

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE I

Si occupa di dare una descrizione quantitativa degli aspetti geometrici e temporali del moto indipendentemente dalle cause che lo producono.

- Il moto di un punto risulta completamente determinato quando se ne conoscono:
 - Legge oraria del moto $P = P(t)$
 - Traiettoria:
 - Curva che rappresenta il luogo dei punti descritti dal punto materiale: $y = y(x)$
- Il compito della cinematica consiste nel determinare le espressioni del **vettore velocità, vettore accelerazione, forma della traiettoria.**

Descrizione cartesiana del moto

- Caso unidimensionale (lineare)
 - Moto di un punto su una retta
- **Vettore posizione x**
 - individua la posizione di un punto sulla traiettoria (retta)
- **Vettore spostamento $\Delta x = x_f - x_i$**
 - individua lo spostamento di un punto tra due istanti t_1 e t_2 .
- **Vettore velocità**
 - **Velocità media** $v_m = \Delta x / \Delta t$
 - Pendenza della curva $x-t$
 - **Velocità istantanea** $v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta x / \Delta t = d/dt x$
 - Tangente della curva $x-t$
- **Vettore accelerazione**
 - $\Delta v = v_1 - v_2$ variazione di velocità tra due istanti t_1 e t_2
 - **Accelerazione media** $a_m = \Delta v / \Delta t$
 - **Accelerazione istantanea** $a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta v / \Delta t = dv/dt = d^2x/dt^2$
 - Tangente della curva v_x-t
 - Concavità della curva $x-t$

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE II

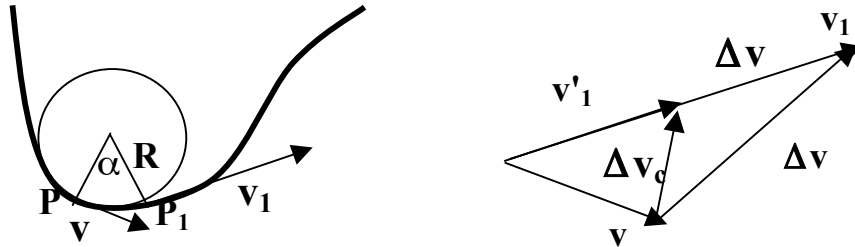
Moto in due e tre dimensioni.

- *Descrizione vettoriale e cartesiana*

- **Vettore posizione $\mathbf{r}$** individua la posizione di un punto sulla traiettoria
- **Vettore spostamento $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$** individua lo spostamento di un punto tra due istanti t_1 e t_2 .
- **Vettore velocità media $\mathbf{v}_m = \Delta \mathbf{r} / \Delta t$**
- **Vettore velocità istantanea $\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta \mathbf{r} / \Delta t = d/dt \mathbf{r}$** (tangente alla traiettoria)
 - Tramite le coordinate cartesiane:
 - $\mathbf{r}(t) = x(t) \mathbf{i} + y(t) \mathbf{j} + z(t) \mathbf{k}$
 - $\mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k} = (dx/dt) \mathbf{i} + (dy/dt) \mathbf{j} + (dz/dt) \mathbf{k}$
- **Vettore accelerazione**
- $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$ variazione di velocità tra due istanti t_1 e t_2
- **Accelerazione media $\mathbf{a}_m = \Delta \mathbf{v} / \Delta t$**
- **Accelerazione istantanea $\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta \mathbf{v} / \Delta t$**
 - Tramite le coordinate cartesiane:
 - $\mathbf{r}(t) = x(t) \mathbf{i} + y(t) \mathbf{j} + z(t) \mathbf{k}$
 - $\mathbf{v} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k}$
 $= (dv_x/dt) \mathbf{i} + (dv_y/dt) \mathbf{j} + (dv_z/dt) \mathbf{k}$
 $= (d^2x/dt^2) \mathbf{i} + (d^2y/dt^2) \mathbf{j} + (d^2z/dt^2) \mathbf{k}$

CINEMATICA DEL PUNTO MATERIALE III

- *Significato geometrico dell'accelerazione*



$$\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v} = \Delta \mathbf{v}_\tau + \Delta \mathbf{v}_c$$

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta \mathbf{v}_\tau / \Delta t + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta \mathbf{v}_c / \Delta t = \mathbf{a}_\tau + \mathbf{a}_c$$

$$\mathbf{a}_\tau = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} dv_s / dt = d^2s/dt^2 \boldsymbol{\tau}$$

$$\Delta s = \alpha R \rightarrow \Delta v_c = v \alpha = v \Delta s / R$$

$$\mathbf{a}_c = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta \mathbf{v}_c / \Delta t = v^2 / R \Delta \mathbf{v} / \Delta t = v^2 / R \mathbf{n}$$

*Il vettore **accelerazione** è dato dalla somma di due termini che individuano:*

- *variazioni di velocità in **modulo** (acc. tangenziale)*
- *variazioni di velocità in **direzione** (acc. centripeta).*

CINEMATICA ROTAZIONALE

Analoga alla cinematica lineare:

definisce le grandezze che utilizzeremo per descrivere il moto.

- **Definizione parametri** (analoghi a s , v , a del moto rettilineo)
 - Posizione angolare: $\theta = s/r$
 - Velocità angolare: $\omega = d\theta/dt$
 - Accelerazione angolare: $\alpha = d\omega/dt$
- θ (**spostamenti angolari finiti**) **non sono vettori** perché non godono della proprietà commutativa dell'addizione
- ω , α invece **sono grandezze vettoriali**: è quindi necessario definirne **direzione e verso**. (Caso del corpo rigido $\rightarrow$ regola mano destra)
- **Relazione tra grandezze angolari e lineari** (r = distanza dall'asse di rotazione)
 - $v = ds/dt = r d\theta/dt = r \omega$
 - notazione vettoriale: $\mathbf{v} = \mathbf{\omega} \times \mathbf{r}$
 - $a_t = dv/dt = r d\omega/dt = r \alpha$. (accelerazione tangenziale)
 - $a_r = v^2/r = r\omega^2$ (accelerazione centripeta)
- **Moto angolare uniformemente accelerato**:
 - $\omega = \omega_0 + \alpha t$ (α costante)
 - $\theta = \theta_0 + \omega t + 1/2 \alpha t^2$

MOTO ARMONICO SEMPLICE

Moto del punto P proiezione su un qualunque diametro di un punto P che si muove di moto circolare uniforme.

- $x(t) = R \cos(\omega t + \delta)$
 - δ fase iniziale (fase dell'oscillazione per $t=0$) radianti)
 - R ampiezza (il punto si muove tra $x = R$ e $x = -R$) (metri)
 - $\omega = 2\pi/T$ pulsazione (radianti/sec)
 - $T = 2\pi/\omega$ periodo (intervallo più breve per il quale il moto si ripete) (secondi)
 - $\nu = 1/T$ frequenza (numero di cicli nell'unità di tempo) cicli/sec (Hertz)
- $v_x = dx/dt = -\omega R \sin(\omega t + \delta)$
- $a_x = d^2x/dt^2 = dv_x/dt = -\omega^2 R \cos(\omega t + \delta)$
- equazione del moto armonico:

$$d^2x/dt^2 + \omega^2 x = 0$$

CINEMATICA DEL CORPO RIGIDO

Un corpo (sistema di punti materiali) si dice **rigido o indeformabile** quando si mantiene inalterata nel tempo la distanza tra una coppia di punti comunque scelti.

I tipi di moto di corpo rigido sono:

- **Moto traslatorio**

Il segmento orientato relativo ad un qualunque coppia di particelle si mantiene costante in modulo ed orientamento

- Le particelle descrivono traiettorie uguali ottenibili l'una dall'altra per traslazione
- Ad ogni istante tutti i punti del sistema possiedono la stessa velocità e la stessa accelerazione

- **Moto rotatorio**

Il moto di un corpo rigido si dice rotatorio attorno ad un asse se le posizioni di due dei suoi punti si mantengono inalterate nel tempo

- Ogni particella del sistema descrive una circonferenza il cui centro giace sull'asse di rotazione

- **Moto rototraslatorio**

Scelto in modo arbitrario un punto A il moto più generale del sistema consiste in una traslazione con velocità v_A ed in una successione di rotazioni elementari con velocità ω attorno agli assi di istantanea rotazione passanti per A.

- La velocità di un generico punto P è uguale alla somma della velocità di traslazione del punto A e della velocità lineare che compete a P nel moto relativo di rotazione:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_A + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$$

CENNI DI CINEMATICA RELATIVA

Si propone di studiare le grandezze cinematiche del moto di un corpo puntiforme da sistemi di riferimento diversi.

Caso 1: il riferimento O' si muove di moto traslatorio rettilineo rispetto al riferimento fisso.

- Legge degli spostamenti:

$$\mathbf{r}(O) = \mathbf{v}_0 t + \mathbf{r}(O')$$

- Legge delle velocità

$$\mathbf{v}_a = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_r$$

$\mathbf{v}_a = \mathbf{v}(O)$	velocità assoluta (rispetto riferimento fisso)
$\mathbf{v}_r = \mathbf{v}(O')$	velocità relativa (rispetto riferimento mobile)
$\mathbf{v}_0 =$	velocità di trascinamento (riferimento mobile rispetto a quello fisso)

- Legge delle accelerazioni

$$\mathbf{a}_a = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_r$$

$\mathbf{a}_a = \mathbf{a}(O)$	acc. assoluta (rispetto riferimento fisso)
$\mathbf{a}_0 =$	acc. di trascinamento (rif. mobile rispetto a quello fisso)
$\mathbf{a}_r = \mathbf{a}(O')$	accelerazione relativa (rispetto riferimento mobile)

Caso particolare importante: se due sistemi di riferimento si muovono di moto rettilineo uniforme l'uno rispetto all'altro si ha $\mathbf{a}_0 = 0 \rightarrow \mathbf{a}_a = \mathbf{a}_r$ (sistemi di riferimento inerziali o galileiani).

Caso 2: il riferimento mobile si muove di moto generico rispetto al sistema di riferimento fisso

- Legge delle accelerazioni

$$\mathbf{a}_a = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_{cc}$$

$\mathbf{a}_{cc}$ accelerazione complementare o di Coriolis

$$\mathbf{a}_{cc} = 2 \mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega}_0$$