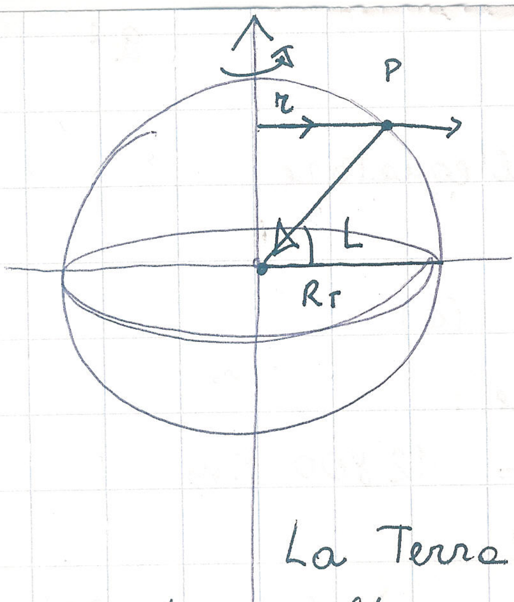


Correzione a g

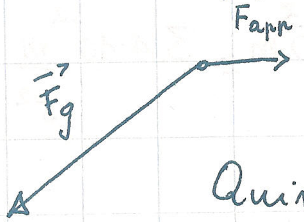
Forze "Fittizie" o apparenti

L = Latitudine

R_T = raggio Terrestre

r = posizione del corpo rispetto all'asse di rotazione della Terra

La Terra è in rotazione sul suo asse, quindi risulta un sistema di riferimento non inerziale.
Pertanto un corpo nel punto P sarà soggetto ad una forza apparente (centrifuga).



Il punto materiale in P sarà soggetto alle forze $\vec{F}_g$ gravitazionale e $\vec{F}_{app}$ centrifuga.
Quindi il corpo sarà soggetto ad una forza attrattiva (Forza peso) pari alla risultante.

$$\vec{P} = m\vec{g}_c = m\vec{g}_0 + m\omega^2\vec{r}$$

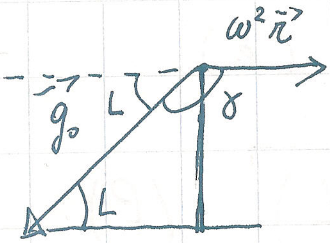
Avendo indicato con $\vec{g}_c$ vettore accelerazione gravitazionale corretto, $\vec{g}_0$ vettore accelerazione in caso di assenza di moto, $\omega^2\vec{r}$ accelerazione centrifuga "avvertita" dal corpo.

$$m\vec{g}_c = m\vec{g}_0 + m\omega_0^2\vec{r} \equiv \vec{g}_c = \vec{g}_0 + \omega^2\vec{r}$$

Possiamo ottenere g_c da

$$g_c^2 = \vec{g}_c \cdot \vec{g}_c = (\vec{g}_0 + \omega^2\vec{r}) \cdot (\vec{g}_0 + \omega_0^2\vec{r}) =$$

$$= g_0^2 + 2\omega^2 g_0 r \cos\gamma + \omega_0^4 r^2 \qquad (a)$$



Osserviamo che $\gamma = \pi - L$ quindi si ha

$$g_c^2 = g_0^2 + 2\omega^2 g_0 r \cos(\pi - L) + \omega_0^4 r^2$$

$$\cos(\pi - L) = \underbrace{\cos\pi}_{-1}\cos L + \underbrace{\sin\pi}_{\phi}\sin L = -\cos L$$

allora (a) diventa

$$g_c^2 = g_0^2 - 2\omega^2 g_0 r \cos L + \omega^4 r^2 \qquad (b)$$

La massima deviazione si ottiene all'equatore ovvero per $L = 0$

Infatti $\omega^2 r = \omega^2 R \cos L$ (c)

Stimiamo l'entità di questa deviazione:

Il diametro della Terra è $2R_T = 12\,800$ km

la velocità angolare $\omega = 2\pi / T$

il periodo di rivoluzione su se stessa è 1 giorno = 24 h

si ottiene $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{24\,h} = \dfrac{2\pi}{84600\,s}$

perciò $\omega^2 R = \dfrac{4\pi^2}{(84600\,s)^2} \cdot \dfrac{12800}{2}\dfrac{km}{km} \cdot 10^3 m = 3.4 \cdot 10^{-2} \dfrac{m}{s^2}$

La correzione massima sarebbe

$$\frac{\omega^2 R}{g_0} = \frac{3.4 \cdot 10^{-2}\, m/s^2}{9.8\ m/s^2} \approx 3.5\ \%$$

Nella equazione (b) il terzo termine a secondo membro darebbe un contributo massimo del $\dfrac{\omega^4 R^2}{g_0} = 0.01\,\%$

Possiamo approssimare quindi g_c con una correzione al 1° ordine ($\omega^2 R$):

$$g_c^2 = g_0^2 - 2\, g_0\, r\, \omega^2 \cos L \qquad (d)$$

ovvero sostituendo (a) in (d)

$$g_c^2 = g_0^2 - 2\, g_0 R_T \omega^2 \cos^2 L \qquad (e)$$

da cui:

$$g_c = \sqrt{g_0^2 \left(1 - \frac{2 R_T \omega^2 \cos^2 L}{g_0}\right)} \qquad (f)$$

Si è ottenuto $\omega^2 R / g_0 \approx 0.035$, possiamo quindi considerare $x = 2\omega^2 R \cos^2 L / g_0$ una quantità piccola rispetto ad 1.

Dallo sviluppo in polinomi di Taylor si ha:

$$\sqrt{1-x} \approx \sqrt{1-x}\Big|_{x=0} + \frac{d}{dx}\left(\sqrt{1-x}\right)\Big|_{x=0} \cdot x \cdot$$

$$= \sqrt{1-x}\Big|_{x=0} + \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{1-x}}\Big|_{x=0} \cdot x = 1 - \frac{x}{2}$$

Pertanto (f) diventa

$$g_c = g_0\left(1 - \frac{x}{2}\right) = g_0\left(1 - \frac{\omega^2 R}{g_0} \cos^2 L\right)$$

$$g_c = g_0 - \underline{\omega^2 R} \cos^2 L$$

Ai poli si ha la massima g_c, all'equatore la min.

ai poli $g_c = g_0 = 9.831 \ m/s^2$

all'equatore $g_c = 9.781 \ m/s^2$

A Ferrara $L = 44.83°$ $g_{fe} = 9.81 \ m/s^2$