,01	3,88
Densità	0,984	0,951	0,713	0,240	0,125	0,230	0,297
Gravità	0,378	0,907	0,377	2,36	0,916	0,889	1,12
Velocità di fuga	0,384	0,926	0,450	5,32	3,17	1,90	2,10
Rotazione	58,8	-244	1,03	0,415	0,445	-0,720	0,673
Giorno	175,9	116,8	1,03	0,414	0,444	0,718	0,671
Distanza dal Sole	0,387	0,723	1,52	5,20	9,58	19,20	30,05
Perielio	0,313	0,731	1,41	5,03	9,20	18,64	30,22
Afelio	0,459	0,716	1,64	5,37	9,96	19,75	29,89
Periodo orbitale	0,241	0,615	1,88	11,9	29,4	83,7	163,7

Velocità orbitale	1,61	1,18	0,810	0,439	0,325	0,229	0,182
Eccentricità	12,3	0,401	5,60	2,93	3,38	2,74	0,677
Satelliti	0	0	2	63	56	27	13

N.B. - Dati posti in relazione a quelli della Terra, considerati pari ad 1 (fonte NASA/NSSDC)

Tabella dati dei pianeti

Pianeta	Mercurio	Venere	Marte	Giove	Saturno	Urano	Nettuno
Massa (10^{24} kg)	0,3302	4,8685	0,64185	1898,6	568,46	86,832	102,43
Volume (10^{10} km ³)	6,083	92,843	16,318	143128	82713	6833	6254
Raggio Equatoriale (km)	2439,7	6051,8	3397	71492	60268	25559	24764
Raggio Polare (km)	2439,7	6051,8	3375	66854	54364	24973	24341
Densità (kg/m ³)	5427	5243	3933	1326	687	1270	1638
Gravità (m/sec ²)	3,70	8,87	3,69	23,12	8,96	8,69	11
Velocità di fuga (km/sec)	4,3	10,36	5,03	59,5	35,5	21,3	23,5
Min Distanza Terra (10^6 km)	77,3	38,2	54,5	588,5	1195,5	2581,9	4305,9
Max Distanza Terra (10^6 km)	221,9	261	401,3	968,1	1658,5	3157,3	4687,3
Max Diametro apparente (")	13	66	25,7	49	20,1	4,1	2,4
Min Diametro apparente (")	4,5	9,7	3,5	29,8	14,5	3,3	2,2
Magnitudine massima	-1,9	-4,6	-2,9	-2,94	0,43	5,32	7,78
Diametro apparente Sole	1°22'	44,3'	21'	6,2'	6,2'	1,7'	1,1'
Semiasse maggiore (10^6 km)	57,91	108,21	227,92	778,57	1433,53	2872,46	4495,06
Periodo orbitale (giorni)	87,969	224,701	686,980	4332,589	10759,22	30685,4	60189

Perielio (10 ⁶ km)	46	107,48	206,62	740,52	1352,55	2741,30	4444,45
Afelio (10 ⁶ km)	69,82	108,94	249,23	816,62	1514,50	3003,62	4545,67
Vel. orbitale media (km/sec)	47,87	35,02	24,13	13,07	9,69	6,81	5,43
Vel. orbitale max (km/sec)	58,98	35,26	26,50	13,72	10,18	7,11	5,50
Vel. orbitale min (km/sec)	38,86	34,79	21,97	12,44	9,09	6,49	5,37
Inclinazione orbitale (°)	7	3,39	1,85	1,304	2,485	0,772	1,769
Eccentricità	0,2056	0,0067	0,0935	0,0489	0,0565	0,0457	0,0113
Periodo rotazione (ore)	1407,6	-5832,5	24,6229	9,9250	10,656	-17,24	16,11
Lunghezza giorno (ore)	4222,6	2802	24,6597	9,9259	10,656	17,24	16,11
Inclinazione asse (°)	0,01	177,36	25,19	3,13	26,73	97,77	28,32
Temperatura (C°)	400/150	480/-30	-23	-150	-180	-210	-220
Pianeta	Mercurio	Venere	Marte	Giove	Saturno	Urano	Nettuno

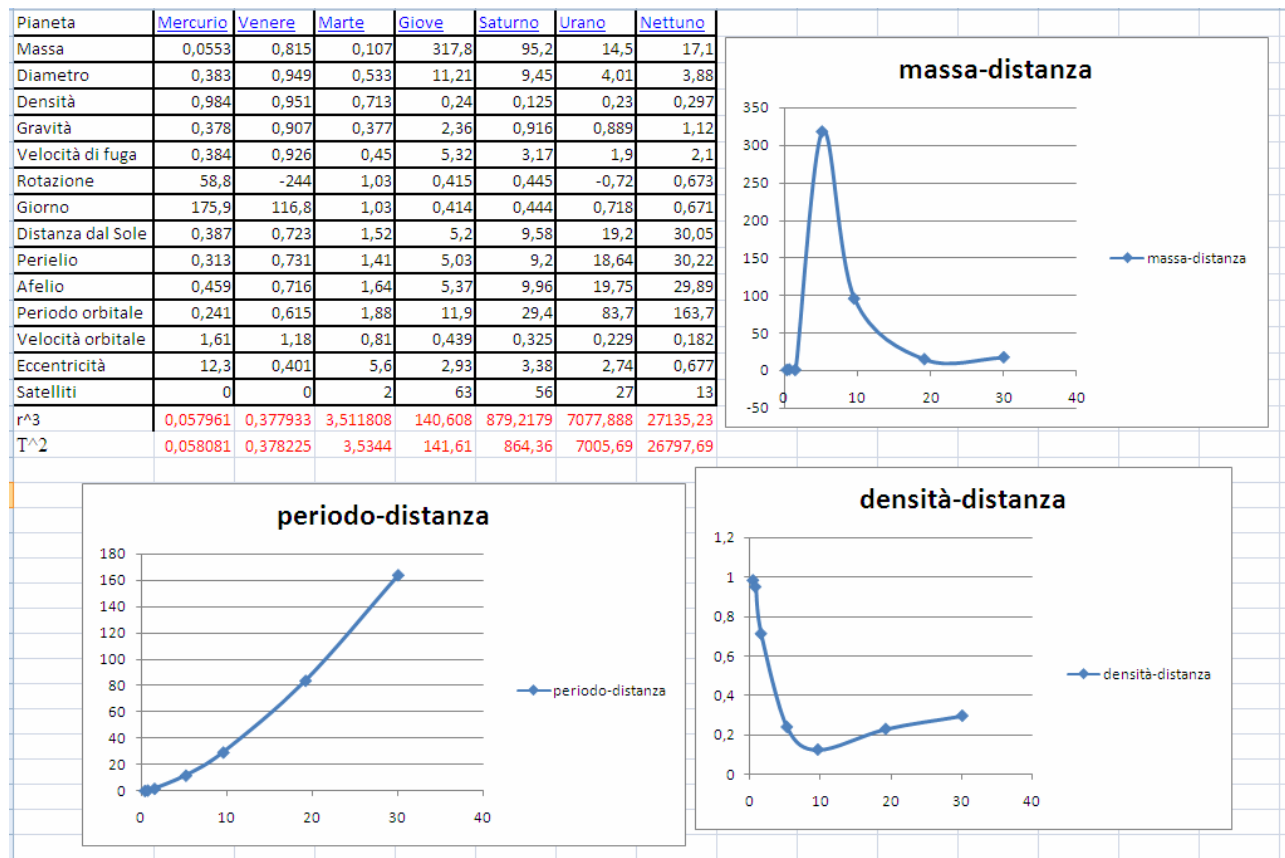
fonte NASA/NSSDC

Tabella dati dei pianeti nani

Pianeta Nano	Diametro (km)	Rotazione (ore)	Per. Orbitale (anni)	Semiasse maggiore (UA)	Eccentricità	Inclinazione orbitale (°)	Satelliti
Ceres	960x932	9	4,6	2,767	0,078	10,58	-
Plutone	2390	-153	247,9	39,48	0,244	17,2	3
Eris	2400	?	556,7	67,7	0,44	44	1

Laboratorio virtuale di fisica.

Cercare delle possibili cross-relations usando i parametri dei pianeti del sistema solare.



Verifica sommativa

La verifica sommativa verterà sugli argomenti trattati con esercizi simili a quelli fatti durante il corso. Verranno valutati tramite una griglia di valutazione appositamente studiata per la verifica. Ad ogni esercizio verrà attribuito un punteggio in base alla difficoltà e alle richieste. Sommando in fine tutti i punteggi si convertirà il totale in votazione decimale. Sarà permesso l'uso di calcolatrici scientifiche e di una tabella riassuntiva con tutti i parametri fisici dei pianeti del sistema solare e di altri oggetti particolari.

Eco un esempio:

Esercizio : *Quale deve essere la velocità²⁸ minima iniziale di un oggetto di massa 1 kg affinché possa sfuggire all'attrazione gravitazionale della Terra ed essere catturata da quella della Luna?*

Bibliografia e Sitografia²⁹

Parte della teoria e spunti

“ Fisica 1 ” Hallyday, Resnick, Krane casa Ed Ambrosiana 4° edizione 1993 Milano

“ il mondo della fisica ” Ugo Amaldi casa Ed. Zanichelli 1991

²⁸ La velocità che si sta cercando è chiamata velocità di fuga ed è appunto la minima velocità iniziale che un corpo deve avere per allontanarsi da un pianeta o una stella o qualsiasi altro oggetto dotato di massa.

²⁹ I dati presi dai siti citati sono stati confrontati con alcuni testi scolastici.

“ Dispense di astrofisica e cosmologia ” Del Monaco

Dati su pianeti e Sole

http://it.wikipedia.org/wiki/Sistema_solare

“ Fisica 1 ” Hallyday, Resnick, Krane casa Ed Ambrosiana 4° edizione 1993 Milano

Spunti didattici

Filmato “PSSC : la legge di gravitazione universale”

Dati sistema solare

<http://www.astrosurf.com/cosmoweb/sistemasolare/pianeti/tabella.html> NASA

This document was created with Win2PDF available at <http://www.win2pdf.com>.
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.
This page will not be added after purchasing Win2PDF.