

Soluzioni dei problemi sui vettori

Vett. 1

- b) $a = 5.0$ m, $\varphi_{a\text{calc}} = 0.64$ rad = 37° (con il pedice calc si indica il risultato della calcolatrice).
 $b = 5.0$ m, $\varphi_{b\text{calc}} = 0.64$ rad = 37° , $\varphi_b = \pi + \varphi_{b\text{calc}} = 217^\circ \sim 220^\circ$, quindi $\varphi_b = 220^\circ$.
 $c = 5.0$ m, $\varphi_{c\text{calc}} = -0.64$ rad = -37° , $\varphi_c = \pi - |\varphi_{c\text{calc}}| \sim 140^\circ$, quindi $\varphi_c = 140^\circ$.
 $d = 5.0$ m, $\varphi_{d\text{calc}} = -0.64$ rad = -37° , $\varphi_d = 2\pi - |\varphi_{d\text{calc}}| = 320^\circ$, quindi $\varphi_d = 320^\circ$.

Vett. 2

Per indicare i versori sarà sufficiente il carattere grassetto **i** (o **u_x**), **j** (o **u_y**), **k** (o **u_z**), **u** (senza il simbolo $\wedge$). Tranne per i casi $\hat{\mathbf{S}} = \mathbf{S}/S$ (che ovviamente si può indicare anche con **u_s**).

- a) $\mathbf{s} = -3.0 \mathbf{i} + -1.0 \mathbf{j}$ m, la differenza $\mathbf{d} = -1.0 \mathbf{i} + 3.0 \mathbf{j}$ m.
b) $s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} = \sqrt{10}$ m = 3.2 m, $\varphi_s = 3.463$ rad = $198.41^\circ \sim 200^\circ$; $d = 3.2$ m $\varphi_d = 108^\circ \sim 110^\circ$. Verificare che **s** e **d** sono ortogonali, e trovare le condizioni per cui il vettore somma è ortogonale al vettore differenza di due vettori dati.
d) $\mathbf{s} = \rho_s \mathbf{u}_\rho$ dove $\rho_s = s = 3.2$ m ed il versore **u_ρ** cambia direzione a seconda della posizione del punto P dato dalle coordinate polari $P(\rho, \varphi) = P_s(3.2 \text{ m}, 200^\circ)$, mentre per $\mathbf{d} = \rho_d \mathbf{u}_d$ avremo come coordinare $P_d(3.2 \text{ m}, 110^\circ)$. Il versore **u_ρ** vedremo che può essere espresso in funzione dei versori cartesiani e dell'angolo φ
e) $\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{u}_s = \mathbf{s}/s = -0.95 \mathbf{i} - 0.32 \mathbf{j}$ e quindi $\mathbf{s} = 3.2 \mathbf{u}_s$ m, $\hat{\mathbf{d}} = \mathbf{u}_d = \mathbf{d}/d = -0.32 \mathbf{i} + 0.95 \mathbf{j}$ e quindi $\mathbf{d} = 3.2 \mathbf{u}_d$ m

Vett. 3

- a) Vettore somma $\mathbf{s} = 1.59 \mathbf{i} + 12.1 \mathbf{j}$ m. Le componenti: $s_x = 1.59$ m, $s_y = 12.1$ m. I componenti: $\mathbf{s}_x = 1.59 \mathbf{i}$ m, $\mathbf{s}_y = 12.1 \mathbf{j}$ m.
b) $s = 12.175$ m = 12.2 m, direzione rispetto all'asse x $82.449^\circ = 82.5^\circ$
c) $(\rho, \varphi) = (12.2 \text{ m}, 82.5^\circ)$

Vett. 4

Suggerimento trovare la relazione tra θ (l'angolo tra **a** e **b**) e gli angoli α e β rispetto ad x dei vettori dati e vedere come esprimere le componenti in funzioni di questi ultimi.

Vettori in 3 dimensioni

Vett. 6

- b) $r_a = a = 4.1$, $\theta_a = 120^\circ$, $\varphi_a = 150^\circ$, possiamo esprimere in coordinate sferiche $\mathbf{a} = r_a \mathbf{u}_r(P)$, dove **u_r**(P) è un versore che cambia direzione con la posizione del punto P e può essere espresso in funzione degli angoli θ (colatitudine) e φ (longitudine), possiamo fornire le coordinate del punto $P(r, \theta, \varphi) \equiv P_a(4.1, 120^\circ, 150^\circ)$, facciamo notare che il vettore non aveva alcuna dimensione.

Per il vettore **b** si ha $\mathbf{b} = r \mathbf{u}_r(P)$ $b = \mathbf{u}_r(P)$ con le rispettive coordinate polari sferiche $P(r, \theta, \varphi) \equiv P_b(4.1, 61^\circ, 326^\circ)$

c) $\mathbf{a} = \rho_a \mathbf{u}_\rho(P_a) + z_a \mathbf{k}$ con le coordinate del punto $P(\rho, z, \varphi) \equiv P_a(3.6, -2.0, 150^\circ)$, $\mathbf{b} = \rho_b \mathbf{u}_\rho(P_b) + z_b \mathbf{k}$ con le coordinate del punto $P(\rho, z, \varphi) \equiv P_b(3.6, 2.0, 326^\circ)$.

Per le coordinate polari cilindriche il versore $\mathbf{u}_\rho$ cilindrico può essere espresso in funzione dei versori $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ e l'angolo φ

Vett. 7

$\mathbf{b} \wedge \mathbf{c}$ risulta pari a $-8.0 \mathbf{i} + 5.0 \mathbf{j} + 6.0 \mathbf{k}$ per cui si ha:

- si calcolino $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \wedge \mathbf{c}) = -21.0$, $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = -9.0$, $\mathbf{a} \wedge (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = 5.0 \mathbf{i} - 11.0 \mathbf{j} - 9.0 \mathbf{k} \equiv \mathbf{g}$, si noti come in caso di somma o sottrazione si possano ottenere più cifre significative.
-
- Infatti $\mathbf{g} \cdot \mathbf{a}$ risulta pari a 0.
- Coordinate sferiche $P_g(15, 130^\circ, 114^\circ)$, coordinate cilindriche $P_g(11, -9.0, 114^\circ)$.