

4.1 $W = 4 \cdot 10^3 \text{ J}$, $\mathcal{P} = 200 \text{ W}$.

- 4.2 a) $v = \mathcal{P}/mg(\sin\theta + \mu_d \cos\theta) = 2.32 \text{ m/s} = 8.36 \text{ km/h}$;
 b) la potenza erogata dal buco contro la forza di attrito è $\mathcal{P}_{\text{att}} = 0.979 \text{ kW}$, 32.6%;
 c) la potenza contro la forza peso è $\mathcal{P}_{\text{peso}} = 2.021 \text{ kW}$, 67.4%.

4.3 a) $\Delta x = -v_0^2/2a = 64.4 \text{ m}$; b) $W = -ma\Delta x = \Delta E_k = -309 \text{ kJ}$.

4.4 a) $\mathcal{P} = mgh/t = 653.3 \text{ W}$; b) $v = \mathcal{P}/mg = h/t = 0.83 \text{ m/s}$.

4.5 a) $W_{\text{att}} = \Delta E_k$, $\mu_d = 0.38$; b) $s_{\text{tot}} = 53.7 \text{ cm}$; c) $W_{\text{tot}} = 0.6 \text{ J}$.

4.6 $W = 14.7 \text{ kJ}$, $W = \Delta E_k$, $v_f = 27.9 \text{ km/h}$.

4.7 a) $F = \mu_d mg$, $\mu_d = 0.068$; b) $W_F = Fx = Fvt = 360 \text{ J}$; c) $W_{\text{att}} = -W_F = -360 \text{ J}$;
 d) $F - 2\mu_d mg = ma$, $a = -\mu_d g = -0.67 \text{ m/s}^2$, $v = v(t_0) + a(t - t_0) = 1.2 - 0.67(t - t_0) \text{ m/s}$.

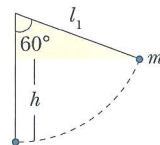
4.8 a) $F_2 = m_2 a$, $a = 1.76 \text{ m/s}^2$, $F \cos 25^\circ = (m_1 + m_2)a = 28.1 \text{ N}$, $F = 31 \text{ N}$;
 b) $v(t = 3) = at = 5.27 \text{ m/s}$, $W = \Delta E_k = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 = 222 \text{ J}$; oppure $x = \frac{1}{2}at^2$,
 $W = F \cos 25^\circ x$.

4.9 Poiché la velocità è costante, la potenza erogata dal motore deve essere eguale in modulo alla somma delle potenze delle forze agenti sull'auto (lavoro complessivo nullo in ogni istante). La velocità è $v_0 = 13.9 \text{ m/s}$: primo tratto: $\mathcal{P}_1 = Av_0^2 = 48.3 \text{ kW}$, secondo tratto: $\mathcal{P}_2 = Av_0^2 + mgv_0 \sin \phi_1 = 61.6 \text{ kW}$, terzo tratto: $\mathcal{P}_3 = Av_0^2 - mgv_0 \sin \phi_2 = 42.6 \text{ kW}$; al pilota conviene frenare.

4.10 $F_0 \tau = (m_1 + m_2)v_0$, $\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_0^2 = \mu_1 m_1 g(l + d) + \mu_2 m_2 g l$,
 $F_0^2 = 2g(m_1 + m_2)[\mu_1 m_1(l + d) + \mu_2 m_2 l]/\tau^2$;
 numericamente $F_0 = (2m/\tau)\sqrt{3\mu g d} = 10.2 \cdot 10^3 \text{ N}$.

- 4.11 $\mu_1 m_1 g - \mu_2 (m_1 + m_2) g = m_2 a_2 > 0 \Rightarrow \mu_1 m_1 > \mu_2 (m_1 + m_2)$ indipendente da v ;
condizione soddisfatta con i dati a disposizione per cui m_2 si muove;
- a) $-\mu_1 m_1 g = m_1 a_1$, $\mu_1 m_1 g - \mu_2 (m_1 + m_2) g = m_2 a_2$, $a_1 = -5.88 \text{ m/s}^2$,
 $a_2 = 0.65 \text{ m/s}^2$, $v_1 = v + a_1 t$, $v_2 = a_2 t$, $v_1 = v_2$, da cui $t = 0.46 \text{ s}$,
 $v^* = 0.30 \text{ m/s}$, $x_1 = v t + \frac{1}{2} a_1 t^2 = 0.758 \text{ m}$, $x_2 = \frac{1}{2} a_2 t^2 = 0.069 \text{ m}$, $\Delta x = 0.689 \text{ m}$;
- b) $-\mu_2 (m_1 + m_2) g = (m_1 + m_2) a$, $a = -1.96 \text{ m/s}^2$, $v^* + a t = 0$,
 $t = 0.15 \text{ s}$, $x = v^* t + \frac{1}{2} a t^2 = 0.023$; in totale il sistema percorre una distanza
 $0.069 + 0.023 = 0.092 \text{ m}$ lungo il piano;
- c) $\frac{1}{2} m_1 v^2 = 9 \text{ J} = \mu_1 m_1 g \cdot 0.689 + \mu_2 (m_1 + m_2) g \cdot 0.092$.
- 4.12 $W_{AB} = 0$ ($F_x = 0$), $W_{BC} = 36 \text{ J}$ (contribuisce solo F_y), $W_{CD} = -54 \text{ J}$ (contribuisce solo F_x),
 $W_{DA} = 0$ ($F_y = 0$), $W_{\text{tot}} = -18 \text{ J}$, la forza non è conservativa.
- 4.13 a) Il moto è uniformemente accelerato: $v = 0.5 + 2t/3$, $a_T = dv/dt = 0.667 \text{ m/s}^2$,
 $a_N = (a^2 - a_T^2)^{1/2} = 1.68 \text{ m/s}^2$, $a_N = v^2/R = 3.36/R$, $R = 2 \text{ m}$;
- b) $W = m a_T^2 2\pi R = 0.84 \text{ J}$.
- 4.14 a) $F_T = m a_T = m \alpha R = 4.5 \text{ N}$; b) F_N non compie lavoro;
 W in un giro $2\pi R F_T = 13 \text{ J}$, la forza non può essere conservativa.
- 4.15 a) $m \omega^2 r = k(r - r_0)$, $r = k r_0 / (k - m \omega^2) = 0.45 \text{ m}$: deve essere soddisfatta la condizione $\omega^2 < k/m$, altrimenti la forza elastica non è sufficiente;
- b) se $r_0 = 0$, qualsiasi raggio è possibile purché sia $k = m \omega^2$.
- 4.16 a) $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\theta$, $\alpha = -\omega_0^2/4\pi = -2.32 \text{ rad/s}^2$ (oppure si ricava α da $\omega_0 + \alpha t = 0$,
 $2\pi = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$), dopo mezzo giro $\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\pi$, $\omega^2 = \omega_0^2/2$, $\omega = 3.82 \text{ rad/s}$,
 $a_N = \omega^2 R = 5.84 \text{ m/s}^2$, $a_T = \alpha R = -0.93 \text{ m/s}^2$, $a = (a_N + a_T)^{1/2} = 5.91 \text{ m/s}^2$,
 $F = m a = 1.48 \text{ N}$;
- b) $W = \Delta E_k = -\frac{1}{2} m \omega_0^2 R^2 = -0.58 \text{ J} = 2\pi R m a_T$.
- 4.17 a) $k(r - r_0) - R_N = m a = m \omega^2 r$, dove R_N è la reazione normale alla guida; ω è massima
in corrispondenza a $R_N = 0$, per valori maggiori si ha il distacco dalla guida, poiché la forza elastica non riesce a mantenere il punto sulla traiettoria circolare;
 $\omega_{\text{max}}^2 = (k/m)(r - r_0)/r$, $\omega_{\text{max}} = 5.2 \text{ rad/s}$;
- b) $E_m = E_k + E_p = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2 + \frac{1}{2} k (r - r_0)^2 = 0.52 \text{ J}$.
- 4.18 Quando il pallone arriva al suolo la sua energia è solo cinetica, assumendo nulla in
tale posizione l'energia potenziale associata alla forza peso. Il pallone riparte con
l'energia cinetica $E_k = \frac{1}{3} (\frac{1}{2} m v_0^2 + m g h)$. Per ottenere il valore minimo di v_0 si assume
che il pallone ritorni all'altezza h con velocità nulla, $v_0 = 2(g h)^{1/2} = 12.5 \text{ m/s}$.
- 4.19 a) $\Delta E_k = W = 0$, $W_F = -W_p = \Delta E_p = m g \Delta z = 98 \text{ J}$, b) $\mathcal{P} = W_F/t = 12.3 \text{ W}$.
- 4.20 Dalla conservazione dell'energia meccanica si ha: $v_H = (g h_A + v_A^2)^{1/2}$, $v_H = 11.25 \text{ m/s}$,
 $h_E = h_A + v_A^2/2g = 6.46 \text{ m}$.
- 4.21 a) $W = 3 \text{ J}$; b) sì, infatti $W = E_p(0, 0) - E_p(2, -1)$.
- 4.22 $v = h/t = 0.833 \text{ m/s} = 3 \text{ km/h}$, $\mathcal{P} = m g v + A v^3 = 2.57 \text{ kW}$.
- 4.23 a) $W = -\Delta E_p + F x_B = m g (y_A - y_B) + F x_B = 25.3 \text{ J}$;
- b) $W = \frac{1}{2} m v_B^2$, $v_B = 3.2 \text{ m/s}$.
- 4.24 $a = g(1 - \sin\theta - \mu \cos\theta)/2 = 0.75 \text{ m/s}^2$, quando A tocca il suolo
 $v_A = v_B = \sqrt{2 a h} = 1.22 \text{ m/s}$, $\frac{1}{2} m v_B^2 = m g \sin\theta \Delta x + \mu m g \cos\theta \Delta x$,
 $\Delta x = 0.09 \text{ m}$, in totale $d + \Delta x = 1.09 \text{ m}$.

- 4.25 a) $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \mu_d mgx$, $v = 2.9$ m/s;
 b) $F_{\min} = \mu_s mg / (\cos 50^\circ + \mu_s \sin 50^\circ) = 1.68$ N.
- 4.26 $k = (M + m)g/x_0 = 490$ N/m, si assume l'asse x rivolto verso l'alto e con l'origine, $x = 0$, nella posizione di equilibrio della molla compressa; le equazioni del moto per le due masse sono: $Ma = -Mg - kx - N$, $ma = -mg + N$, con N reazione vincolare, rivolta verso l'alto, esercitata dal piatto sull'oggetto. L'accelerazione è la stessa per il piatto e l'oggetto, se si muovono a contatto. $N = -kxm/(M + m)$, il contatto dell'oggetto con il piatto impone che $N \geq 0$ e quindi $x \leq 0$, cioè il piatto, con l'oggetto a contatto, si deve trovare al di sotto del punto di equilibrio. Dalla conservazione dell'energia, imponendo che il piatto con l'oggetto giunga nella posizione $x = 0$ con velocità nulla, $\frac{1}{2}kx_1^2 - (M + m)gx_1 = 0$, si ottiene $x_1 = 2(M + m)g/k = 4$ cm.
- 4.27 a) $T = mg$, $m = 0.5$ kg, per la conservazione dell'energia da A a B: $mgz_A = mgz_B + \frac{1}{2}k(z_A - z_B)^2$, $z_A - z_B = 2mg/k = 0.14$ m;
 b) in generale $mgz_A = E_k + mgz + \frac{1}{2}k(z_A - z)^2$,
 $E_k = mg(z_A - z_B) - \frac{1}{2}k(z_A - z)^2$, $\frac{dE_k}{dz} = 0$, da cui $z_A - z = mg/k = \frac{1}{2}(z_A - z_B) = 0.07$ m
 $E_{k, \max} = \frac{1}{2}m^2g^2/k = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$, $v_{\max} = g\sqrt{m/k} = 0.83$ m/s.
- 4.28 $mgh = \mu_1 mgd + \frac{1}{2}kl_0^2$, $h = 0.091$ m.
- 4.29 a) Dalla conservazione dell'energia $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}kx^2$, $x = v_0(m/k)^{1/2} = 0.08$ m;
 b) nel secondo caso non si ha la conservazione dell'energia, $E_{m, \text{fin}} - E_{m, \text{in}} = \frac{1}{2}kx'^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W_{\text{diss}} = -\mu mgx'$, $\mu = 0.016$.
- 4.30 a) $F - T = 0$, $T - m_2g - kx = 0$, $x = (F - m_2g)/k = 0.08$ m;
 b) $F - m_2g = (m_1 + m_2)a$, $a = 0.46$ m/s², $F_1 = m_1a_1 = 1.1$ N;
 c) $W = Fh = 9.9$ J, $\Delta E_{p2} = m^2gh = 8.82$ J;
 d) $h = \frac{1}{2}at^2$, $t = 1.62$ s; e) $E_k = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)(at)^2 = 1.08$ J;
 f) si nota che $W = E_k + \Delta E_{p2}$ e quindi si verifica il teorema dell'energia cinetica
 $W + W_{\text{peso}} = \Delta E_k$.
- 4.31 a) $a_2 = g \sin \theta = 1.7$ m/s²; b) $F_{\text{attr1}} = m_1 g \sin \theta = 8.51$ N;
 c) nell'istante in cui m_1 entra in moto si ha $m_1 g \sin \theta + kx = \mu_s m_1 g \cos \theta$, $x = 0.6$ m;
 d) $E_{m, \text{in}} = \frac{1}{2}m_2v_0^2 + mgh_{\text{in}}$, $E_{m, \text{fin}} = \frac{1}{2}m_2v^2 + mgh_{\text{fin}} + \frac{1}{2}kx^2$ (m_1 non partecipa in quanto in quiete), $mg(h_{\text{in}} - h_{\text{fin}}) = m g \sin \theta x$ e dalla condizione $E_{m, \text{in}} = E_{m, \text{fin}}$ si ricava $v = 0.71$ m/s.
- 4.32 a) $mgl = \frac{1}{2}mv^2 + mgl(1 - \cos \theta)$, $v = \sqrt{2gl \cos \theta}$;
 b) $a_N = v^2/l = 2g \cos \theta$, $a_T = -g \sin \theta$, $a = g\sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}$;
 c) $T = mg(3 \cos \theta - 2 \cos \theta_0) = 3 mg \cos \theta$.
- 4.33 a) Si ha la conservazione dell'energia: l'altezza deve essere la stessa (proprietà scoperta da Galileo);
 b) $mgL(1 - \cos \theta_0) = mg(L - h)(1 - \cos \phi_0)$, $\cos \phi_0 = \frac{L \cos \theta_0 - h}{L - h}$.
- 4.34 a) La condizione per l'equilibrio orizzontale è $T_1 \sin 60^\circ = T_2 \sin 30^\circ$,
 la condizione per l'equilibrio verticale è $T_1 \cos 60^\circ + T_2 \cos 30^\circ = mg$,
 $T_1 = mg/2 = 24.5$ N, $T_2 = mg(3/2)^{1/2} = 42.4$ N;
 b) dalla conservazione dell'energia: $mgh = mgl_1(1 - \cos 60^\circ) = \frac{1}{2}mv^2$, $l_1 = 0.74$ m, $l_2 = l_1/\tan 60^\circ = 0.43$ m.
- 4.35 $F\Delta t = mv_0$, $v_0 = 9.4$ m/s, $\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgR(1 + \sin 30^\circ)$,
 $v = 6.4$ m/s, $mv^2/R = mg \cos 60^\circ + R_N$, $R_N = 10.4$ N.



$$h = l_1 - l_1 \cos \theta = l_1(1 - \cos \theta)$$

Figura 4.34

- 4.36 $\frac{1}{2}mv_0^2 + mg2R = \frac{1}{2}mv^2 + mgR(1 - \cos 30^\circ) + F\pi R/2$, $v = 6.54 \text{ m/s}$,
 $mv^2/R = R_N - mg\cos 30^\circ$, $R_N = 3.28 \text{ N}$.
- 4.37 a) $T_A - mg = mv_A^2/R$, $\frac{1}{2}mv_B^2 + 2mgR = \frac{1}{2}mv_A^2$, $R = 1.14 \text{ m}$
 b) $T_C = mv_C^2/R$, $\frac{1}{2}mv_C^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgR$, $T_C = 78.4 \text{ N}$.
- 4.38 a) $F_m \Delta t = mv_0$, $F_m = 234.5 \text{ N}$, da O ad A la velocità del corpo non varia poiché F_m agisce solo durante la percossa e la guida è liscia e orizzontale;
 b) nel tratto curvo si applica il teorema dell'energia cinetica, $W = W_{\text{peso}} + W_{\text{att}} = \Delta E_k$,
 $W_{\text{peso}} = -\Delta E_p = -mgR$, $-mgR + W_{\text{att}} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$, $v_B = 1.3 \text{ m/s}$;
 c) in A $R_N - mg = mv_0^2/R$, $R_N = 33.9 \text{ N}$.
- 4.39 a) Dalla conservazione dell'energia: $\frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgR$, $\frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 + 2mgR$, $v_B = 17.4 \text{ m/s}$, $v_C = 14.3 \text{ m/s}$;
 b) in A $R_{N,A} - mg = mv_A^2/R$, in B $R_{N,B} = mv_B^2/R$, in C $R_{N,C} + mg = mv_C^2/R$, $R_{N,A} = 18.0 \cdot 10^3 \text{ N}$, $R_{N,B} = 12.1 \cdot 10^3 \text{ N}$, $R_{N,C} = 6.2 \cdot 10^3 \text{ N}$;
 c) v_A è minima se $R_{N,C} = 0$, $v_A = (5gR)^{1/2} = 15.7 \text{ m/s}$.
- 4.40 a) Scrivendo l'accelerazione $a = (dv/dx)(dx/dt)$, $a = A^2/2 = 12.5 \text{ m/s}^2$, $\mathcal{P} = mav = mA^3x^{1/2}/2 = 4.4 \text{ W}$;
 b) $J = m(v_2 - v_1) = 0.1 \text{ Ns}$.
- 4.41 $\Delta E_k = 0 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W_F = \int_R^x F dx = -mk(1/R - 1/x)$, $v_0^2 = 2k(1/R - 1/x)$, v_0 è la velocità iniziale necessaria per percorrere la distanza $x - R$; dall'espressione di v_0^2 si ricava x , $x = R/(1 - Rv_0^2/2k)$; pertanto deve essere $x > R$ e quindi $v_0^2 < 2k/R$; se $v_0^2 = 2k/R$, x è infinito: il punto si allontana indefinitamente, la forza F non è in grado di trattenerlo, $v_0 = (2k/R)^{1/2}$ si chiama velocità di fuga.
- 4.42 a) Nella caduta in un liquido viscoso a regime risulta: $mg = mkv_0$, $v_0 = g/k$, pertanto $k = 19.6 \text{ s}^{-1}$, nel moto orizzontale viscoso $v(x) = v_0 - kx$, $x = v_0/k = 0.026 \text{ m}$;
 b) $W = \Delta E_k = \frac{1}{2}mv_0^2 = -10^{-3} \text{ J}$.