CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE I

Si occupa di dare un descrizione quantitativa degli aspetti geometrici e temporali del moto indipendentemente dalle cause che lo producono.

- Il moto di un punto risulta completamente determinato quando se ne conoscono:
    - Legge oraria del moto P = P(t)
    - Traiettoria:
        - Curva che rappresenta il luogo dei punti descritti dal punto materiale: y= y(x)

- Il compito della cinematica consiste nel determinare le espressioni del vettore velocità, vettore accelerazione, forma della traiettoria.

Descrizione cartesiana del moto

- Caso unidimensionale (lineare)
    - Moto di un punto su una retta

- *Vettore posizione* $\mathbf{x}$
    - individua la posizione di un punto sulla traiettoria (retta)
- *Vettore spostamento* $\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x}_f - \mathbf{x}_i$
    - individua lo spostamento di un punto tra due istanti t_1 e t_2.

- *Vettore velocità*
    - *Velocità media* $\mathbf{v}_m = \Delta\mathbf{x}/\Delta t$
        - *Pendenza della curva x-t*
    - *Velocità istantanea* $\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta\mathbf{x}/\Delta t = d/dt\ x$
        - *Tangente della curva x-t*

- *Vettore accelerazione*
    - $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2$ variazione di velocita' tra due istanti t_1 e t_2
    - *Accelerazione media* $\mathbf{a}_m = \Delta\mathbf{v} / \Delta t$
    - *Accelerazione istantanea* $\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta\mathbf{v} / \Delta t = d\mathbf{v}/dt = d^2x/dt^2$
        - *Tangente della curva v_x-t*
        - *Concavità della curva x-t*

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE II

Moto in due e tre dimensioni.

- ***Descrizione vettoriale e cartesiana***

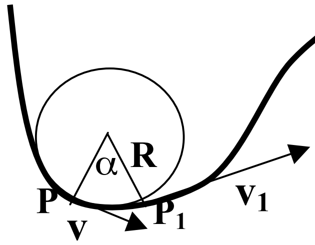
  - ***Vettore posizione r*** individua la posizione di un punto sulla traiettoria
  - ***Vettore spostamento*** $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ individua lo spostamento di un punto tra due istanti t_1 e t_2.

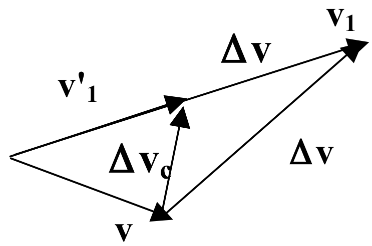
  - ***Vettore velocità media*** $\mathbf{v}_m = \Delta \mathbf{r} / \Delta t$
  - ***Vettore velocità istantanea*** $\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta \mathbf{r} / \Delta t = d/dt\, \mathbf{r}$ (tangente alla traiettoria)
    - Tramite le coordinate cartesiane:
      - $\mathbf{r}(t) = x(t)\, \mathbf{i} + y(t)\, \mathbf{j} + z(t)\, \mathbf{k}$
      - $\mathbf{v} = v_x\, \mathbf{i} + v_y\, \mathbf{j} + v_z\, \mathbf{k} = (dx/dt)\, \mathbf{i} + (dy/dt)\, \mathbf{j} + (dz/dt)\, \mathbf{k}$

  - ***Vettore accelerazione***
  - $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ variazione di velocità tra due istanti t_1 e t_2
  - ***Accelerazione media*** $\mathbf{a}_m = \Delta \mathbf{v} / \Delta t$
  - ***Accelerazione istantanea*** $\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta \mathbf{v} / \Delta t$
    - Tramite le coordinate cartesiane:
      - $\mathbf{r}(t) = x(t)\, \mathbf{i} + y(t)\, \mathbf{j} + z(t)\, \mathbf{k}$
      - $\mathbf{v} = a_x\, \mathbf{i} + a_y\, \mathbf{j} + a_z\, \mathbf{k}$
        $= (dv_x/dt)\, \mathbf{i} + (dv_y/dt)\, \mathbf{j} + (dv_z/dt)\, \mathbf{k}$
        $= (d^2x/dt^2)\, \mathbf{i} + (d^2y/dt^2)\, \mathbf{j} + (d^2z/dt^2)\, \mathbf{k}$

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE III

- *Significato geometrico dell'accelerazione*





$$\mathbf{\Delta v} = \mathbf{v_1} - \mathbf{v} = \mathbf{\Delta v_\tau} + \mathbf{\Delta v_c}$$

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \mathbf{\Delta v_\tau} / \Delta t + \lim_{\Delta t \to 0} \mathbf{\Delta v_c} / \Delta t = \mathbf{a_\tau} + \mathbf{a_c}$$

$$\mathbf{a_\tau} = \lim_{\Delta t \to 0} dv_s / dt = d^2 s / dt^2 \,\boldsymbol{\tau}$$

$$\Delta s = \alpha R \rightarrow \Delta v_c = v\, \alpha = v\, \Delta s / R$$

$$\mathbf{a_c} = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta v_c / \Delta t = v^2 / R\, \Delta v / \Delta t = v^2 / R\, \mathbf{n}$$

*Il vettore **accelerazione** è dato dalla somma di due termini che individuano:*

- *variazioni di velocità in **modulo** **(acc. tangenziale)***
- *variazioni di velocità in **direzione** **(acc. centripeta).***

CINEMATICA ROTAZIONALE

Analoga alla cinematica lineare:
definisce le grandezze che utilizzeremo per descrivere il moto.

- Definizione parametri (analoghi a *s, v, a* del moto rettilineo)
    - Posizione angolare: $\theta = s/r$
    - Velocità angolare: $\omega = d\theta/dt$
    - Accelerazione angolare: $\alpha = d\omega/dt$

- θ (***spostamenti angolari finiti***) ***non sono vettori*** *perché non godono della proprietà commutativa dell'addizione*

- ω, α invece **sono grandezze vettoriali**: è quindi necessario definirne direzione e verso. (Caso del corpo rigido → regola mano destra)

- Relazione tra grandezze angolari e lineari (r = distanza dall'asse di rotazione)
    - $v = ds/dt = r\, d\theta/dt = r\,\omega$
        - notazione vettoriale: $\mathbf{v} = \mathbf{w} \times \mathbf{r}$
    - $a_t = dv/dt = r\, d\omega/dt = r\,\alpha$. (accelerazione tangenziale)
    - $a_r = v^2/r = r\omega^2$ (accelerazione centripeta)

- Moto angolare uniformemente accelerato:
    - $\omega = \omega_0 + \alpha t$ (α costante)
    - $\theta = \theta_0 + \omega t + 1/2\, \alpha t^2$

MOTO ARMONICO SEMPLICE

Moto del punto P proiezione su un qualunque diametro di un punto P che si muove di moto circolare uniforme.

- $x(t) = R \cos(\omega t + \delta)$
  - δ fase iniziale *(fase dell'oscillazione per t=0)* radianti)
  - R ampiezza *(il punto si muove tra x = R e x = -R)* (metri)
  - $\omega = 2\pi/T$ pulsazione (radianti/sec)
  - $T = 2\pi/\omega$ periodo *(intervallo più breve per il quale il moto si ripete)* (secondi)
  - $\nu = 1/T$ frequenza *(numero di cicli nell'unità di tempo)* cicli/sec (Hertz)
- $v_x = dx/dt = -\omega R \,\text{sen}(\omega t + \delta)$
- $a_x = d^2x/dt^2 = dv_x/dt = -\omega^2 R \cos(\omega t + \delta)$
- equazione del moto armonico:

$$\boxed{d^2x/dt^2 + \omega^2 x = 0}$$

CINEMATICA DEL CORPO RIGIDO

Un corpo (sistema di punti materiali) si dice rigido o indeformabile quando si mantiene inalterata nel tempo la distanza tra una coppia di punti comunque scelti.

I tipi di moto di corpo rigido sono:

- **Moto traslatorio**

Il segmento orientato relativo ad un qualunque coppia di particelle si mantiene costante in modulo ed orientamento

- Le particelle descrivono traiettorie uguali ottenibili l'una dall'altra per traslazione
- Ad ogni istante tutti i punti del sistema possiedono la stessa velocità e la stessa accelerazione

- **Moto rotatorio**

Il moto di un corpo rigido si dice rotatorio attorno ad un asse se le posizioni di due dei suoi punti si mantengono inalterate nel tempo

  - Ogni particella del sistema descrive una circonferenza il cui centro giace sull'asse di rotazione

- **Moto rototraslatorio**

Scelto in modo arbitrario un punto A il moto più generale del sistema consiste in una traslazione con velocità v_A ed in una successione di rotazioni elementari con velocità ω attorno agli assi di istantanea rotazione passanti per A.

  - La velocità di un generico punto P e' uguale alla somma della velocità di traslazione del punto A e della velocità lineare che compete a P nel moto relativo di rotazione:

$$\boxed{\mathbf{v} = \mathbf{v}_A + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}}$$

CENNI DI CINEMATICA RELATIVA

Si propone di studiare le grandezze cinematiche del moto di un corpo puntiforme da sistemi di riferimento diversi.

Caso 1: il riferimento O' si muove di moto traslatorio rettilineo rispetto al riferimento fisso.

- Legge degli spostamenti:

$$\mathbf{r}(O) = \mathbf{v}_O\, t + \mathbf{r}\,(O')$$

- Legge delle velocità

$$\mathbf{v}_a = \mathbf{v}_O + \mathbf{v}_r$$

$\mathbf{v}_a = \mathbf{v}(O)$ velocità assoluta (rispetto riferimento fisso)
$\mathbf{v}_r = \mathbf{v}(O')$ velocità relativa (rispetto riferimento mobile)
$\mathbf{v}_O =$ velocità di trascinamento (riferimento mobile rispetto a quello fisso)

- Legge delle accelerazioni

$$\mathbf{a}_a = \mathbf{a}_O + \mathbf{a}_r$$

$\mathbf{a}_a = \mathbf{a}(O)$ acc. assoluta (rispetto riferimento fisso)
$\mathbf{a}_O =$ acc. di trascinamento (rif. mobile rispetto a quello fisso)
$\mathbf{a}_r = \mathbf{a}(O')$ accelerazione relativa (rispetto riferimento mobile)

Caso particolare importante: se due sistemi di riferimento si muovono di moto rettilineo uniforme l'uno rispetto all'altro si ha $\mathbf{a}_O = 0 \rightarrow \mathbf{a}_a = \mathbf{a}_r$ **(sistemi di riferimento inerziali o galileiani).**

Caso 2: il riferimento mobile si muove di moto generico rispetto al sistema di riferimento fisso

- Legge delle accelerazioni

$$\mathbf{a}_a = \mathbf{a}_O + \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_{cc}$$

$\mathbf{a}_{cc}$ accelerazione complementare o di Coriolis

$$\mathbf{a}_{cc} = 2\, \mathbf{v} \times \omega_O$$