



Lezione 4

Il significato delle parole logiche/2

Regole di eliminazione

CONGIUNZIONE (il simbolo " $\wedge$ " denota la congiunzione "e")

E' vero che $P \wedge Q$

E' vero che P

E' falso che $P \wedge Q$

E' vero che P

E' falso che Q

E' vero che $P \wedge Q$

E' vero che Q

E' falso che $P \wedge Q$

E' vero che Q

E' falso che P

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

51

Regole di eliminazione

DISGIUNZIONE (il simbolo " $\vee$ " denota la disgiunzione "oppure")

E' falso che $P \vee Q$

E' falso che P

E' vero che $P \vee Q$

E' falso che P

E' vero che Q

E' falso che $P \vee Q$

E' falso che Q

E' vero che $P \vee Q$

E' falso che Q

E' vero che P

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

52

Regole di eliminazione

NEGAZIONE (il simbolo " $\neg$ " denota la negazione "non")

E' vero che $\neg P$

E' falso che P

E' falso che $\neg P$

E' vero che P

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

53

Un'altra teoria del significato

La teoria consequenzialista non è la sola teoria possibile riguardo al significato delle parole logiche. Un'altra teoria ben nota è la teoria **vero-condizionale**, secondo cui il significato di una parola logica è identificato dalle **condizioni**, invece che dalle conseguenze, della verità o della falsità di una proposizione che contiene quella parola logica.

Non ci chiediamo più che cosa deve accadere **se** una proposizione della forma logica appropriata è vera o falsa, ma piuttosto che cosa deve accadere **perché** una proposizione del genere sia vera o falsa.

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

54

Condizioni di verità per la congiunzione

Consideriamo, ad esempio, la parola logica "e". Dobbiamo chiederci, in primo luogo, in quali condizioni una proposizione della forma " $P \wedge Q$ " è vera. Questa domanda ci conduce immediatamente alla seguente regola:

E' vero che P

E' vero che Q

E' vero che $P \wedge Q$

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

55

Condizioni di falsità per la congiunzione

In secondo luogo, dobbiamo chiederci in quali condizioni " $P \wedge Q$ " risulta falsa. Dato che se una congiunzione è vera devono essere veri entrambi i congiunti, la falsità di uno qualunque di essi implica la falsità dell'intera congiunzione.

E' falso che P

E' falso che Q

E' falso che $P \wedge Q$

E' falso che $P \wedge Q$

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

56

Condizioni di verità per la disgiunzione

Vediamo ora come si comporta la disgiunzione. In quali condizioni è vera una proposizione della forma " $P \vee Q$ "? Di nuovo la risposta è ovvia:

E' vero che P

E' vero che Q

E' vero che $P \vee Q$

E' vero che $P \vee Q$

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

57

Condizioni di falsità per la disgiunzione

Chiediamoci poi in quali condizioni una proposizione della forma " $P \vee Q$ " risulta falsa. Una breve riflessione ci conduce alla regola seguente:

E' falso che P

E' falso che Q

E' falso che $P \vee Q$

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

58

Condizioni di verità e falsità per la negazione

Le seguenti regole, infine, determinano le condizioni della verità e della falsità di proposizioni della forma " $\neg P$ ":

E' vero che P

E' falso che P

E' falso che $\neg P$

E' vero che $\neg P$

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

59

Regole di eliminazione vs. regole di introduzione

OSSERVAZIONE: mentre nelle regole basate sulla teoria consequenzialista la proposizione contenente la parola logica costituisce una delle **premesse**, in quelle basate sulla teoria vero-condizionale, essa costituisce la **conclusione**.

Le regole basate sulla teoria consequenzialista le chiamiamo **regole di eliminazione**, mentre quelle basate sulla teoria vero-condizionale le chiamiamo **regole di introduzione**. Infatti mentre nelle regole di eliminazione la parola logica in questione viene "eliminata" (compare in una delle premesse e non compare più nella conclusione), nelle regole di introduzione essa viene "introdotta" (non compare nelle premesse e compare nella conclusione).

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

60

Esercizi riassuntivi/10

esercizio 17 Cercate di dare regole di significato che siano in accordo con la teoria vero-condizionale per "né ... né ---" e per l'"oppure" esclusivo.

esercizio 18 Considerate l'esercizio 3 sopra. Le regole vero-condizionali per "e" sono in accordo con il significato "temporale" della congiunzione? In caso contrario, quali regole devono essere respinte?

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

61

Regole di introduzione

CONGIUNZIONE

E' vero che P

E' vero che Q

E' vero che $P \wedge Q$

E' falso che P

E' falso che Q

E' falso che $P \wedge Q$

E' falso che $P \wedge Q$

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

62

Regole di introduzione

DISGIUNZIONE

E' vero che P

E' vero che Q

E' vero che $P \vee Q$

E' vero che $P \vee Q$

E' falso che P

E' falso che Q

E' falso che $P \vee Q$

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

63

Regole di introduzione

NEGAZIONE

E' vero che P

E' falso che P

E' falso che $\neg P$

E' vero che $\neg P$

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

64

Lezione 5

Il problema della piccionaia/1

La piccionaia

Abbiamo una piccionaia con cinque cellette e tre piccioni chiamati "Duke", "Mike" e "Tina". Ciascuna celletta può ospitare al massimo un piccione e le cellette sono disposte come nella figura qui sotto:

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

Il nostro problema è quello di scoprire quale celletta è occupata da quale piccione in un dato momento, ma spesso non siamo in grado di osservare la piccionaia direttamente. Tuttavia, possiamo ottenere informazioni su di essa e possiamo cercare di inferire da queste informazioni la posizioni dei piccioni. Chiameremo questo problema il **problema della piccionaia**. Per **mondo possibile** relativamente al problema della piccionaia intendiamo una descrizione che specifichi quale celletta viene occupata da quale piccione (se è occupata).

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

66

Mondi possibili

Se rappresentiamo Duke con "d", Mike with "m" e Tina with "t", uno di questi mondi possibili è rappresentato nella figura qui sotto:

1	2	3	4	5
d	m			t

Questo è il mondo possibile in cui Duke occupa la celletta n.1, Mike la celletta n. 2 e Tina la celletta n. 5.

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

67

Informazioni di sfondo

Certe informazioni relative alla piccionaia cambiano nel tempo perché i piccioni possono occupare cellette differenti in momenti diversi. Tuttavia vi sono informazioni che non cambiano nel tempo perché sono, per così dire, "strutturali" e le chiameremo **informazioni di sfondo** relative al problema della piccionaia.

INFORMAZIONE DI SFONDO N. 1: E' impossibile che due o più piccioni occupino la stessa celletta (si tratta di cellette "singole").

INFORMAZIONE DI SFONDO N. 2: E' impossibile che uno stesso piccione occupi più di una celletta nello stesso momento.

Queste informazioni di sfondo devono valere in **tutti** i mondi possibili relativi al problema della piccionaia.

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

68

Esercizi riassuntivi/11

esercizio 19 Se assumiamo che ciascun piccione occupi una celletta, quanti sono i "mondi possibili" per il problema della piccionaia?

esercizio 20 E quanti sono se non facciamo questa assunzione?

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

69

Il linguaggio della piccionaia/1

Tutte le informazioni di cui abbiamo bisogno per risolvere un dato esempio del problema della piccionaia possono essere codificate in un linguaggio molto semplice che chiameremo **il linguaggio della piccionaia** o, in breve, LP.

In LP abbiamo bisogno di un insieme di proposizioni "semplici" che ci consentano di asserire che un dato piccione occupa una data celletta, per esempio "Tina occupa la celletta n. 3", "Mike occupa la celletta n. 1", e così via.

Queste proposizioni vengono dette **proposizioni elementari** (o anche **proposizioni atomiche**).

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

70

Il linguaggio della piccionaia/2

Esse possono essere ottenute a partire dal seguente schema:

(*) --- occupa la celletta n. ...

riempiendo i due spazi vuoti rappresentati dai trattini e dai punti rispettivamente con il **nome** di un piccione e con il **nome** di una celletta.

Un'espressione come (*), che differisce da una proposizione ordinaria per il fatto di avere spazi vuoti nelle posizioni usualmente occupate da nomi, viene detta una **proposizione aperta**.

Una proposizione aperta si trasforma in una proposizione ordinaria riempiendo i suoi spazi vuoti con nomi appropriati. Per questo una proposizione ordinaria viene anche detta una **proposizione chiusa**.

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

71

Il linguaggio della piccionaia/3

Possiamo abbreviare (*) scrivendo:

(**) $O(---, \dots)$,

e in nomi dei piccioni con le loro iniziali scritte in lettere minuscole.

Allora tutte le proposizioni elementari possono essere scritte nella forma:

(***) $O(a, n)$,

dove "a" sta per l'abbreviazione del nome di uno dei piccioni, e "n" sta per uno dei numerali "1", "2", "3", "4" e "5".

Così, per esempio, "O(t,3)" abbrevia "Tina occupa la celletta n. 3" e "O(m,1)" abbrevia "Mike occupa la celletta n. 1".

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

72

Il linguaggio della piccionaia/4

A questo punto ci servono le parole logiche booleane per combinare queste proposizioni elementari fra loro in modo da formare proposizioni più complesse e rappresentare informazioni come:

- 1) o Mike occupa la celletta n. 1 oppure Duke occupa la celletta n. 1
- 2) Tina non occupa la celletta n. 3
- 3) Duke occupa la celletta n. 3 e Mike la celletta n. 4

e così via.

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

73

Il linguaggio della piccionaia/5

Data una congiunzione "P e Q" chiameremo "P" il suo **primo congiunto** (o congiunto di sinistra) e "Q" il suo **secondo congiunto** (o congiunto di destra).

Data una disgiunzione "P oppure Q" chiameremo "P" il suo **primo disgiunto** (o disgiunto di sinistra) e Q il suo **secondo disgiunto** (o disgiunto di destra).

Questo processo di combinazione può naturalmente essere reiterato, così LP conterrà alla fine proposizioni di complessità arbitraria.

Per esempio la proposizione che risulta da (1) e (2) combinandole con "e" appartiene a LP.

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

74

Disambiguazione/1

La possibilità di reiterare il processo di combinazione delle proposizioni mediante le parole logiche ci costringe a introdurre un dispositivo per disambiguare le proposizioni.

Consideriamo la combinazione di (1) e (2) per mezzo di "e":

(4) o Mike occupa la celletta n. 1 o Duke occupa la celletta n. 1 e Tina non occupa la celletta n. 3.

Questa proposizione può essere letta in due modi diversi:

(4.1) o Mike occupa la celletta n. 1, o Duke occupa la celletta n. 1 e Tina non occupa la celletta n. 3,

(4.2) o Mike occupa la celletta n. 1 o Duke occupa la celletta n. 1, e Tina non occupa la celletta n. 3,

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

75

Disambiguazione/2

La (4.1) e la (4.2) non hanno affatto lo stesso significato.

Considerate un "mondo possibile", chiamiamolo **w**, in cui:

- (5.1) Mike occupa la celletta n. 1
- (5.2) Duke occupa la celletta n. 5
- (5.3) Tina occupa la celletta n. 3.

In **w** (4.1) è vera perché è una disgiunzione il cui primo disgiunto è vero, ma (4.2) è falsa perché è una congiunzione il cui secondo disgiunto è falso.

Ci sono altri mondi possibili in cui la (4.1) è vera e la (4.2) è falsa?

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

76

Disambiguazione/3

Dunque è essenziale distinguere fra i due possibili modi di leggere la (4). A questo scopo dobbiamo estendere LP mediante qualche dispositivo che svolga lo stesso ruolo della virgola in Italiano, cioè il ruolo di indicare in che modo devono essere raggruppate le varie parti di una proposizione complessa. Uno dei dispositivi più diffusi, e probabilmente il migliore, è costituito dalle due parentesi "(" e ")".

Ricapitolando, LP deve includere tre categorie di espressioni:

- 1) un insieme (finito) di proposizioni elementari
- 2) le parole booleane, " $\wedge$ ", " $\vee$ ", e " $\neg$ "
- 3) le due parentesi, "(" e ")".

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

77

Proposizioni chiuse di LP/1

Le proposizioni chiuse di LP saranno:

- 1) le proposizioni elementari
- 2) per ciascuna proposizione P di LP, la proposizione $\neg P$, e
- 3) per ciascuna coppia di proposizioni P e Q di LP, sia " $(P \wedge Q)$ " sia " $(P \vee Q)$ ".

Nessun'altra proposizione è una proposizione di LP.

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

78

Proposizioni chiuse di LP/2

Così:

(4) Mike occupa la cell. n. 1 $\vee$ Duke occupa la cell. n. 1 $\wedge \neg$ Tina occupa la cell. n. 3.

non è una proposizione di LP, mentre lo sono sia:

(4.1*) (Mike occupa la cell. n. 1 $\vee$ (Duke occupa la cell. n. 1 $\wedge \neg$ Tina occupa la cell. n. 3))

e

(4.2*) ((Mike occupa la cell. n. 1 $\vee$ Duke occupa la cell. n. 1) $\wedge \neg$ Tina occupa la cell. n. 3)

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

79

Esempio 1/1

Informazioni date

1. E' falso che né Duke né Mike occupino la celletta n.1
2. o Duke non occupa la celletta n. 1 oppure Mike occupa la celletta n. 4
3. Mike non occupa la celletta n. 4

Qual è la celletta occupata da Duke?

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

80

Esempio 1/2

In primo luogo traduciamo le nostre informazioni iniziali in LP:

- 1* $F (\neg O(d,1) \wedge \neg O(m,1))$
- 2* $V O(d,1) \vee O(m,4)$
- 3* $F O(m,4).$

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

81

Esempio 1/3

Poi, tenendo in mente le nostre regole, guardiamo alle premesse e notiamo che 2* e 3* esemplificano le premesse di una delle nostre E-regole:

$V P \vee Q$
 $F Q$
----- EV $\vee$ 2
 $V P$

Eseguite le sostituzioni $P = "\neg O(d,1)"$ and $Q = "O(m,4)"$. Allora la regola EV $\vee$ 2 giustifica l'inferenza della **proposizione segnata** che corrisponde a $V P$, i.e. " $V \neg O(d,1)$ ".

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

82

Esempio 1/4

Così scriviamo questa proposizione immediatamente sotto le nostre premesse (Informazioni Ricevute) aggiungendo alla sua destra la sua **giustificazione** (il nome della regola applicata seguito, fra parentesi, dal numero delle proposizioni alla quale è stata applicata):

- 1* $F (\neg O(d,1) \wedge \neg O(m,1))$ (IR)
- 2* $V \neg O(d,1) \vee O(m,4)$ (IR)
- 3* $F O(m,4)$ (IR)
-
- 4 $V \neg O(d,1)$ EV $\vee$ 2 (2,3).

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

83

Esempio 1/5

Osserviamo poi che le proposizioni 1* e 4 esemplificano le premesse di un'altra delle nostre E-regole:

$F (P \wedge Q)$
 $V P$
----- EF $\wedge$ 1
 $F Q.$

Eseguite le sostituzioni $P = "\neg O(d,1)"$ and $Q = "\neg O(m,1)"$. La nostra regola allora giustifica l'inferenza della proposizione segnata corrispondente a FQ : " $F \neg O(m,1)$ ".

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

84

Esempio 1/6

Così aggiungiamo questa nuova conclusione come quinta riga della nostra deduzione:

- 1* $F (\neg O(d,1) \wedge \neg O(m,1))$ (IR)
- 2* $V \neg O(d,1) \vee O(m,4)$ (IR)
- 3* $F O(m,4)$ (IR)
-
- 4 $V \neg O(d,1)$ EV $\vee$ 2 (2*,3*)
- 5 $F \neg O(m,1)$ EF $\wedge$ 1 (1*,4)

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

85

Esempio 1/7

Osserviamo infine che la 5 esemplifica la premessa di un'altra delle nostre E-regole:

$F \rightarrow P$
 ----- $EF \neg$
 $V P$

Eseguite la sostituzione $P = "O(m,1)"$. La nostra regola giustifica allora l'inferenza della proposizione segnata corrispondente a P , cioè: " $O(m,1)$ ". Questa inferenza conclusiva fornisce una risposta alla nostra domanda di partenza.

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

86

Esempio 1/8

Completiamo la nostra deduzione aggiungendo questa proposizione come sesta e ultima riga:

1* $F (\neg O(d,1) \wedge \neg O(m,1))$ (IR)
 2* $V \neg O(d,1) \vee O(m,4)$ (IR)
 3* $F O(m,4)$ (IR)

 4 $V \neg O(d,1)$ $EV\vee 2 (2^*, 3^*)$
 5 $F \neg O(m,1)$ $EF\wedge 1 (1^*, 4)$
 6 $V O(m,1)$ $EF \neg (5)$

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

87

Esempio 1/9

La deduzione di $V O(m,1)$ da 1*-3* dimostra che l'inferenza corrispondente

$F (\neg O(d,1) \wedge \neg O(m,1))$
 $V \neg O(d,1) \vee O(m,4)$
 $F O(m,4)$

$V O(m,1)$

è un'inferenza corretta.

Le nostre regole ci hanno dunque consentito di stabilire la correttezza di questa inferenza riducendola a una successione di inferenze più semplici la cui correttezza è immediatamente ovvia.

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

88

Esempio 1/10

Osservate che le informazioni 1*-3* non ci consentono di determinare quali cellette sono occupate dagli altri piccioni. Questo vuol dire che nessuna inferenza che ha come premesse 1*-3* e come conclusione una proposizione che assegna una celletta a Duke o a Tina è corretta. Per esempio:

Inferenza: $F (\neg O(d,1) \wedge \neg O(m,1))$
 $V \neg O(d,1) \vee O(m,4)$
 $F O(m,4)$

 $V O(d,3)$

Controesempio:

m				d
---	--	--	--	---

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

89

Esempio 1/11

Osservate che lo stesso stato della piccionaia

m				d
---	--	--	--	---

costituisce un controesempio anche alla seguente inferenza:

$F (\neg O(d,1) \wedge \neg O(m,1))$
 $V \neg O(d,1) \vee O(m,4)$
 $F O(m,4)$

 $V O(d,4)$

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

90

Lezione 6

Il problema della piccionaia/2

Esempio 2/1

I dati sono:

1. È vero che mike occupa la 1 e duke la 5
2. E' falso che duke occupa la 5 e tina non occupa la 3.

che tradotti in LP diventano:

- 1*. $\forall O(m,1) \wedge O(d,5)$
- 2*. $\neg O(d,5) \wedge \neg O(t,3)$

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

92

Esempio 2/2

Osserviamo che eseguendo le sostituzioni $P = "O(m,1)"$ e $Q = "O(d,5)"$, 1* esemplifica la premessa delle seguenti due regole:

$\forall P \wedge Q$
----- $EV \wedge 1$
 P

$\forall P \wedge Q$
----- $EV \wedge 2$
 Q

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

93

Esempio 2/3

Applichiamo $EV \wedge 2$ inferendo la proposizione corrispondente a Q : " $O(d,5)$ " e scrivendola immediatamente sotto le nostre premesse con la sua giustificazione:

- | | |
|-------------------------------------|---------------------|
| 1* $\forall O(m,1) \wedge O(d,5)$ | (IR) |
| 2* $\neg O(d,5) \wedge \neg O(t,3)$ | (IR) |
| ----- | |
| 3 $\forall O(d,5)$ | $EV \wedge 2$ (1*). |

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

94

Esempio 2/4

Ora abbiamo due proposizioni che esemplificano le premesse della regola $EF \wedge 1$:

$F(P \wedge Q)$
 $\forall P$
----- $EF \wedge 1$
 $F Q$.

Eseguendo le sostituzioni: $P = "O(d,5)"$ e $Q = "\neg O(t,3)"$ possiamo inferire la proposizione corrispondente a $F Q$: " $\neg O(t,3)$ ".

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

95

Esempio 2/5

Otteniamo così la seguente deduzione:

- | | |
|-------------------------------------|-----------------------|
| 1* $\forall O(m,1) \wedge O(d,5)$ | (IR) |
| 2* $\neg O(d,5) \wedge \neg O(t,3)$ | (IR) |
| ----- | |
| 3 $\forall O(d,5)$ | $EV \wedge 2$ (1*). |
| 4 $\neg O(t,3)$ | $EF \wedge 1$ (2*, 3) |

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

96

Esempio 2/6

A questo stadio un'applicazione della regola $EF \rightarrow$ a " $\neg O(t,3)$ " ci consente di ottenere l'informazione che stiamo cercando: " $O(t,3)$ ".

- | | |
|-------------------------------------|-----------------------|
| 1* $\forall O(m,1) \wedge O(d,5)$ | (IR) |
| 2* $\neg O(d,5) \wedge \neg O(t,3)$ | (IR) |
| ----- | |
| 3 $\forall O(d,5)$ | $EV \wedge 2$ (1*). |
| 4 $\neg O(t,3)$ | $EF \wedge 1$ (2*, 3) |
| 5 $\forall O(t,3)$ | $EF \rightarrow$ (4) |

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

97

Esempio 2/7

Così la correttezza dell'inferenza a sinistra è giustificata dalla deduzione a destra:

$V O(m,1) \wedge O(d,5)$	$1^* V O(m,1) \wedge O(d,5) \text{ (IR)}$
$F O(d,5) \wedge \neg O(t,3)$	$2^* F O(d,5) \wedge \neg O(t,3) \text{ (IR)}$

$V O(t,3)$	$3 V O(d,5) \text{ EV}\wedge 2 (1^*)$
	$4 F \neg O(t,3) \text{ EF}\wedge 1 (2^*, 3)$
	$5 V O(t,3) \text{ EF} \neg (4)$

A differenza delle informazioni dell'esempio 1, quelle di questo esempio ci consentono di determinare la posizione di ciascun piccione. Sono vere **esattamente in un mondo possibile**.

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

98

Proposizioni non segnate

Possiamo fare a meno dei segni V e F e scrivere:

P in luogo di V P, e

$\neg P$ in luogo di F P

Per cui, per esempio, la regola EV $\vee$ 1 diventa:

$P \vee Q$

$\neg P$

Q

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

99

E-Regole non segnate

$P \wedge Q$	$P \wedge Q$	$\neg(P \wedge Q)$	$\neg(P \wedge Q)$
-----	-----	-----	-----
P	Q	$\neg Q$	$\neg P$
		-----	-----
$P \wedge Q$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \vee Q$
-----	-----	-----	-----
P	Q	$\neg P$	$\neg Q$
		-----	-----
$\neg \neg P$		Q	P

P			

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

100

I-regole non segnate

P	$\neg P$	$\neg Q$
Q	-----	-----
-----	$\neg(P \wedge Q)$	$\neg(P \wedge Q)$
$P \wedge Q$		
$\neg P$	P	P
$\neg Q$	-----	-----
-----	$P \vee Q$	$P \vee Q$
$\neg(P \vee Q)$		
P		

$\neg \neg P$		

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

101

Esempio 3/1

Informazioni iniziali:

- 1 O duke o mike occupano la celletta n. 1
- 2 Non è vero che mike occupa la 1 e tina non occupa la 3
- 3 Tina occupa la 5

Che, tradotte in LP, diventano:

- $1^* O(d,1) \vee O(m,1)$
- $2^* \neg(O(m,1) \wedge \neg O(t,3))$
- $3^* O(t,5)$

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

102

Esempio 3/2

Conosciamo già la posizione di tina. Vediamo di determinare quella di duke. Dalla

$3 O(t,5)$

e dall'Informazione di Sfondo

IS $\neg(O(t,5) \wedge O(t,3))$

Inferiamo che

$\neg O(t,3)$ x la regola EF $\wedge 1$

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

103

Esempio 3/3

Aggiungiamo l'IS rilevante e la conclusione che abbiamo ottenuto alla nostra deduzione:

1*	$O(d,1) \vee O(m,1)$	(IR)
2*	$\neg(O(m,1) \wedge \neg O(t,3))$	(IR)
3*	$O(t,5)$	(IR)

4	$\neg(O(t,5) \wedge O(t,3))$	(IS)
5	$\neg O(t,3)$	EF $\wedge 1$ (4,5)

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

104

Esempio 3/4

Segue poi da

5 $\neg O(t,3)$ e da
2* $\neg(O(m,1) \wedge \neg O(t,3))$

che

$\neg O(m,1)$ x la regola EF $\neg 2$

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

105

Esempio 3/5

Per cui la nostra deduzione diventa:

1*	$O(d,1) \vee O(m,1)$	(IR)
2*	$\neg(O(m,1) \wedge \neg O(t,3))$	(IR)
3*	$O(t,5)$	(IR)

4	$\neg(O(t,5) \wedge O(t,3))$	(IS)
5	$\neg O(t,3)$	EF $\wedge 1$ (4,5)
6	$\neg O(m,1)$	EF $\wedge 2$ (2*,5)

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

106

Esempio 3/6

Infine segue da " $\neg O(m,1)$ " e dalla 1*, " $O(d,1) \vee O(m,1)$ ", per la regola EV $\vee 2$, che duke occupa la celletta numero 1:

1*	$O(d,1) \vee O(m,1)$	(IR)
2*	$\neg(O(m,1) \wedge \neg O(t,3))$	(IR)
3*	$O(t,5)$	(IR)

4	$\neg(O(t,5) \wedge O(t,3))$	(IS)
5	$\neg O(t,3)$	EF $\wedge 1$ (4,5)
6	$\neg O(m,1)$	EF $\wedge 2$ (2*,5)
7	$O(d,1)$	EV $\vee 2$ (1*,6)

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

107

Esempio 3/7

Dalle nostre informazioni siamo in grado di stabilire la posizione di duke e di tina (questa faceva parte delle informazioni iniziali), ma non siamo in grado di stabilire la posizione di mike.

Infatti, qualunque inferenza che abbia come premesse le 1*-3* e come conclusione una proposizione che asserisce che mike si trova in una certa posizione, ammette un controesempio.

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

108

Esempio 3/8

Considerate, per esempio, l'inferenza

1* $O(d,1) \vee O(m,1)$
2* $\neg(O(m,1) \wedge \neg O(t,3))$
3* $O(t,5)$

 $O(m,4)$

Un controesempio è dato dal seguente stato della piccionaia:

d	m			t
---	---	--	--	---

25/05/2005

Facoltà di Lettere e Filosofia
Università di Ferrara

109