Grandezze derivate e analisi dimensionale

Energia Cinetica $\frac{1}{2}mv^2$ *misurata in* Joule J

Energia potenziale grav. mgh *misurata in* Joule J

Analisi dimensionale: $\frac{1}{2}mv^2 \left[\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2}\right] \Leftrightarrow mgh\left[\text{kg}\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,\text{m}\right]$

velocità della luce: $c = \lambda\nu \quad \left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right] = [\text{m Hz}]$

Pressione: Forza su una superficie $= \frac{F}{A} = [\text{Pa}] = \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right] = \left[\frac{\text{kg m}/\text{s}^2}{\text{m}^2}\right]$

1 atm = 1.013 ·10^5 Pa = 1013 mbar = 760 Torr = 14.7 psi (lbf/inch^2)

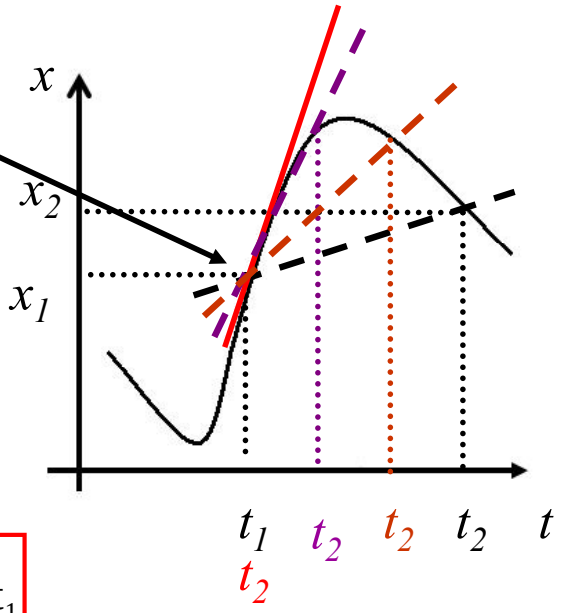
Velocità (rapidità di variazione della posizione)

velocità media $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

Pendenza della retta nera

velocità istantanea $v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$

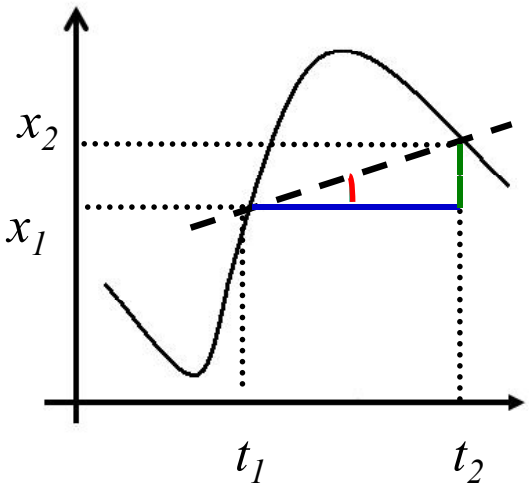
$v(t_1) = \left.\frac{dx}{dt}\right]_{t_1}$ = velocità calcolata in t_1

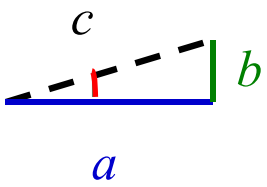


Pendenza della retta rossa

Pitagora e la pendenza di una retta

Sul grafico possiamo osservare che Δx individua il cateto opposto all'angolo θ, Δt il cateto adiacente.





$b/c = sen\,\theta$

$a/c = cos\,\theta$

$tan\,\theta = b/a$ pendenza data dal rapporto b/a

Moto rettilineo uniforme $v = v_0$ =costante

Si percorrono spazi uguali in tempi uguali

x= posizione del punto materiale in funzione del tempo t

velocità istantanea $v = v_m$

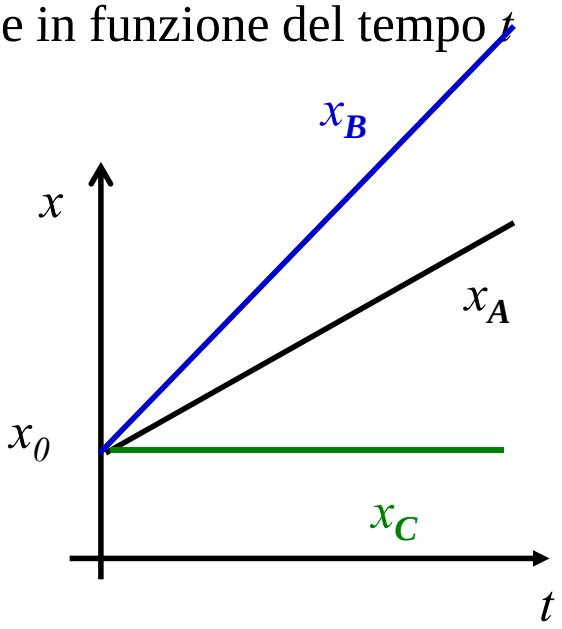
$x_A(t) = x_0 + v_{0A}t$

$v_{0B} > v_{0A}$

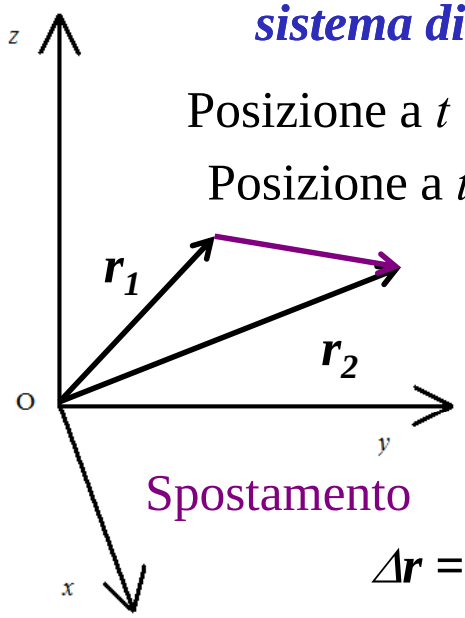
$x_B(t) = x_0 + v_{0B}t$

$v_{0c} = 0$

$x_C(t) = x_0 + 0 \cdot t$

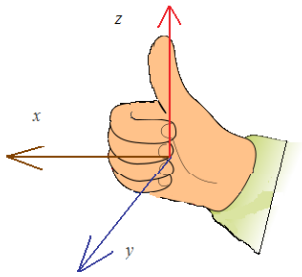


Nello spazio composizione di 3 D
sistema di assi coordinati cartesiani



Posizione a $t = t_1$: $\boldsymbol{r_1} = x_1 \cdot \boldsymbol{u_x} + y_1 \cdot \boldsymbol{u_y} + z_1 \cdot \boldsymbol{u_z}$

Posizione a $t = t_2$: $\boldsymbol{r_2} = x_2 \cdot \boldsymbol{u_x} + y_2 \cdot \boldsymbol{u_y} + z_2 \cdot \boldsymbol{u_z}$



Spostamento

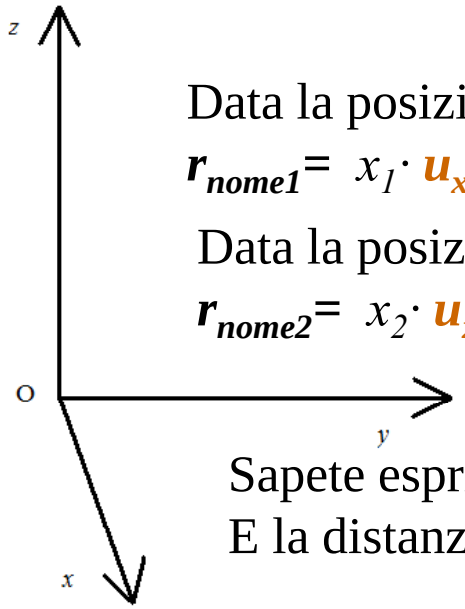
$$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r_2} - \boldsymbol{r_1} = (x_2 - x_1) \cdot \boldsymbol{u_x} + (y_2 - y_1) \cdot \boldsymbol{u_y} + (z_2 - z_1) \cdot \boldsymbol{u_z}$$

$$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r_2} - \boldsymbol{r_1} = \Delta x \cdot \boldsymbol{u_x} + \Delta y \cdot \boldsymbol{u_y} + \Delta z \cdot \boldsymbol{u_z}$$

$$\boldsymbol{v}_m = \frac{(\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \cdot \boldsymbol{u_x} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \cdot \boldsymbol{u_y} + \frac{\Delta z}{\Delta t} \cdot \boldsymbol{u_z}$$

$$\boldsymbol{v} = \frac{dx}{dt} \cdot \boldsymbol{u_x} + \frac{dy}{dt} \cdot \boldsymbol{u_y} + \frac{dz}{dt} \cdot \boldsymbol{u_z}$$

Esercizi



Data la posizionte del collega nome1

$\boldsymbol{r_{nome1}} = x_1 \cdot \boldsymbol{u_x} + y_1 \cdot \boldsymbol{u_y} + z_1 \cdot \boldsymbol{u_z}$

Data la posizionte del collega nome2

$\boldsymbol{r_{nome2}} = x_2 \cdot \boldsymbol{u_x} + y_2 \cdot \boldsymbol{u_y} + z_2 \cdot \boldsymbol{u_z}$

Sapete esprimere lo spostamento tra 1 e 2?
E la distanza ?

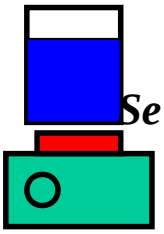
Se 1 lancia a 2 la gomma potremmo esprimere la posizione della gomma in 1 (al tempo t_1 e quella in 2 al tempo t_2, sapete esprimere la velocità media della gomma in notazione vettoriale cartesiana?

Il Calore (grandezza fisica)

- ***Energia*** trasmessa tra due corpi per effetto della loro differenza di temperatura: ***calore***.

- Studiamo in modo pratico come misurare il calore e come descrivere macroscopicamente il comportamento termico della materia.

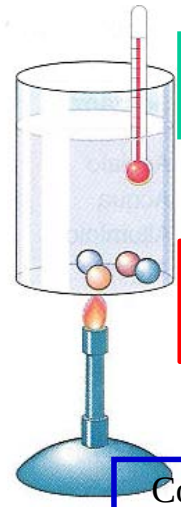
Con una sorgente di calore costante (fornello), si osserva: il corpo aumenta di temperatura fino a T equilibrio.



Se aumento la quantità di materia aumenta il tempo necessario per raggiungere la stessa temperatura finale.

Il tempo necessario cambia anche al cambiare del tipo di materiale.

Calore (Q) leggi fisiche



Con sorgente di calore costante, all'aumentare della quantità di materia aumenta il tempo necessario per avere la stessa variazione di T

$Q \propto m$; **per avere lo stesso**

Aumentando il calore fornito ottengo a parità di t, una maggiore variazione di temperatura

$$\Delta T \propto Q$$

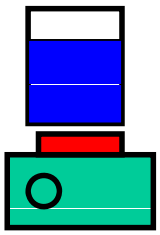
Con un altro materiale vedremmo che il tempo richiesto sarà diverso (Q) per ottenere lo stesso ΔT.

Questa proprietà peculiare di ogni materiale è detta calore specifico c

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

$$[Q] = \text{kcal}, \ [m] = \text{kg}, \ [\Delta T] = °\text{C}$$

Il calore ceduto o assorbito da un corpo di massa m è proporzionale alla variazione di temperatura ΔT, alla massa m ed al calore specifico Q.



Il Calore (unità di misura)

Unità di misura del calore kilocaloria (kcal).

Quantità di calore necessaria per aumentare di 1 °C,

da 14.5 °C a 15.5 °C 1.0 kg ***di acqua.***

Sistema Britannico British Thermal Unit (Btu***)***

Quantità di calore necessaria per aumentare di 1 °F, ***da*** 58.5 °F a 59.5 °F ***una*** lb ***di acqua.***

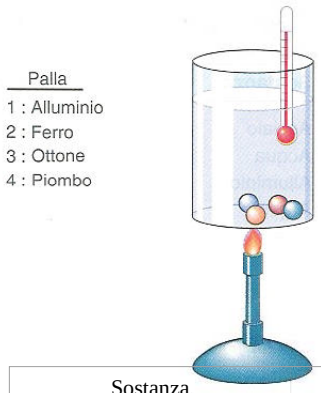
1 Btu = 0. 253 kcal.

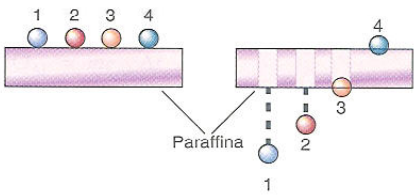
Equivalente meccanico (energia in Joule***).***

1 kcal = 1000 cal = 4186 J

1 Btu = 778 lbf ft =1055 J.

Calore specifico (c)





Palline di vari materiali in acqua bollente, Tutte le palline sono alla stessa temperatura.

$$T = 100\ ^{\circ}C$$

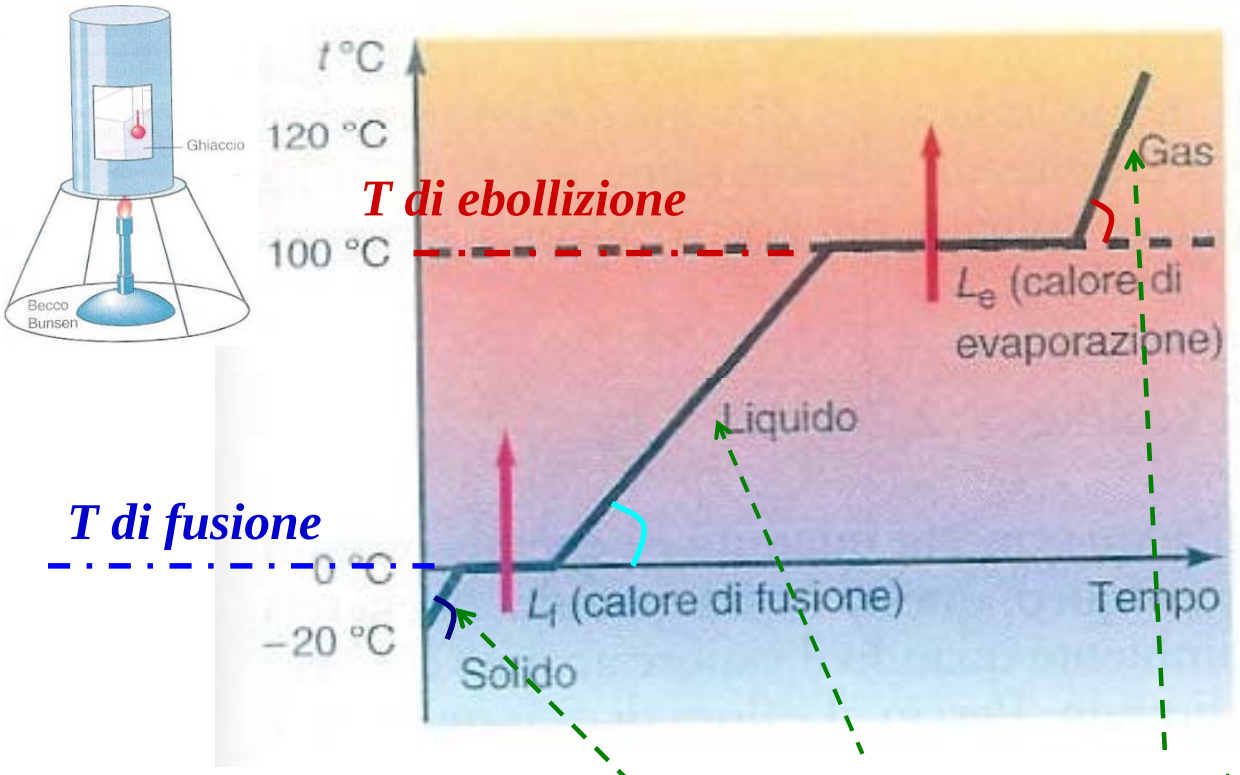
Vengono collocate sulla paraffina e per materiali diversi si avranno penetrazioni diverse del blocco di paraffina nonostante siano alla stessa temperatura.

Sostanza (a)	kcal/(kg °C) (b)	J/(kg °C) (c)
Acqua	**1,000**	**4186**
Alluminio	**0.215**	**900.0**
Ferro	**0.108**	**452.1**
Ghiaccio	**0.500**	**2093**
Ottone	**0.094**	**393.5**
Vapore acqueo	**0.481**	**2013**
piombo	0.031	129.8
vetro	0.20	837.2

$$Q = mc\Delta T$$

$$c = \frac{Q}{m\Delta T},$$

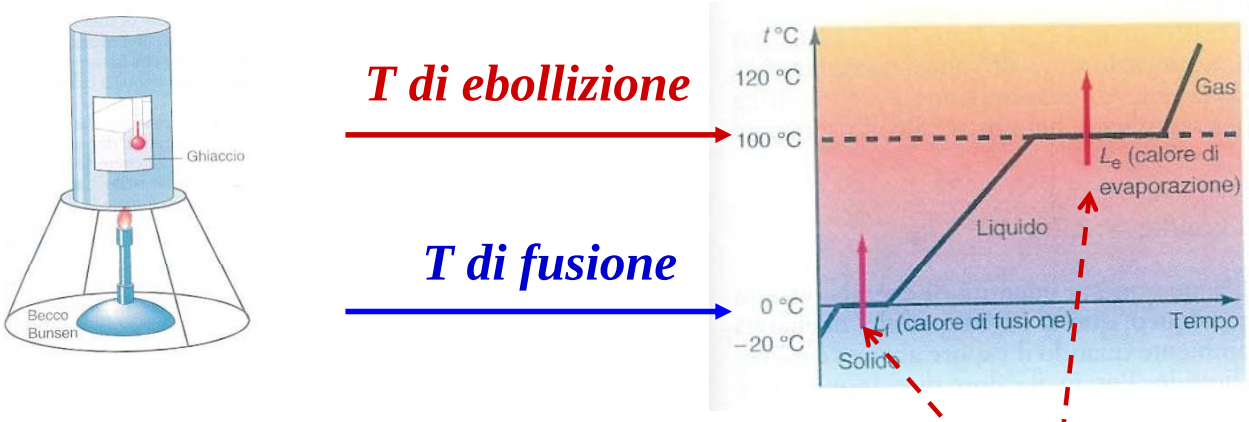
Diagramma di Fase di H_2O



$C = mc$ *capacità termica*

T aumenta $\Delta T = Q/(mc)$

Diagramma di Fase di H_2O



$$L_f = 79.7 \text{ kcal/kg}$$
$$Q_f = L_f \cdot m$$

Calore latente di fusione
raffr. solidificazione

T costante

$$L_e = 539 \text{ kcal/kg}$$
$$Q_e = L_e \cdot m$$

Calore latente di evaporazione
raffr. condensazione

Esercizio

Volete cuocervi della pasta, ma c'è un'interruzione dell'erogazione dell'acqua, ma per fortuna avete in frigo del ghiaccio.

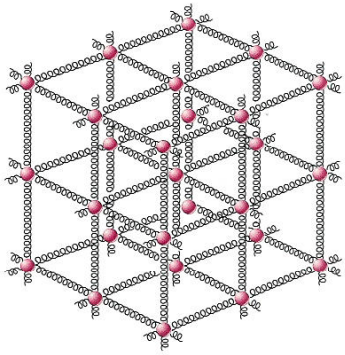
Supponete di avere 2.5 kg di ghiaccio a -20 °C calcolate quanti kWh di energia consumate per portarla all'ebollizione, eppoi bollirla per 10'.

Se avete un fornello elettrico guardate sulla bolletta il costo del kWh e fornite la spesa attesa.

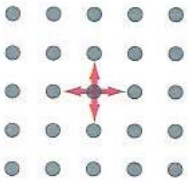
Fate un grafico $T=T(Q)$ per 2.5 kg.

Fornite gli calcoli per kg di ghiaccio.

Temperatura : materia e movimento



La più semplice struttura di un solido può essere rappresentata come in figura.



Più alta è la *T* del solido maggiore è la vibrazione delle molecole.

La temperatura di un corpo è indice dell'energia di movimento (cinetica) del corpo stesso.

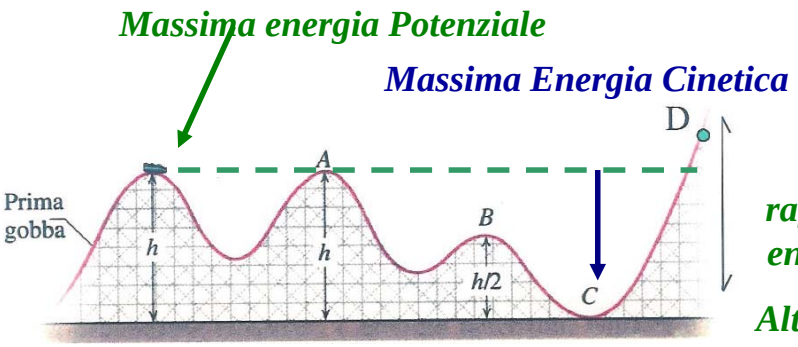
Dobbiamo quindi approfondire alcuni concetti basilari.

Energia e calore

Per capire il concetto di energia ci rivolgiamo ai nostri divertimenti.

L'energia descrive la capacità di un corpo di compiere lavoro.

Energia meccanica: cinetica e potenziale



Il punto D può essere raggiunto fornendo ulteriore energia dall'estero (Lavoro).

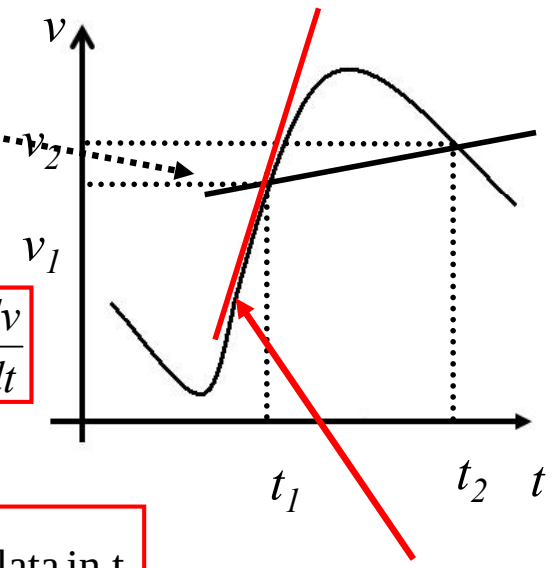
Altrimenti si raggiungerà solo il livello iniziale (linea verde).

Accelerazione (rapidità di var. di velocità)

$$\text{accelerazione media } a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Pendenza della retta nera

$$\text{accelerazione istantanea } a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$



$$a(t = 1\text{sec}) = \left.\frac{dv}{dt}\right]_{t_1} \text{ accelerazione calcolata in } t_1$$

Pendenza della retta rossa

Moto uniformemente accelerato

a = costante

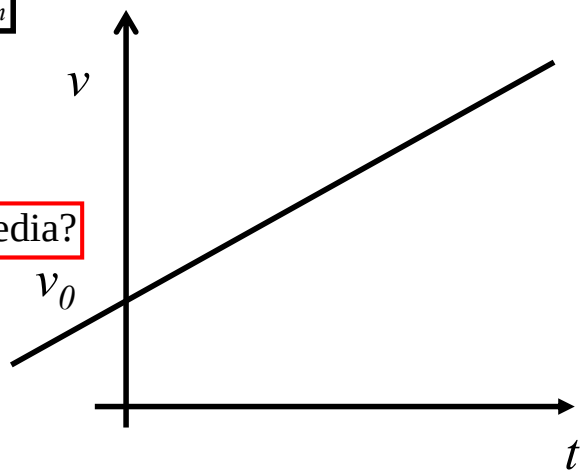
Si hanno aumenti di v uguali in tempi uguali

velocità istantanea $a = \boxed{a_m}$

$$\boxed{v(t) = v_0 + at}$$

Siamo in grado di fornire la velocità media?

$$\boxed{v_m(t) = \frac{v(t) + v_0}{2}}$$



Se $a > 0$ la velocità cresce linearmente nel tempo.

Posizione del punto per a= cost

velocità media $v_m = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - 0}$$

$$x = x_0 + v_m t$$

Dato che l'accel. è cost. $v = v_0 + at$

e anche $v_m = \dfrac{v_0 + v}{2}$

$$x = x_0 + \overbrace{\left(\frac{v_0 + v}{2}\right)}^{v_m} t = x_0 + \overbrace{\frac{v_0 + (v_0 + at)}{2}}^{v} t = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Moto uniformemente accelerato

$$\begin{cases} x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ v = v_0 + a \cdot t \end{cases}$$

Spostamento per moto uniformemente accelerato

$$\begin{cases} \boxed{x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2} \\ \boxed{v = v_0 + a \cdot t} \end{cases}$$

Eliminando il tempo nelle equazioni a lato

$$\begin{cases} \boxed{x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2} \\ \boxed{\frac{v - v_0}{a} = t} \end{cases}$$

Si ha

$$\boxed{2 \cdot a \cdot (x - x_0) = v^2 - v_0^2}$$

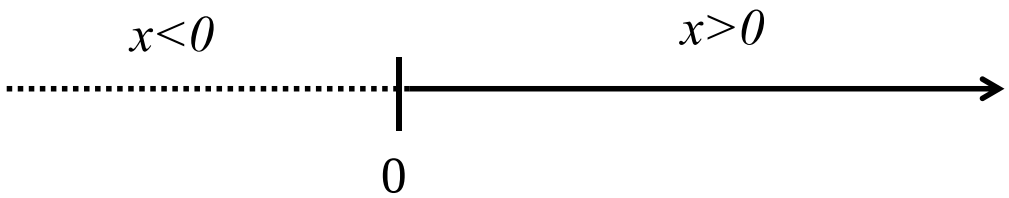
$a = accelerazione$

$(x - x_0) = spostamento$

$v =$ velocità finale

$v_0 =$ velocità iniziale

Attenzione ai segni in: $\boxed{2 \cdot a \cdot (x - x_0) = v^2 - v_0^2}$



$v \rightarrow$ Orientate come il verso positivo delle x sono da inserire con il segno +

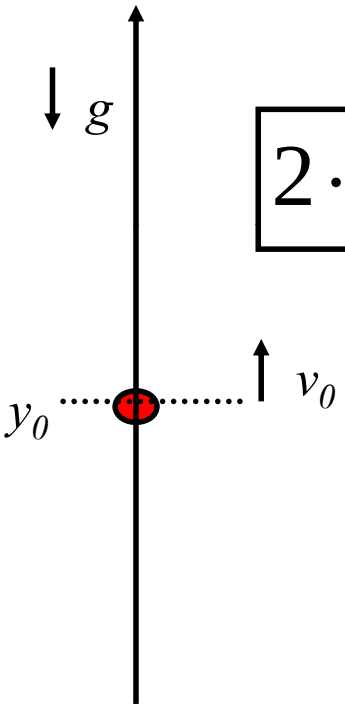
$v \leftarrow$ Orientate in verso opposto al verso positivo delle x sono da inserire con il segno -

$a \rightarrow$ Orientate come il verso positivo delle x sono da inserire con il segno +

$a \leftarrow$ Orientate in verso opposto al verso positivo delle x sono da inserire con il segno -

Moto dei gravi

$$a = -g = -9.8\, m/s^2$$

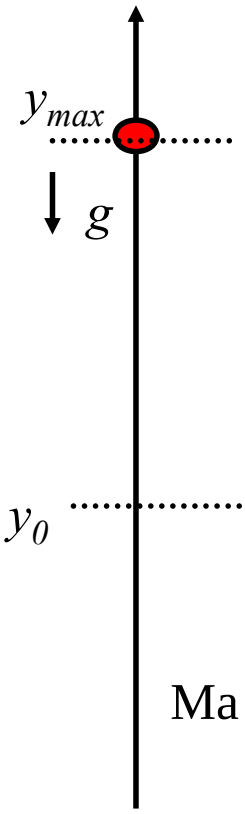


$$2\cdot(-g)\cdot(y-y_0)=v^2-v_0^2$$

A quale quota massima arriva un pomodoro lanciato con una velocità iniziale v_0 ?

La quota massima si ha quando $v=0$:

$$(y_{\max}-y_0)=\frac{v_0^2}{2g}\equiv y_{\max}=y_0+\frac{v_0^2}{2g}$$



Con quale velocità ricade il corpo dalla quota Massima fino ad y_0, il punto da cui era stato lanciato:?

La $2\cdot(-g)\cdot(y-y_0)=v^2-v_0^2$ va riscritta,

tenendo conto che ora in y_{max} v_0 =0 e la posizione iniziale è $y_0 = y_{max}$

$$2\cdot(-g)\cdot(y-y_{\max})=v^2$$

In y_0 si ha $v^2=2\cdot(-g)\cdot(y_0-y_{\max})$

Ma dalla relazione precedente $(y_{\max}-y_0)=\frac{v_0^2}{2g}$ si ha:

$$v^2=2\cdot(-g)\cdot\left(-\frac{v_0^2}{2g}\right)=v_0^2$$

- Esercizi:

Ricavare quanto vale v, quando il corpo cadendo ritorna nella posizione y_0 dalla relazione:

$$\boxed{2(-g)(y-y_0)=v^2-v_0^2} \ .$$

Ricavare il verso (segno di v in y_0) dalle relazioni

$$\begin{cases} \boxed{y=y_0+v_0t-\frac{1}{2}gt^2} \\ \boxed{v=v_0-gt} \end{cases}$$

Considerazioni sul formalismo?