

PROBLEMI

- 2.1 Un punto percorre una traiettoria circolare con velocità costante in modulo $v = 0.3 \text{ m/s}$. La velocità cambia la sua direzione di 45° nel tempo $\Delta t = 5 \text{ s}$. Calcolare: a) le componenti e b) il modulo dell'accelerazione.
- 2.2 Considerando le lancette dei minuti e delle ore di un orologio a partire dalla posizione di mezzogiorno, determinare le posizioni angolari in cui esse vengono a sovrapporsi.
- 2.3 Un punto P descrive un moto circolare uniforme lungo una circonferenza di raggio R . Il periodo T vale 7.1 s . Si osserva che la velocità massima del moto proiettato su un qualsiasi diametro vale $v_{\max} = 0.44 \text{ m/s}$. Calcolare: a) il valore di R e b) dell'accelerazione del punto.

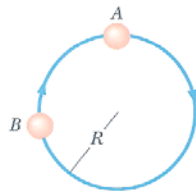
- 2.4 Un disco orizzontale di raggio R ruota con velocità angolare costante ω rispetto ad un asse verticale passante per il centro. Un punto P_1 , distante $r < R$ dal centro, ruota insieme al disco; un secondo punto P_2 , distante R dal centro, ruota anch'esso con il disco. Calcolare: a) le velocità v_1 e v_2 dei due punti e la velocità relativa $v_{2,1}$, b) le accelerazioni a_1 e a_2 dei due punti e l'accelerazione relativa $a_{2,1}$.
- 2.5 Una automobile affronta una curva circolare di raggio $R = 25 \text{ m}$. Calcolare la velocità massima dell'auto $v_{\max}$ se le ruote possono tollerare una accelerazione centripeta massima $a_N = 7 \text{ m/s}^2$ senza slittare.
- 2.6 Calcolare quanti giri al minuto deve compiere una pia-

46

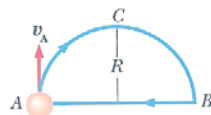
CAPITOLO 2 Cinematica del punto: moto nel piano

taforma circolare di raggio $r = 3 \text{ m}$ affinché un punto del bordo sia sottoposto ad un'accelerazione pari a $10 g$.

- 2.7 Un punto si muove con moto circolare uniforme lungo una circonferenza di raggio $R = 0.4 \text{ m}$. Nell'istante iniziale, quando si ha $\theta = 0$ e $\omega = \omega_0 = 5 \text{ rad/s}$, il punto inizia a frenare e si ferma dopo aver percorso un giro completo. Calcolare: a) il tempo t_0 impiegato a compiere il giro, b) il modulo dell'accelerazione del punto al tempo $t_0/2$.
- 2.8 Un punto si muove lungo una circonferenza di raggio $R = 0.5 \text{ m}$; esso parte dalla posizione A ($\theta = 0$) con velocità angolare iniziale nulla e fino ad una seconda posizione B ($\theta = 3\pi/2$) si muove di moto uniformemente accelerato con accelerazione angolare $\alpha = 2 \text{ rad/s}^2$. Dopo B frena uniformemente, continuando il moto sulla circonferenza, fino a fermarsi in A . Calcolare: a) il tempo impiegato da A a B , b) l'accelerazione centripeta in B , c) l'accelerazione tangenziale tra A e B .



- 2.9 Un punto P si muove di moto uniformemente accelerato lungo una semicirconferenza ACB , di raggio $R = 0.6 \text{ m}$. A e B sono gli estremi della semicirconferenza e C il punto centrale sulla stessa. In A la velocità di P_1 è $v_A = 0.8 \text{ m/s}$, in B la sua velocità è nulla. Da B il punto torna in A con moto uniformemente accelerato. Il tempo t_{ACB} è eguale al tempo t_{BA} impiegato percorrendo il diametro da B ad A . Calcolare: a) l'accelerazione tangenziale nel tratto ACB , b) il tempo t_{ACB} impiegato da A a B , c) l'accelerazione in C , d) l'accelerazione lungo il diametro BA .

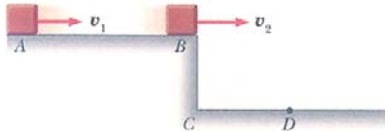


- 2.10 Un punto si muove lungo una circonferenza di raggio $R = 0.15 \text{ m}$; a partire dall'istante $t = 0$, in cui la velocità è nulla, si osserva che l'accelerazione centripeta ha l'espressione $a_N = 0.38t^2 \text{ m/s}^2$. Calcolare l'espressione di a_T .
- 2.11 Un punto si muove lungo un'orbita circolare di raggio $R = 0.2 \text{ m}$ con velocità angolare costante $\omega_0 = 15 \text{ rad/s}$. A partire dall'istante $t = 0$ fino all'istante $t_1 = 16 \text{ s}$ la sua accelerazione angolare vale $\alpha = -0.1 t \text{ rad/s}^2$; per $t \geq t_1$ α resta costante al valore -1.6 rad/s^2 fino a che il punto si ferma. Calcolare: a) il modulo dell'accelerazione a del punto nell'istante t_1 , b) in quale istante il punto si ferma.

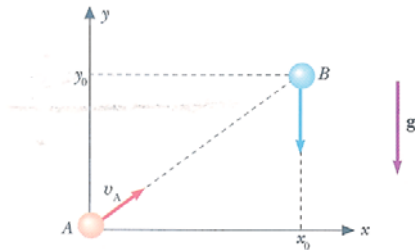
- 2.12 Un punto descrive una traiettoria circolare di raggio $R = 0.14 \text{ m}$, inizialmente con moto uniforme di velocità angolare $\omega_0 = 0.4 \text{ rad/s}$. All'istante $t = 0$ il moto diviene accelerato tangenzialmente con $\alpha = 0.2t \text{ rad/s}^2$. Calcolare all'istante $t = 8 \text{ s}$: a) la velocità angolare, b) il modulo dell'accelerazione, c) l'angolo che l'accelerazione forma con la tangente alla circonferenza.
- 2.13 La legge oraria di un moto circolare è $\theta = 4t - 3t^2 + 0.7t^3$, con θ espresso in radianti. Calcolare: a) all'istante $t = 0$ i valori della velocità angolare e dell'accelerazione angolare, b) all'istante $t = 2 \text{ s}$ quanto vale il rapporto tra l'accelerazione normale e l'accelerazione tangenziale.
- 2.14 Un punto si muove lungo una circonferenza di raggio $R = 0.6 \text{ m}$. La sua velocità ha la seguente espressione $v = 1/(At + B) \text{ m/s}$, con $A = 5 \text{ m}^{-1}$, $B = 1 \text{ (m/s)}^{-1}$. Calcolare: a) l'angolo θ che il raggio vettore forma con l'asse x dopo un tempo $t_1 = 2 \text{ s}$; all'istante $t = 0$ si assuma $\theta = 0$. Calcolare inoltre al tempo t_1 : b) il valore della velocità angolare, c) le componenti dell'accelerazione ed il suo modulo.
- 2.15 Un punto percorre un arco di circonferenza di raggio R con una equazione oraria data da $\theta = \theta_0 \sin \omega t$. Determinare: a) il valore massimo dell'accelerazione tangenziale a_T , b) quello dell'accelerazione centripeta a_N , c) i tempi t_T e t_N corrispondenti alle condizioni di valore massimo delle due grandezze.
- 2.16 Un giocatore di golf lancia una palla a una distanza $d = 75 \text{ m}$. L'altezza massima raggiunta dalla palla nella sua traiettoria vale $h = 20 \text{ m}$; si assume che il terreno sia piano e si trascura la resistenza dell'aria. Calcolare: a) le componenti orizzontale e verticale della velocità iniziale v_0 della palla, b) le componenti normale e tangenziale dell'accelerazione della palla nell'istante dell'impatto con il suolo.
- 2.17 Determinare in quali condizioni l'altezza massima raggiunta dalla traiettoria parabolica di un punto con accelerazione g è eguale alla gittata.
- 2.18 Durante una esercitazione, un caccia militare vola orizzontalmente con una velocità costante $v_0 = 400 \text{ km/h}$, ad una altezza $h = 400 \text{ m}$ rispetto al suolo. Il pilota vuole colpire con un proiettile, lasciato cadere dall'aereo, un oggetto al suolo. Calcolare: a) a che distanza x_0 dall'oggetto, misurata lungo la direzione orizzontale, il pilota deve lanciare il proiettile per colpire l'oggetto. Si trascuri l'attrito con l'aria ed il moto della terra. Se l'oggetto al suolo si sta muovendo con velocità $v_1 = 50 \text{ km/h}$ concorde a quella dell'aereo, calcolare: b) a che distanza x_1 deve trovarsi l'aereo quando viene sganciato il proiettile.
- 2.19 Un oggetto viene lasciato cadere da una torre alta 30 m . Durante la caduta, a causa di un forte vento, subisce una accelerazione costante orizzontale, direzione dell'asse x , $a = 15 \text{ m/s}^2$. Calcolare, all'istante in cui l'oggetto arriva al

suolo: a) il tempo t_0 impiegato per toccare il suolo, b) la distanza x_0 dalla base della torre, c) le componenti della velocità ed il suo modulo, d) l'angolo θ di incidenza al suolo, rispetto all'asse orizzontale.

- 2.20 Un punto percorre il tratto AB orizzontale: in A ha velocità v_1 e in B ha velocità v_2 minore di v_1 in quanto tra A e B l'accelerazione vale $-kv$, con $k = 2.3 \text{ s}^{-1}$. Dopo B il punto prosegue nel vuoto e tocca il suolo in D . Si ha: $AB = b = 2.14 \text{ m}$, $BC = h = 1.5 \text{ m}$, $CD = d = 1.35 \text{ m}$. Calcolare il valore di v_1 .



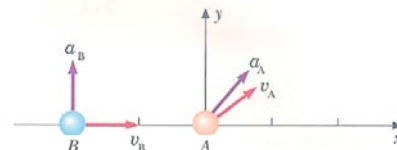
- 2.21 Una pallina A viene lanciata dall'origine degli assi cartesiani nello stesso istante in cui un'altra pallina B viene lasciata cadere da un punto di coordinate $x_0 = 3 \text{ m}$, $y_0 = 2 \text{ m}$. La direzione di lancio della prima pallina è quella della congiungente l'origine degli assi con il punto di coordinate x_0 , y_0 mentre la sua velocità iniziale vale, in modulo, $v_A = 8 \text{ m/s}$. Determinare le coordinate x_i , y_i del punto di incontro.



- 2.22 Un punto si muove su un piano orizzontale (x, y) . Al tempo $t_0 = 0$ si trova nell'origine del sistema di riferimento con una velocità iniziale $v_0 = 3 \text{ u}_y \text{ m/s}$. L'accelerazione è costante, $\mathbf{a} = 3 \text{ u}_x \text{ m/s}^2$. Calcolare al tempo $t = 2 \text{ s}$: a) le coordinate della particella, b) le componenti della velocità ed il suo modulo. Determinare inoltre: c) la traiettoria $y(x)$ nel piano.
- 2.23 Un punto si muove su un piano orizzontale (x, y) con la legge oraria $\mathbf{r} = At^3\mathbf{u}_x + (Bt^2 + C)\mathbf{u}_y$, con $A = 1 \text{ m/s}^3$, $B = 2 \text{ m/s}^2$ e $C = 6 \text{ m}$. Si determinino: a) la traiettoria della particella $y(x)$, b) il modulo della velocità e dell'accelerazione al tempo $t = 3 \text{ s}$.
- 2.24 Una particella si muove in un piano orizzontale (x, y) con la legge oraria $\mathbf{r} = A \cos(2t^2)\mathbf{u}_x + A \sin(2t^2)\mathbf{u}_y$, con $A = 0.2$

m. Determinare: a) il tipo di moto, b) le componenti ed il modulo della velocità e dell'accelerazione, c) al tempo $t_1 = 1 \text{ s}$ la posizione della particella.

- 2.25 Due particelle, A e B , si muovono nel piano orizzontale (x, y) . Al tempo $t_0 = 0$ la particella A si trova nell'origine del sistema cartesiano di riferimento con una velocità $v_{0A} = 2\mathbf{u}_x + 2\mathbf{u}_y \text{ m/s}$, mentre B si trova nella posizione di coordinate $(0, -2)$, con una velocità $v_{0B} = 4\mathbf{u}_x \text{ m/s}$. Le accelerazioni sono $\mathbf{a}_A = 2\mathbf{u}_x + 3\mathbf{u}_y \text{ m/s}^2$, $\mathbf{a}_B = 6\mathbf{u}_y \text{ m/s}^2$. Si determinino: a) l'istante t_i in cui si incontrano i due punti, b) le coordinate del punto di incontro (x_i, y_i) .



- 2.26 Un punto A si muove con velocità $v_A = 10 \text{ m/s}$ lungo il verso negativo dell'asse x , un secondo punto B si muove con velocità $v_B = 15 \text{ m/s}$ lungo il verso positivo dell'asse y . Al tempo $t = 0$ il punto A ha ascissa $x_{A0} = 20 \text{ m}$, mentre B ha ordinata $y_{B0} = -15 \text{ m}$. Determinare: a) in quale istante t_0 i due punti hanno la minima distanza, b) il valore h_m di tale distanza.

- 2.27 Due amici si trovano sulla riva di un fiume largo $d = 500 \text{ m}$ e vogliono raggiungere un punto P che si trova di fronte sull'altra riva. Il primo, A , decide di nuotare in una direzione inclinata di un angolo θ rispetto alla perpendicolare alla linea di sponda in modo che, per effetto della corrente, il suo moto risulti esattamente perpendicolare alla sponda stessa; il secondo, B , decide di attraversare il fiume nuotando in direzione perpendicolare alla linea di sponda e poi raggiungere a piedi il punto voluto camminando sull'altra riva. Sapendo che la velocità dei due amici quando nuotano in acqua ferma è $v_a = 2.5 \text{ km/h}$, che l'uomo B cammina alla velocità $v_i = 4 \text{ km/h}$ e che la velocità della corrente è $v_c = 1 \text{ km/h}$, determinare: a) il valore dell'angolo θ , b) quale dei due amici impiega un tempo minore.

