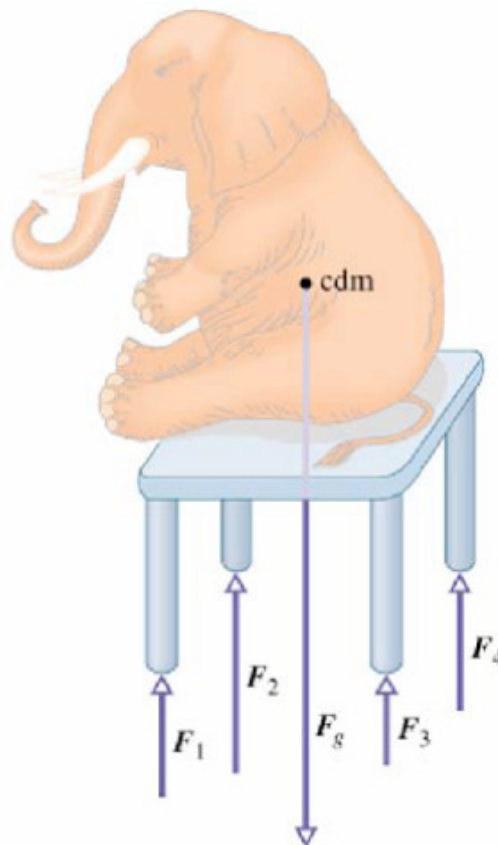


## STRUTTURE INDETERMINATE

Tutti i problemi visti sono stati risolti con tre equazioni indipendenti: due derivate dalla condizione di equilibrio per le forze ed una per il momento: ma se nel problema della scala avessimo ammesse l'attrito tra scala e muro diverso dall'attrito tra scala e pavimento, avremmo avuto un condizione in più, ed il problema sarebbe stato indeterminato.



Questo tavolo rappresenta una struttura indeterminata. Le 4 forze che agiscono sulle gambe sono di intensità differenti e non possono essere calcolate con le sole leggi dell'equilibrio statico.

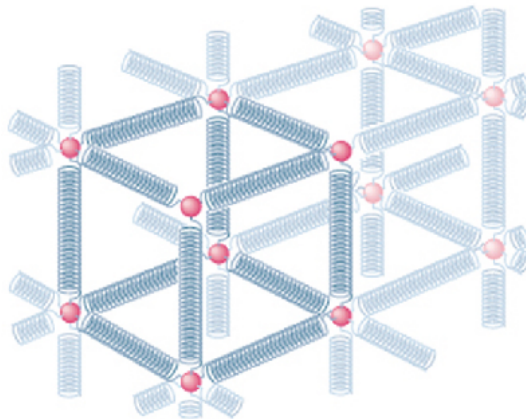
Fino ad ora abbiamo implicitamente ammesso che tutti i corpi siano rigidi, e cioè che non si deformino sotto uno sforzo.

In realtà i corpi si deformano sotto sforzo:

In questo contesto è importante il concetto di elasticità: un corpo "rigido" si deforma, ma poi riacquista in certe condizioni la sua forma.

Il problema cui accenniamo ora sarà argomento del Corso di Scienza delle Costruzioni.

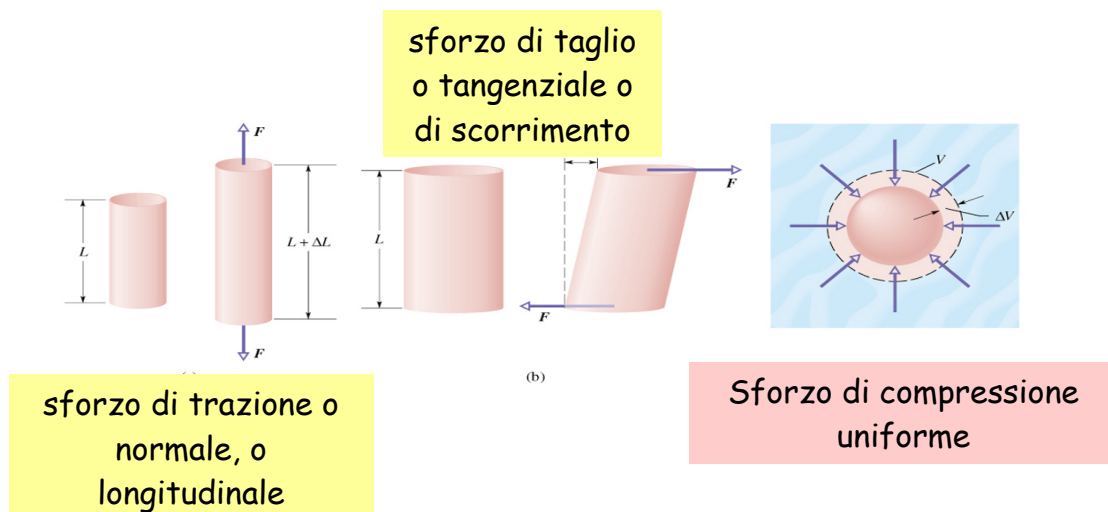
## CENNI ALL'ELASTICITA' DEI CORPI



Gli atomi di un **solido metallico** sono distribuiti secondo un reticolo tridimensionale ripetitivo. Le molle rappresentano le forze interatomiche. Il reticolo è rigido, cioè le "molle" sono molto poco deformabili. Tutti i corpi rigidi sono **elastici**: possiamo deformare le loro dimensioni entro certi limiti.

Si definisce **sforzo** una forza deformante per unità di superficie che produce una deformazione. Sforzo e deformazione sono tra loro proporzionali. La costante di proporzionalità è il **MODULO di ELASTICITA'**

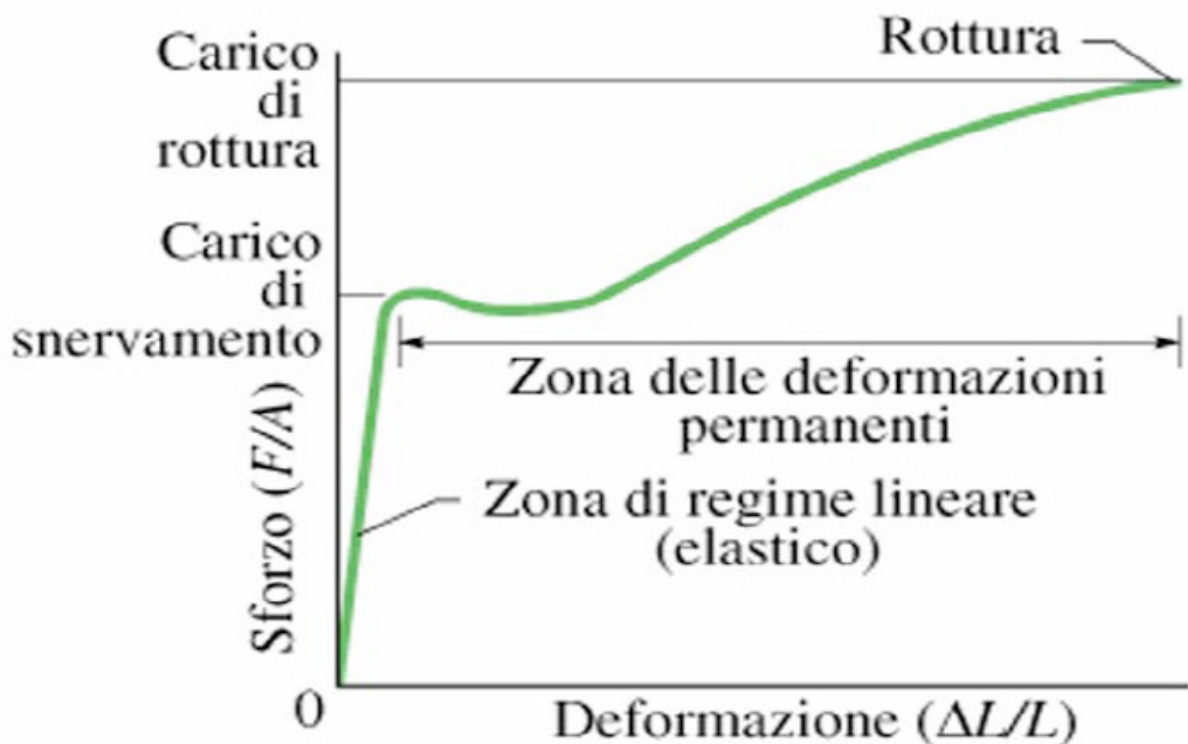
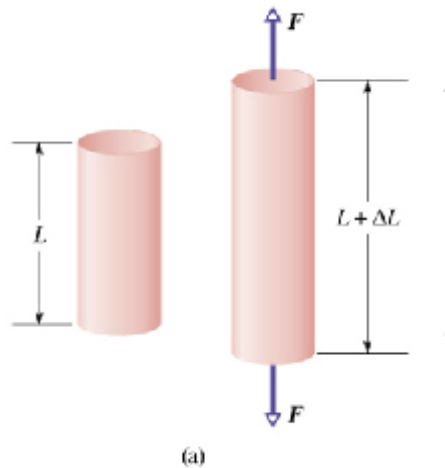
In generale esistono tre possibili stati di sforzo:



## CURVA SFORZO-DEFORMAZIONE

In una prova standard delle proprietà elastiche lo sforzo normale su una barretta cilindrica, per esempio, viene aumentato lentamente da zero fino al valore per il quale il cilindro si strappa. La deformazione (l'allungamento, per esempio) viene misurata con precisione.

Si misura la deformazione relativa:  
 $\Delta L/L$

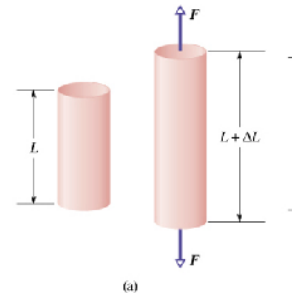


## TIPI DI SFORZO

### Trazione.

**Sforzo di Trazione:** intensità della forza diviso la superficie sulla quale si esercita **perpendicolarmente**:  
 $\sigma = F/A$

La **deformazione** è un numero puro (che si può esprimere anche in %):  $\Delta L/L$ .

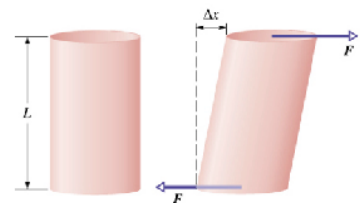


$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta L}{L}$$

**E = modulo di Young o modulo di allungamento**

### Taglio

**Sforzo di Taglio:** intensità della forza diviso la superficie sulla quale si esercita **parallelamente**.



La **deformazione** è un numero puro (che si può esprimere anche in %):  $\Delta x/L$ .

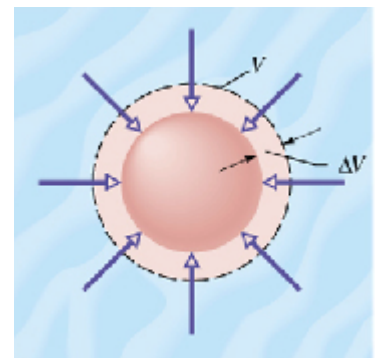
$$\frac{F}{A} = G \frac{\Delta x}{L}$$

**G = modulo di taglio o scorrimento**

### Compressione

Lo sforzo ha lo stesso valore della pressione  $p$  esercitata dal fluido sull'oggetto: quindi ancora una forza diviso una superficie:  
 $p = \frac{F}{A}$

La deformazione relativa o percentuale :  $\frac{\Delta V}{V}$



$$p = \frac{F}{A} = B \frac{\Delta V}{V}$$

**B=modulo di comprimibilità o compressibilità**

## ALCUNI DATI

Alcune proprietà elastiche di materiali interessanti per l'ingegneria

| Materiale                 | Qualche dato                                     |                                                               |                                                                   |                                                                       |
|---------------------------|--------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
|                           | Massa<br>volumica $\rho$<br>(kg/m <sup>3</sup> ) | Modulo<br>di Young $E$<br>(10 <sup>9</sup> N/m <sup>2</sup> ) | Limite di<br>rottura $S_r$<br>(10 <sup>6</sup> N/m <sup>2</sup> ) | Limite di<br>snervamento $S_s$<br>(10 <sup>6</sup> N/m <sup>2</sup> ) |
| Acciaio <sup>a</sup>      | 7860                                             | 200                                                           | 400                                                               | 250                                                                   |
| Alluminio                 | 2710                                             | 70                                                            | 110                                                               | 95                                                                    |
| Vetro                     | 2190                                             | 65                                                            | 50 <sup>b</sup>                                                   | —                                                                     |
| Calcestruzzo <sup>c</sup> | 2320                                             | 30                                                            | 40 <sup>b</sup>                                                   | —                                                                     |
| Legno <sup>d</sup>        | 525                                              | 13                                                            | 50 <sup>b</sup>                                                   | —                                                                     |
| Osso                      | 1900                                             | 9 <sup>b</sup>                                                | 170 <sup>b</sup>                                                  | —                                                                     |
| Polistirene               | 1050                                             | 3                                                             | 48                                                                | —                                                                     |

<sup>a</sup> Acciaio da costruzione (ASTM A36).

<sup>b</sup> In compressione.

<sup>c</sup> Ad alta resistenza.

<sup>d</sup> Abete standard dell'America nordoccidentale.

### Modulo di comprimibilità

Acqua  $2,2 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$

Acciaio  $16,0 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$