

6.2 Due aste identiche di lunghezza $L = 30$ cm sono disposte su un piano, formando la lettera V; l'angolo formato dalle due aste è $\alpha = 30^\circ$. Calcolare la posizione del centro di massa rispetto al punto di incontro delle aste.

6.3 Tre asticelle identiche di lunghezza $L = 50$ cm vengono disposte lungo i tre lati di un quadrato. Calcolare la posizione del centro di massa del sistema rispetto al centro del quadrato.

6.4 Vengono saldate due aste sottili omogenee di uguale lunghezza $L = 2$ m. Le masse delle due aste sono $m_1 = 150$ g e $m_2 = 50$ g. Calcolare la posizione del centro di massa del sistema nei due casi: a) le due aste sono saldate con la stessa direzione, b) le due aste formano un angolo $\theta = 45^\circ$.

6.5 Un sistema è composto da tre particelle. La prima particella di massa $m_1 = 600$ g si trova nella posizione individuata, rispetto ad un sistema di riferimento, dal vettore $\mathbf{r}_1 = (4\mathbf{u}_x + 2\mathbf{u}_y)$ m, la seconda di massa $m_2 = 300$ g è individuata da $\mathbf{r}_2 = (-3\mathbf{u}_x)$ m, mentre la terza di massa $m_3 = 400$ g è individuata da $\mathbf{r}_3 = (2\mathbf{u}_x - 2\mathbf{u}_y)$ m. Calcolare la posizione del centro di massa.

6.6 Due punti materiali di peso $p_1 = 1.5$ N e $p_2 = 3.3$ N si muovono di moto rettilineo uniforme con velocità $v_1 = 9$ m/s e $v_2 = 5$ m/s. Calcolare: a) la velocità del centro di massa $\mathbf{v}_{CM}$, b) l'energia cinetica nel sistema di riferimento del centro di massa E'_k .

6.7 Un astronauta si trova nello spazio ad una distanza $d = 12$ m dal veicolo spaziale, a cui è collegato da una fune. Per ritornare sul veicolo utilizza il cordone, tirando lo stesso. Calcolare, assimilando il veicolo e l'astronauta a due punti materiali di massa $M = 2800$ kg e $m = 120$ kg rispettivamente: a) il punto di incontro x_i prendendo come posizione di riferimento la posizione iniziale dell'astronauta, b) lo spostamento del veicolo Δx_v .

6.8 Un insetto di massa $m_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ kg si trova all'estremo di un bastoncino lungo 27 cm e di massa $m_2 = 10^{-2}$ kg, posto su di un piano orizzontale liscio. L'insetto si muove verso l'altro estremo del bastoncino con velocità rispetto al piano costante, di valore $v_1 = 5$ cm/s. Calcolare il tempo impiegato dall'insetto per raggiungere l'altro estremo.

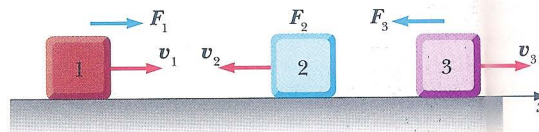
6.9 Un cannone di massa $M = 2500$ kg, spara un proiettile di massa $m = 5$ kg con velocità $v = 300$ m/s. Calcolare: a) la velocità di rinculo del cannone, b) l'energia cinetica del cannone, c) la costante elastica di una molla che dovesse arrestare la corsa del cannone in 30 cm.

6.10 Due palline di uguale massa m vengono lasciate cadere da una certa altezza al suolo con diverse velocità iniziali, $\mathbf{v}_1 = (2\mathbf{u}_x + 3\mathbf{u}_y)$ m/s, $\mathbf{v}_2 = (4\mathbf{u}_x - 2\mathbf{u}_y)$ m/s. L'asse x è orizzontale, l'asse y è verticale, orientato verso l'alto. Calcolare dopo un tempo $t = 0.1$ s: a) la velocità, b) l'accelerazione vettoriali del centro di massa, c) il loro modulo.

6.11 Viene inavvertitamente lasciato cadere un vaso al suolo. Il vaso si rompe nell'urto in tre pezzi di massa uguale m ; l'urto è tale che il centro di massa resta fermo mentre i pezzi si muovono sul pavimento orizzontale. Due dei pezzi di vaso si muovono in direzioni perpendicolari (asse y e asse x , lungo il verso positivo) con la stessa velocità in modulo, $v = 0.1$ m/s. Calcolare: a) l'angolo α che forma la velocità del terzo pezzo con l'asse x , b) il modulo di tale velocità.

6.12 Due punti di eguale massa m sono fermi nell'origine di un asse orizzontale. Essi vengono messi in movimento nell'istante $t = 0$, uno con velocità $\mathbf{v}$ lungo il verso positivo dell'asse, l'altro con velocità $-\mathbf{v}$ lungo il verso negativo dell'asse. Il primo punto si ferma a distanza $x_1 (> 0)$ dall'origine, in quanto è presente attrito con coefficiente μ_1 ; il secondo si ferma a distanza $x_2 (< 0)$ dall'origine, in quanto è presente attrito con coefficiente μ_2 . a) Verificare che quando i punti si sono fermati la coordinata del centro di massa è $x_{CM} = v^2(\mu_1 - \mu_2)/4g\mu_1\mu_2$. Posto $v = 4$ m/s, $\mu_1 = 0.24$, $\mu_2 = 0.31$, b) calcolare da quale parte dell'origine si ferma il centro di massa.

6.13 Tre punti materiali, $m_1 = 0.4$ kg, $m_2 = 0.5$ kg, $m_3 = 0.3$ kg, si muovono lungo un asse orizzontale x . In un dato istante si sa che: 1) le velocità dei punti sono $v_1 = 3.4$ m/s, $v_2 = -5.1$ m/s, $v_3 = 6.5$ m/s; 2) le forze esterne agenti sui punti, con direzione parallela all'asse x , sono $F_1 = 4.7$ N, F_2 e $F_3 = -7.5$ N; 3) l'accelerazione del centro di massa è nulla. Si sa inoltre che non sono presenti forze interne. Calcolare in quel dato istante: a) l'accelerazione $\mathbf{a}_2$ del punto m_2 , b) la velocità $\mathbf{v}_{CM}$ del centro di massa, 3) l'energia cinetica E'_k del sistema rispetto al centro di massa.



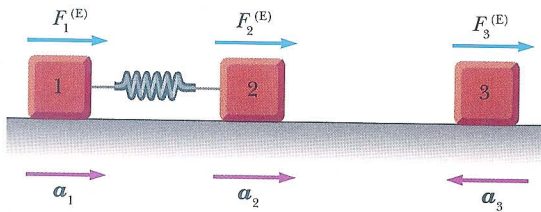
6.14 Tre punti materiali possono muoversi lungo una retta; essi hanno masse $m_1 = 0.1$ kg, $m_2 = 0.5$ kg, $m_3 = 0.2$ kg. In un certo istante le posizioni e velocità di questi punti sono:

punto di massa m_1	$x_1 = -0.1$ m,	$v_1 = 2$ m/s;
punto di massa m_2	$x_2 = 0.1$ m,	$v_2 = -3$ m/s;
punto di massa m_3	$x_3 = 0.2$ m,	$v_3 = 1.5$ m/s.

Calcolare in quel dato istante: a) la posizione del centro di massa, b) la velocità del centro di massa, c) l'energia cinetica rispetto al centro di massa.

6.15 Tre punti materiali, $m_1 = 0.7$ kg, $m_2 = 1.0$ kg, $m_3 = 0.8$ kg, sono in moto lungo l'asse x ; m_1 e m_2 sono connessi da una molla di costante elastica $k = 5$ N/m, m_3 è libero da forze interne. In un dato istante le forze esterne e le accelerazioni hanno i versi indicati in figura, i moduli delle forze sono $F_1^{(E)} = 1.5$ N, $F_2^{(E)} = 2.3$ N, $F_3^{(E)} = 5.2$ N, $\mathbf{a}_1$ vale 2.3

m/s^2 ; si sa inoltre che la molla è estesa. Calcolare: a) quanto vale $\mathbf{a}_{CM}$, b) di quanto è estesa la molla, c) quanto vale $\mathbf{a}_2$, d) quanto vale $\mathbf{a}_3$.



- 6.16 Un proiettile di massa m viene sparato da terra all'istante $t = 0$ con velocità iniziale $v_0 = 12 \text{ m/s}$ in una direzione formante un angolo $\theta = 60^\circ$ con l'orizzontale. Durante il volo il proiettile esplode in due frammenti di massa pari a $m_1 = 900 \text{ g}$ e $m_2 = 600 \text{ g}$ rispettivamente. I due frammenti arrivano al suolo contemporaneamente e la distanza del frammento più leggero dal punto di lancio è $x_2 = 15 \text{ m}$. Calcolare: a) le componenti dell'accelerazione del centro di massa, b) le componenti, in funzione del tempo, della

velocità del centro di massa, c) le coordinate, in funzione del tempo, del centro di massa, d) l'equazione della traiettoria del centro di massa, utilizzando l'espressione delle coordinate, e) la posizione del centro di massa, quando tocca terra, f) l'ascissa del centro di massa del sistema formato dai due frammenti, in funzione di x_2 e x_1 , posizioni dei frammenti al suolo, rispetto il punto di lancio, g) il valore di x_1 , h) l'energia cinetica del centro di massa $E_{k,CM}$ e l'energia cinetica rispetto al centro di massa E'_k , prima dell'esplosione.

- 6.17 Due punti materiali di eguale massa $m = 0.5 \text{ kg}$ sono posti agli estremi di una sottile asta rigida, di massa trascurabile e lunghezza $2R = 4 \text{ m}$, e ruotano in un piano orizzontale con velocità angolare costante $\omega = 10 \text{ rad/s}$ rispetto al centro dell'asta. Il sistema è montato sopra una zattera a cuscino d'aria che si muove con velocità $v = 0.8 \text{ m/s}$ lungo un piano orizzontale. Calcolare: a) l'energia cinetica del sistema dei due punti, b) il momento angolare rispetto al centro di massa.