Laboratorio di fisica per TFA

- Proposito di questo modulo:
  - Fornire gli strumenti teorici e pratici per affrontare esperimenti di laboratorio dal punto di vista quantitativo.
  - Effettuare alcuni esperimenti “a portata di mano”, per discutere le problematiche della teoria delle incertezze e da usarsi come linea guida per introdurre gli argomenti correlati.
  - Affrontare esperimenti semplici e “complessi”, per chiarire le problematiche e risolvere le incertezze più “nascoste”.

Testo di riferimento:

Ciullo G. “ Introduzione al laboratorio di Fisica”

(Springer- Verlag Italia, Milano, 2014)

http://www.springer.com/physics/book/978-88-470-5655-8

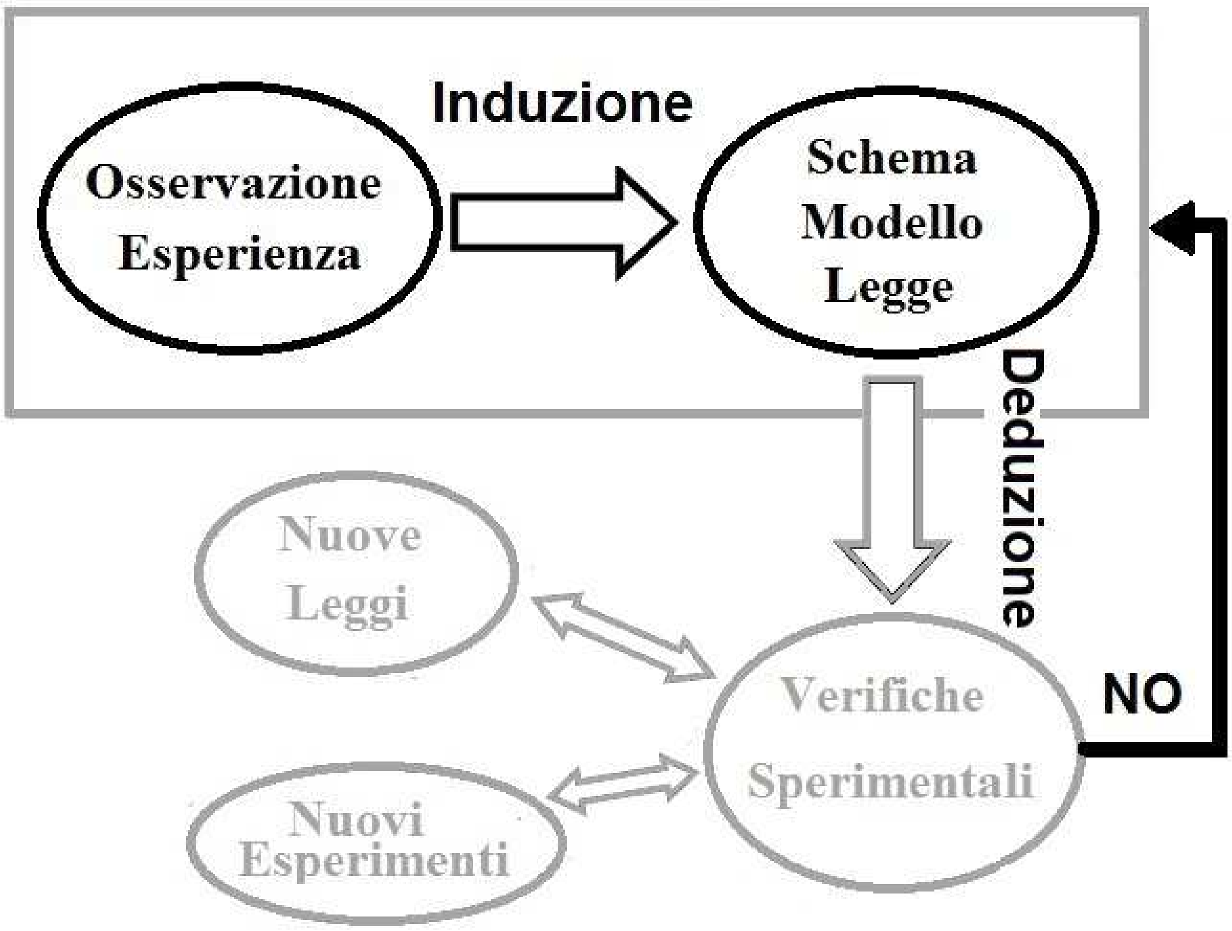
Dispense delle esperienze, fornite all’uopo e/o disponibili su un sito collegato al testo

http://www.fe.infn.it/u/ciullo/Introduzione_al_laboratorio.html

Laboratorio di fisica per TFA

- Con la Fisica ci si può e si può fare del male alle giovani menti:
  - Spesso si studia tanta matematica e tante leggi fisiche, poi si va in laboratorio e non si riesce a verificare neanche una legge semplice.
  - Bisogna prendere coscienza che ci sono:
    - metodi di misura a portata di mano (grossolani e … direi qualitativi)
    - → noi ci spingeremo nella direzione **quantitativa** anche su esperienze a portata di mano.
    - metodi di misura in laboratorio: complicazioni
      - dettaglio delle complicazioni,
      - metodi di misura in laboratorio.
    - Useremo esempi didattici semplici, analizzandone le incertezze:
      - il pendolo. la caduta del grave, il calorimetro fatto in casa, $V=RI$, la costante di Planck misurata con i LED, l'effetto fotoelettrico con un sistema didattico.

LA Fisica è una scienza quantitativa



Costruiamo un modello:
e dobbiamo trovare il modo
di verificarlo (rigettarlo)
quantitativamente.

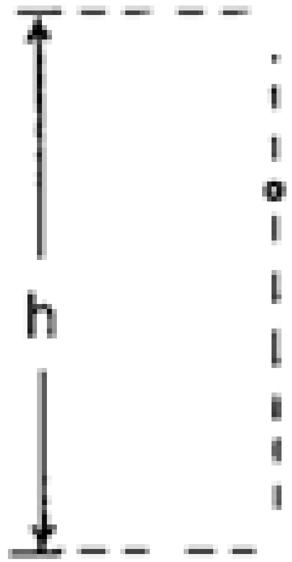
Per fare questo devo
avere un modello
e misurare –
quantitativamente
ogni grandezza in gioco.

Pensiamo ad alcuni semplici
modelli:

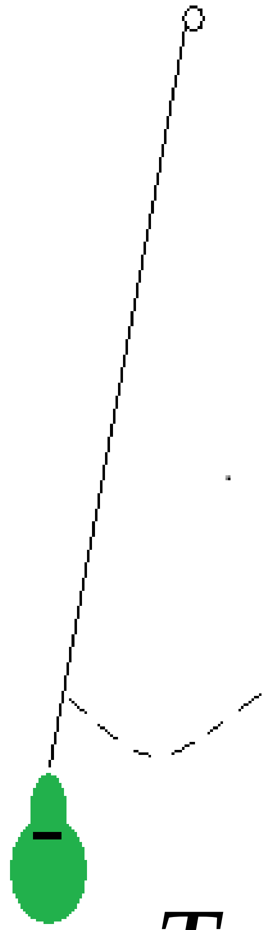
la caduta di un grave e
il pendolo sono
entrambi legati alla legge di
attrazione gravitazionale.

TFA: dal modellino alla misura

$$F_g = m\boldsymbol{g}$$



$$h = \frac{1}{2} g t^2$$



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Nel laboratorio
non devo ricavare le leggi,
ma verificarle (o meglio rigettarle).

Ma …

… almeno verifichiamo che sia corretta l'equazione.

Per il criterio di uguaglianza e di somma:

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

Posso sommare e uguagliare solo grandezze simili.

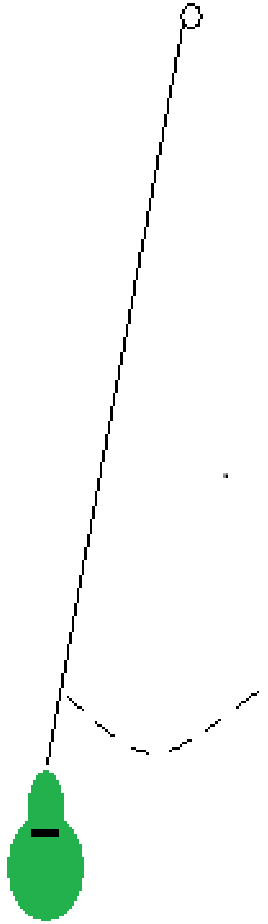
È necessario controllare, che una legge vada bene, con l'analisi dimensionale: SI – sommario.

http://www.bipm.org/utils/common/pdf/si_summary_en.pdf

e all'atto della misura (calcolo), che le unità di misura siano simili.

Se h in m, t in s e g in m s^{-2} : OK.

Analisi dimensionale: necessaria, ma non sufficiente.

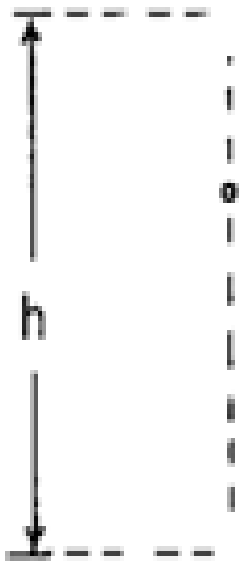


$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \text{ o } T = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{l}{g}} \ ?$$

Nelle scuole superiori possiamo verificare quale sia appropriata in laboratorio (anche in classe), piuttosto che dedurla dall'equazione differenziale?!?

$$ml\frac{\mathrm{d}^2\vartheta}{\mathrm{d}t^2} = mg\,\mathrm{sen}\,\vartheta \overset{\text{piccole oscillazioni}}{\approx} mg\vartheta$$

Misurare



$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

Misurare:

trovare una relazione tra la grandezza fisica e la sua unità di misura.

- Grandezza fisica:

entità che soddisfa il

- **criterio di uguaglianza**,
- **criterio di somma**,

e per l'universalità delle leggi fisiche si correda di

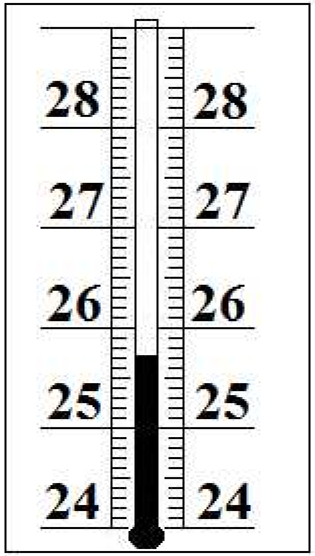
- **un campione di misura**:

universalmente riconosciuto ed immutabile nel tempo.

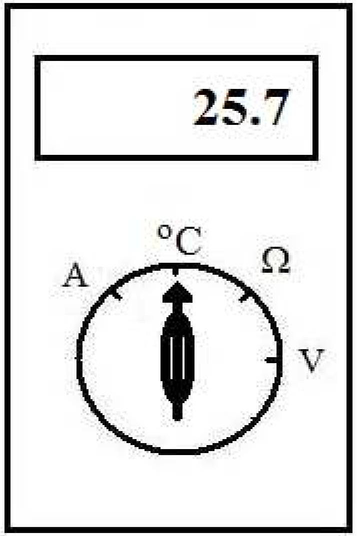
Non ci confrontiamo con il campione, ma usiamo strumenti "calibrati": l'incertezza di "*accuratezza*" è minore o al massimo uguale all'incertezza di "*misura*".

* Vedi conseguenze nell'incertezza di lettura.

Misura e incertezza di lettura



a)



b)

- Misura diretta per confronto con scale graduate o sensori
  - Per le scale graduate è "appropriato" (* vedi precedente trasparenza) utilizzare come incertezza ½ della minima quantità sulla scala, detta anche **unità fondamentale** o **risoluzione**.
  - La questione risulta più chiara nel caso di **visualizzatori digitali**.

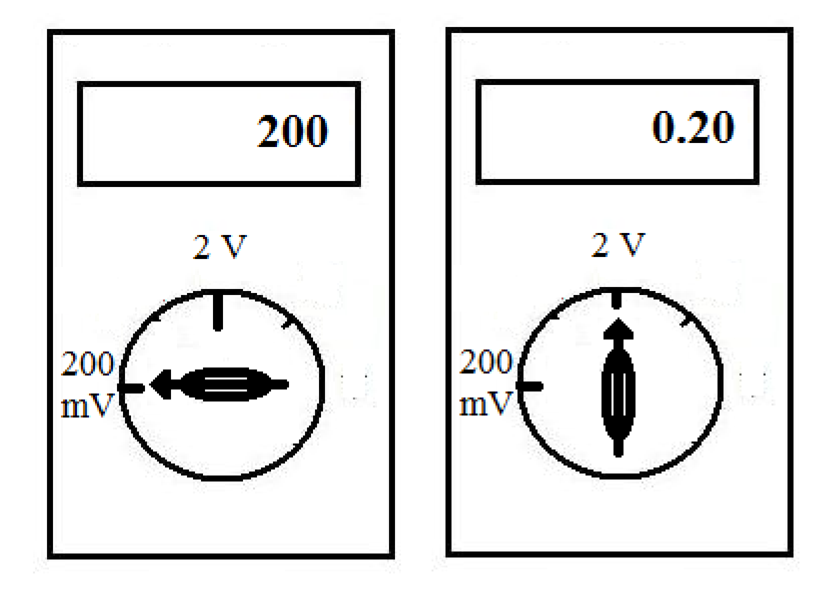
$$T = 25.7 \pm 0.05\ °\mathrm{C}$$

½ dell'unità fondamentale (u.f.) o risoluzione

$$25.7 - 0.05\ °\mathrm{C} \le T \le 25.7 + 0.05\ °\mathrm{C}$$

- Con il visualizzatore digitale, ormai più diffuso, il problema non si pone, nel poter risolvere più o meno la lettura. Ma ogni strumento anche analogico è accurato al limite della risoluzione, perciò si usa anche come incertezza **a priori**.

Sensibilità di misura e di lettura

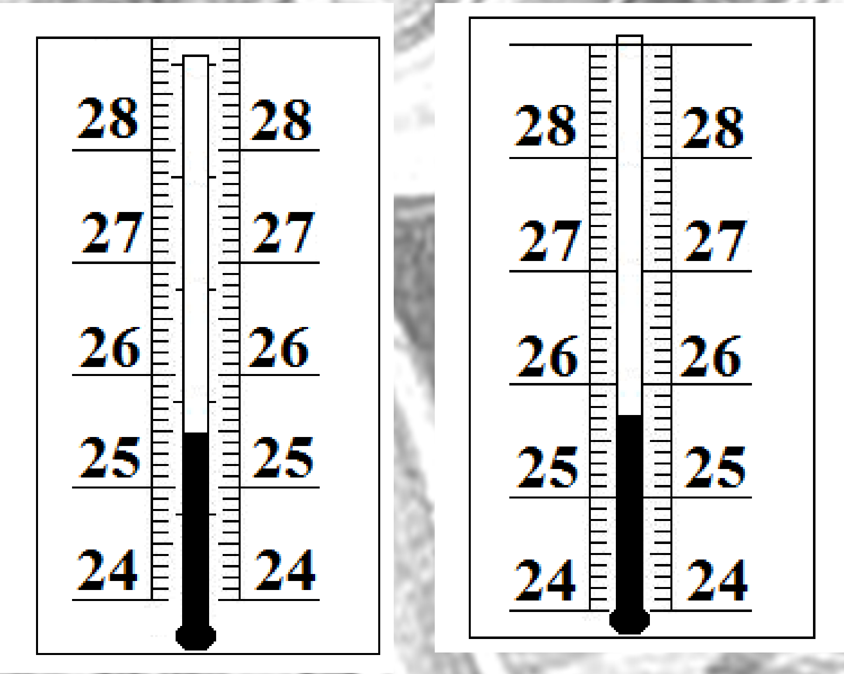


- **Sensibilità di lettura**:
  - minima variazione rilevabile in lettura.
- **Sensibilità di misura:**
  - minima variazione rilevabile da uno strumento:

  equivale alla sensibilità di lettura per il fondoscala minore.

- **Portata** di uno strumento, massimo valore misurabile.
- **Soglia** di uno strumento minimo valore misurabile.
- Strumenti con **fondoscala** (massimo valore di lettura) variabile forniscono **incertezze** di **lettura differenti**.

Incertezza di accuratezza*

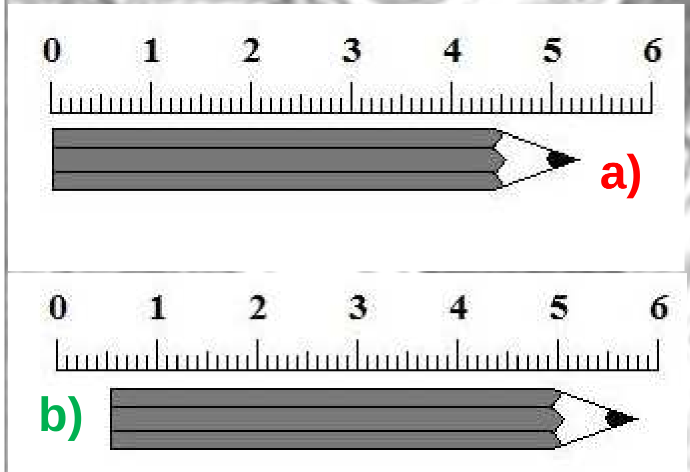


- Tali incertezze si presentano sempre con lo stesso segno (+ o -) rispetto al valore (vero), per individuarle, si devono calibrare gli strumenti o confrontarli con altri strumenti certificati.

Per calibrazione intendiamo, o tale procedura di confronto, o l'applicazione di una legge Fisica, che ci permetta sperimentalmente di isolare l'incertezza di accuratezza.

* Perciò **le leggi attese spesso sono qualitativamente, ma non quantitativamente accettabili.**

Misure: diretta e indiretta



- Misura diretta per confronto diretto con regoli (lunghezza).
  - Nel caso a) il regolo e inizio della matita sono sovrapponibili, la misura è la coincidenza della fine della matita con le tacche risolvibili: quanto e con che incertezza?

  53 mm e l'incertezza? (0.5 mm)

Caso b) Indiretta

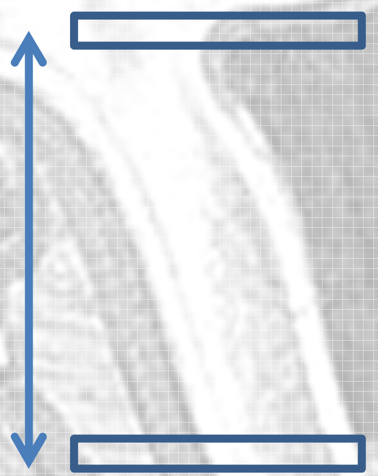
– La misura è frutto di una relazione,

tra due misure dirette

differenza tra la posizione finale della matita meno la posizione iniziale della matita.

- Velocità con tachimetro: diretta.
- Come rapporto tra spazio percorso e tempo impiegato: indiretta.

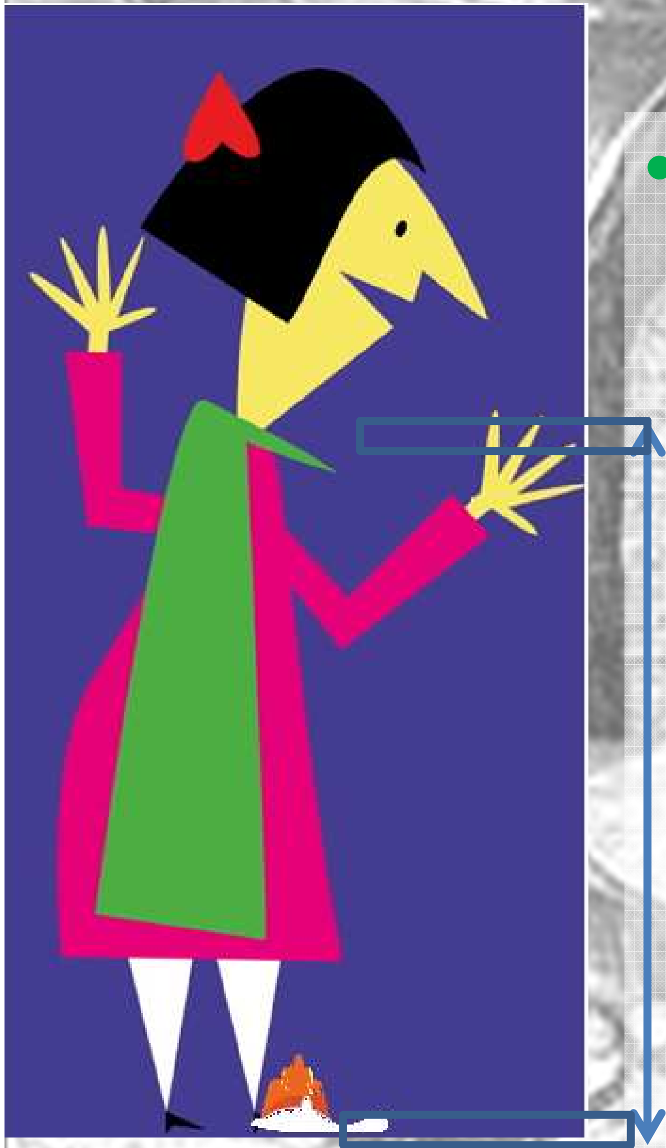
Sensoristica : abilità e/o complicazione



- Traguadri segnati su lavagna, parete,
  - Interruttore mano, sensore occhi.
    - incertezza su *h* misurata con un regolo (diretta-indiretta).
    - misura con cronometro (a casa con cellulare).
- si possono fare
  - misure singole,
  - misure ripetute.

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

Sensoristica: abilità e/o complicazione



- Utilizzare i propri sensori o interruttori:
  - Interruttore di sgancio: mano.
  - Sensore di arrivo: piede, l’udito, la vista.
  - Cronometrare con l’altra mano il tempo impiegato.
  - Magia o previsione: io sono alto h = 1.82 m mi aspetto t = 0.61 s.
  - Usare la caduta del grave per misurare l’altezza degli studenti.

Sfatiamo un altro mito: tempo di reazione

- Spesso il tempo di reazione “veniva” usato per aumentare l’incertezza e così allargare l’intervallo di fiducia della misura.
- Oggi con gli strumenti disponibili non è possibile usare questo trucco e bisogna sapere bene da dove vengono le incertezze.

La situazione risulta anche più amplificata se si utilizza il computer per l’acquisizione dei dati.

NON SI DEVE (non si può più truccare) TRUCCARE.

Per me l’approccio al laboratorio è una questione di etica.

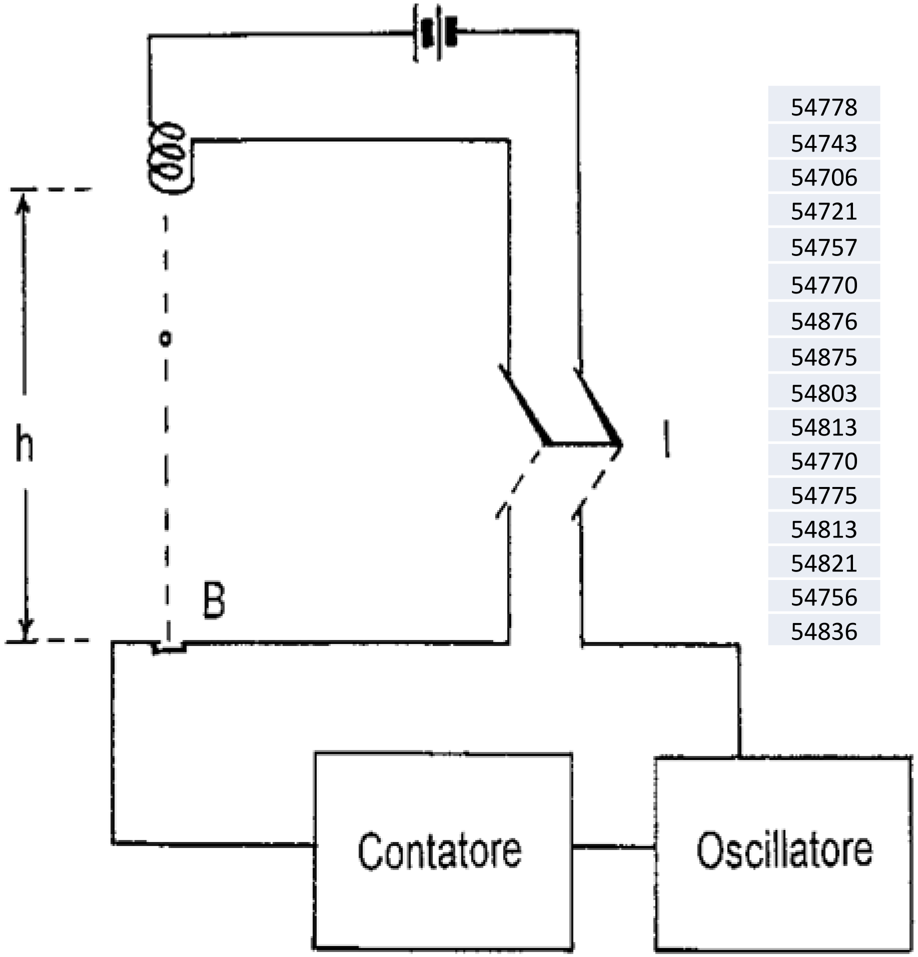
Riconosciamo di non essere in grado di fornire il modello adatto alla situazione sperimentale.
I dati di un esperimento sono inattaccabili … è il modello che non è appropriato alla situazione sperimentale.

Misure ripetute

- Ripetiamo la misura di tempo, lasciando cadere l'oggetto e osserviamo che otteniamo misure diverse ogni volta.
- Possiamo inventarci qualsiasi effetto e complicarci la vita, per controllarlo come nell'esperienza seguente.
- Ma osserveremo che se miglioriamo la risoluzione, abbiamo la comparsa di incertezze casuali.

Apparato per la misura precisa di *g*:

maggiore precisione = maggiore complicazione



- L’interruttore alimenta l’elettromagnete, che sostiene una sferetta.
- Si commuta l’interruttore, che rilascia la sferetta, e collega il generatore di impulsi al contatore (inizio).
- Quando la sfera passa attraverso un altro interruttore (B ad induzione magnetica) allora si apre il circuito tra contatore e oscillatore (fine).

54778, 54743, 54706, 54721, 54757, 54770, ecc. ecc.

Discutiamo un caso con buon controllo

- **Pendolo utilizzabile in classe, ottimo per introdurre le incertezze casuali.**
- **Si osserva che le rilevazioni si distribuiscono in un modo simmetrico rispetto ad un valore centrale.**
- **Incertezze casuali: compaiono con la stessa probabilità con segno positivo e segno negativo.**

Ci sono esperienze che possiamo condurre con facilità in classe?

- **Il pendolo è un Sistema, che utilizzo per introdurre la teoria delle incertezze.**
- **Posso prevedere qual è il periodo di oscillazione del pendolo?**

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

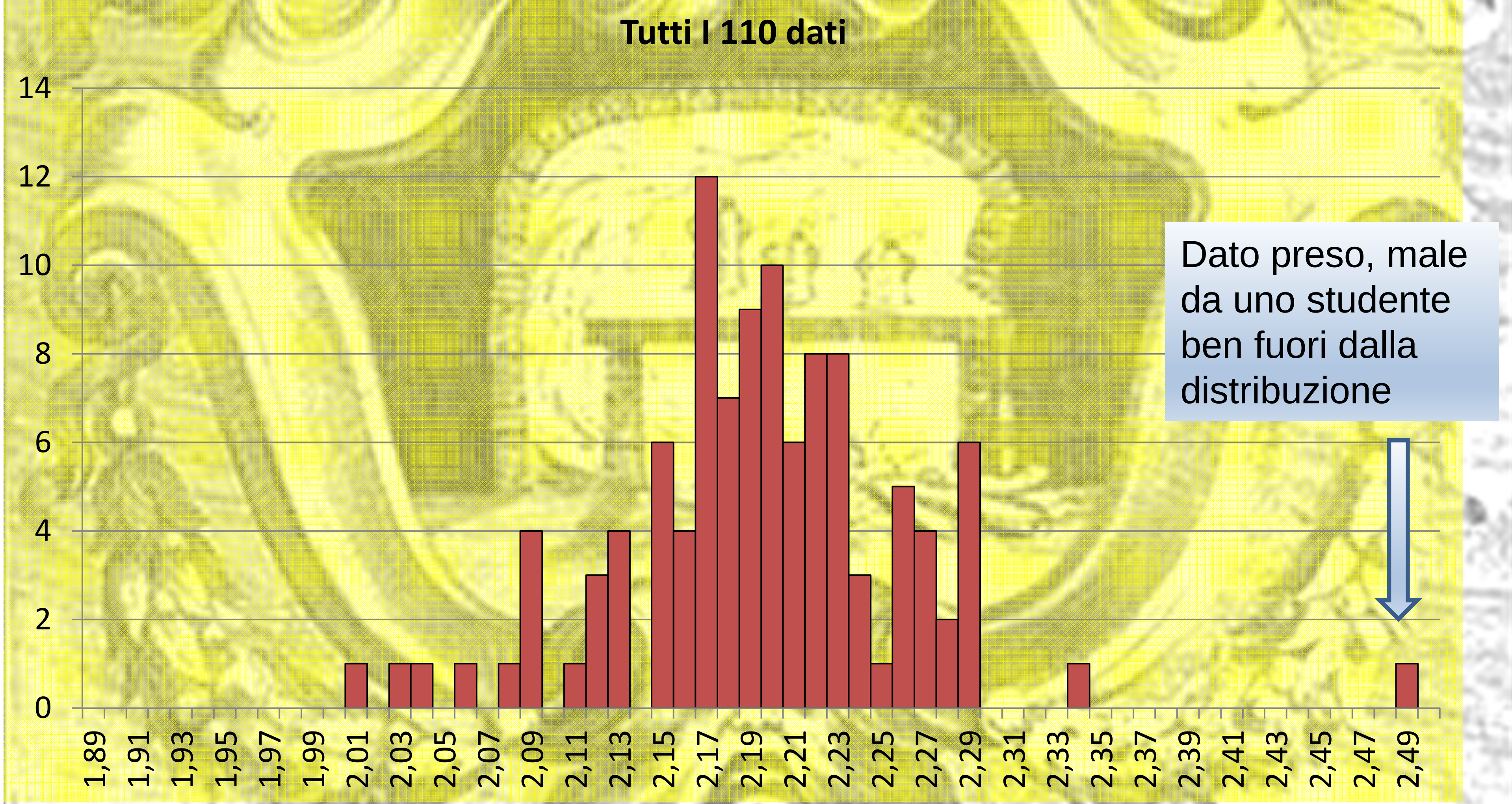
- **Da sperimentale prendo la legge e la verifico, userò il sistema, per presentare come possa essere l'approccio sperimentale.**
- **PREVISIONI: su un cordino ed un piombo pescato a 15 m di profondità ad Otranto, di fronte alla ex cava di Bauxite.**

Per $l \sim 115$ m e g = 9.807 m s^{-2} mi aspetto $T = 2.15$ s.

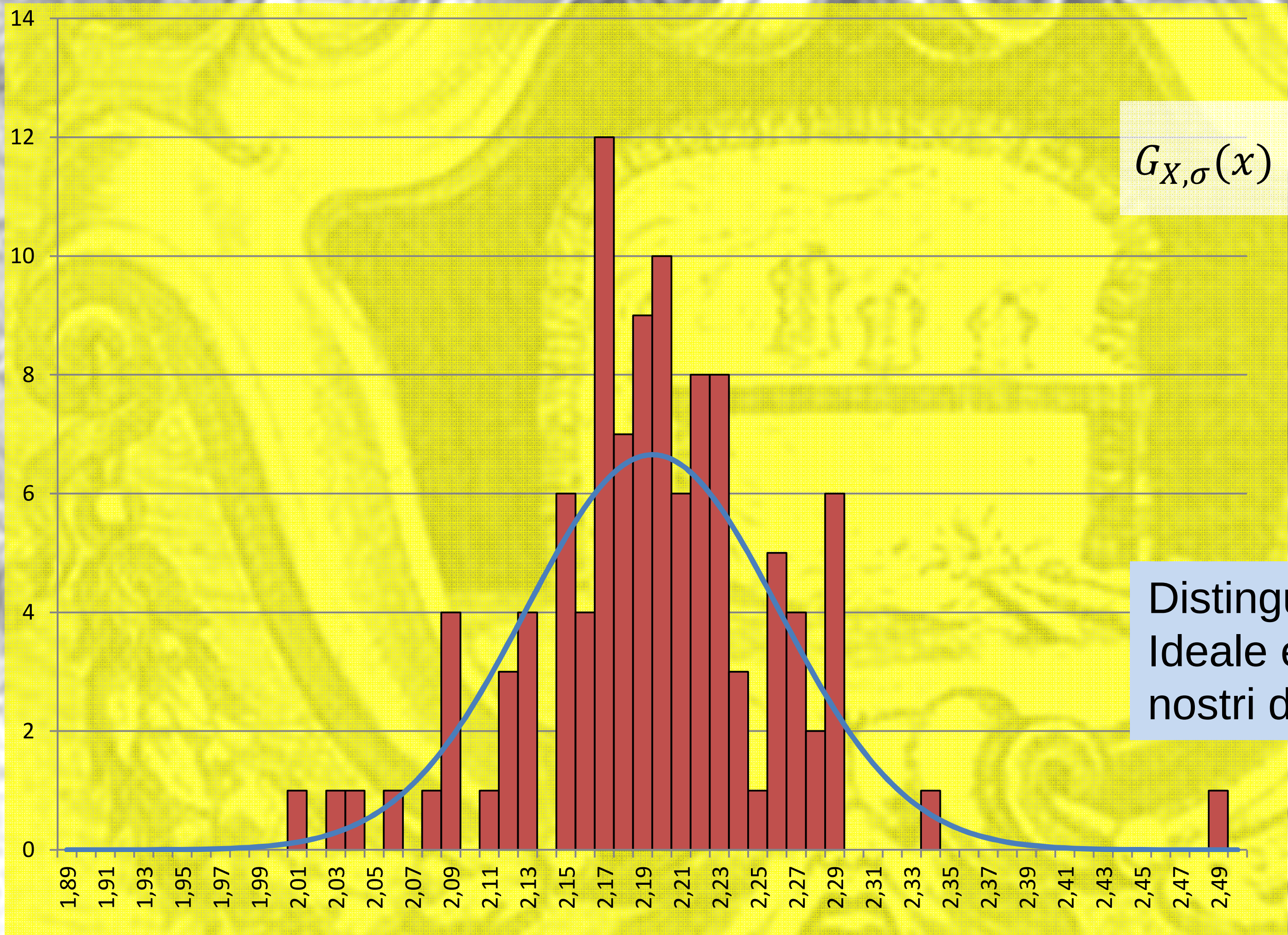
Misure ripetute (1 osc. 10 v.) da 10 studenti

$j_{studente}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
***i* dati**	S.	L.1	M1	N	M2	A	L2	S	E	F	M3
1	2,49	2,15	2,16	2,22	2,27	2,18	2,24	2,20	2,09	2,20	2,23
2	2,03	2,18	2,19	2,17	2,23	2,12	2,21	2,19	2,21	2,22	2,18
3	2,15	2,18	2,28	2,19	2,09	2,22	2,12	2,29	2,18	2,23	2,04
4	2,15	2,16	2,29	2,29	2,23	2,19	2,20	2,28	2,19	2,19	2,24
5	2,17	2,18	2,22	2,20	2,22	2,17	2,22	2,21	2,26	2,26	2,34
6	2,08	2,13	2,20	2,17	2,13	2,21	2,17	2,22	2,12	2,22	2,17
7	2,06	2,18	2,11	2,17	2,23	2,09	2,17	2,26	2,20	2,27	2,19
8	2,29	2,19	2,21	2,26	2,29	2,13	2,21	2,15	2,20	2,29	2,15
9	2,20	2,16	2,17	2,27	2,20	2,13	2,25	2,23	2,17	2,27	2,17
10	2,15	2,01	2,19	2,16	2,24	2,17	2,26	2,23	2,23	2,20	2,09

Distribuzione dei dati organizzati con classi di larghezza uguale alla risoluzione.



Curva attesa per misure affette da incertezze casuali (Gaussian)

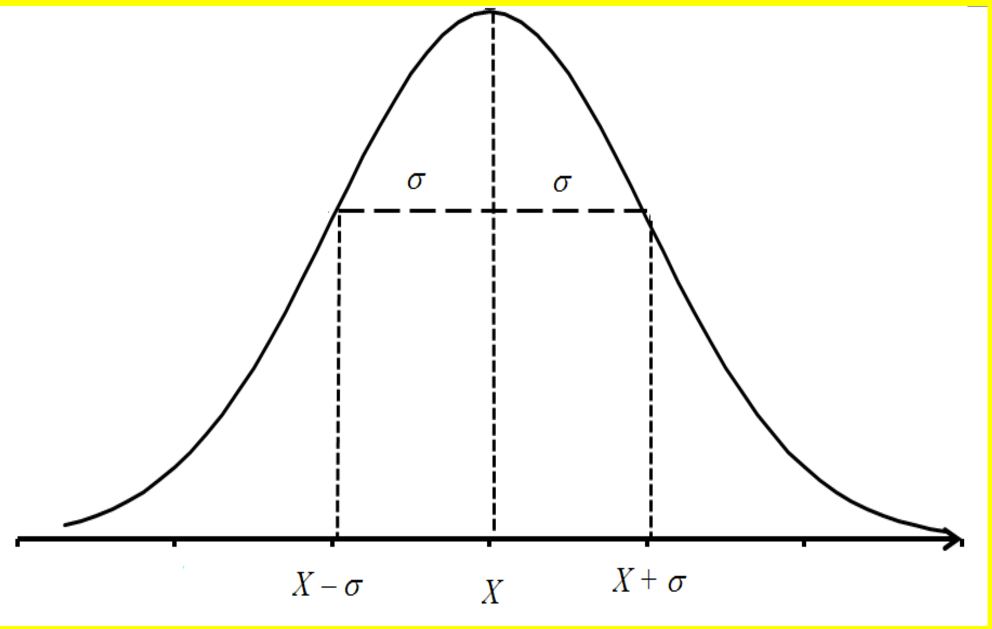


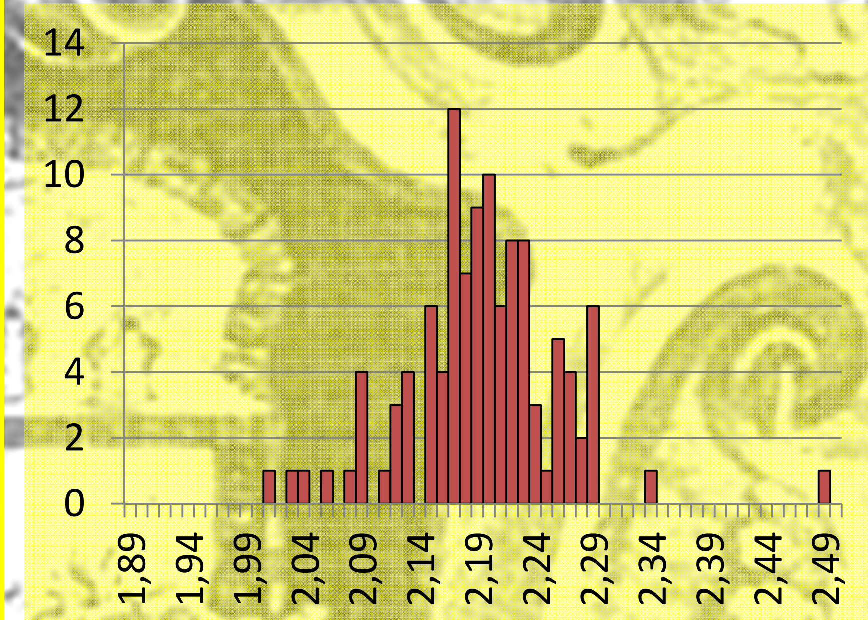
$$G_{X,\sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\ \sigma} e^{-{(x-X)^2}/{2\sigma^2}}$$

$$G_{(X,s)} \Delta x N$$

Distinguiamo tra la curva Ideale e la distribuzione dei nostri dati

Curva attesa per misure affette da incertezze casuali-gaussiana





X centralità – valore più probabile
σ unico punto individuabile sulla curva, cambio di concavità, preso per questo come distanza (deviazione) standard

X stimato con i dati media $\bar{x}$

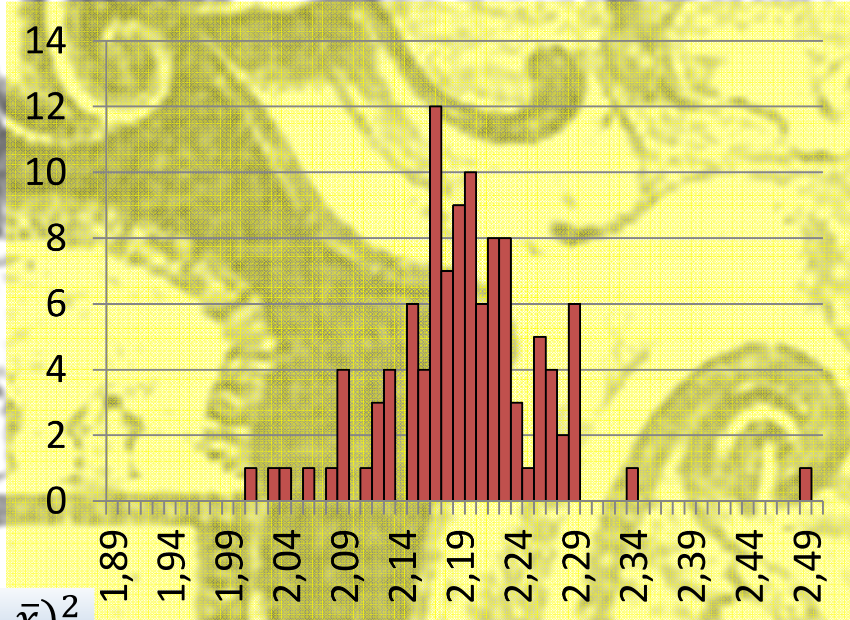
σ stimato dai dati come deviazione standard del campione σ_x

Stime dei parametri dai

Se abbiamo $x_1, x_2, \dots, x_n$ dati:

$$X_{ms} = \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

$$X_{ms} = \bar{x} = \frac{\sum_1^n x_i}{n}$$



$$\sigma_{ms}^2 = \sigma_x^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_2 - \bar{x})^2}{n-1}$$

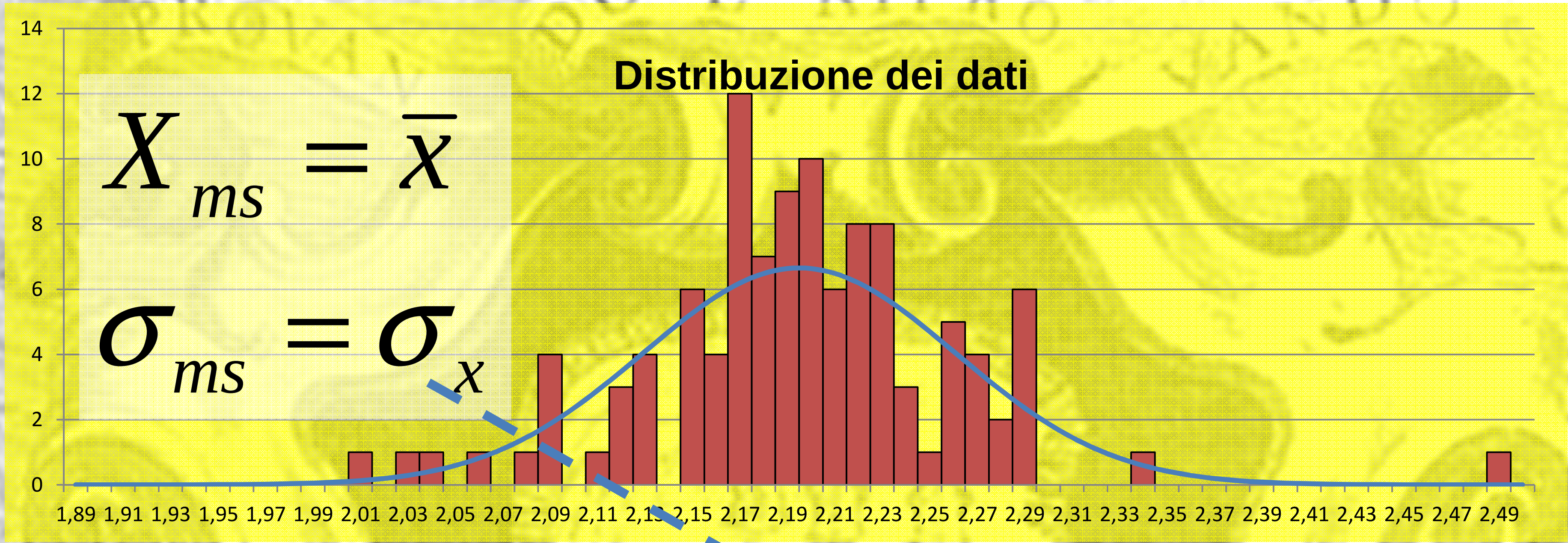
$$\sigma_{ms} = \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

σ stimato dai dati come deviazione standard del campione σ_x

Media, dev. Stand. e dev. Stand. media

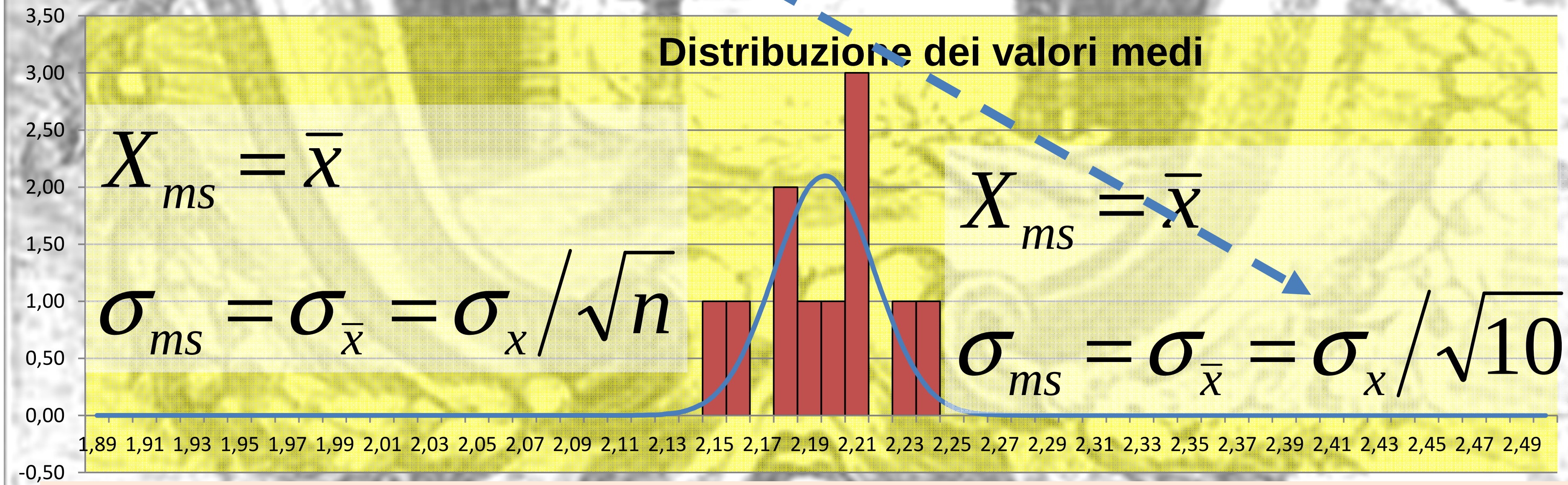
	$j_{studente}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	Nome											
i_{misura}	1	2,49	2,15	2,16	2,22	2,27	2,18	2,24	2,20	2,09	2,20	2,23
	2	2,03	2,18	2,19	2,17	2,23	2,12	2,21	2,19	2,21	2,22	2,18
	3	2,15	2,18	2,28	2,19	2,09	2,22	2,12	2,29	2,18	2,23	2,04
	4	2,15	2,16	2,29	2,29	2,23	2,19	2,20	2,28	2,19	2,19	2,24
	5	2,17	2,18	2,22	2,20	2,22	2,17	2,22	2,21	2,26	2,26	2,34
	6	2,08	2,13	2,20	2,17	2,13	2,21	2,17	2,22	2,12	2,22	2,17
	7	2,06	2,18	2,11	2,17	2,23	2,09	2,17	2,26	2,20	2,27	2,19
	8	2,29	2,19	2,21	2,26	2,29	2,13	2,21	2,15	2,20	2,29	2,15
	9	2,20	2,16	2,17	2,27	2,20	2,13	2,25	2,23	2,17	2,27	2,17
	10	2,15	2,01	2,19	2,16	2,24	2,17	2,26	2,23	2,23	2,20	2,09

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\overline{x_j}$	2,18	2,15	2,20	2,21	2,21	2,16	2,21	2,23	2,19	2,24	2,18
σ_j	0,13	0,05	0,05	0,05	0,06	0,04	0,04	0,04	0,05	0,04	0,08



$$X_{ms} = \bar{x}$$

$$\sigma_{ms} = \sigma_x$$



$$X_{ms} = \bar{x}$$

$$\sigma_{ms} = \sigma_{\bar{x}} = \sigma_x \big/ \sqrt{n}$$

$$X_{ms} = \bar{x}$$

$$\sigma_{ms} = \sigma_{\bar{x}} = \sigma_x \big/ \sqrt{10}$$

Abbiamo la stima migliore di σ_x con tutti i dati, la usiamo per stimare la dev. st. della

Combinare le incertezze

Supponete di leggere la temperatura e osservare solo due valori x_1 = 25 °C e x_2 =26 °C, Il misuratore oscilla sempre tra questi due valori. Supponiamo di avere *n* adati, saranno *n*/2 x_1 e *n*/2 x_2.

$$\bar{x} = \frac{{}^{n}/_{2}\, x_1 + {}^{n}/_{2}\, x_2}{n} = \frac{n}{2}\frac{x_1 + x_2}{n} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$\bar{x} = 25.5\ °\mathrm{C}$$

$$\bar{x} = x_1 + \frac{1}{2} u.f.$$

$$\bar{x} = x_2 - \frac{1}{2} u.f.$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\frac{n}{2}(x_1 - \bar{x})^2 + \frac{n}{2}(x_2 - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{n}{2}\frac{(-{}^{1}/_{2}\, u.f.)^2 + ({}^{1}/_{2}\, u.f.)^2}{n-1}}$$

$$\sigma_x == \sqrt{\frac{n}{2}\frac{1/4(u.f.)^2 + 1/4(u.f.)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{n}{4}\frac{(u.f.)^2}{n-1}} \xrightarrow{n\ grande} \frac{1}{2} u.f.$$

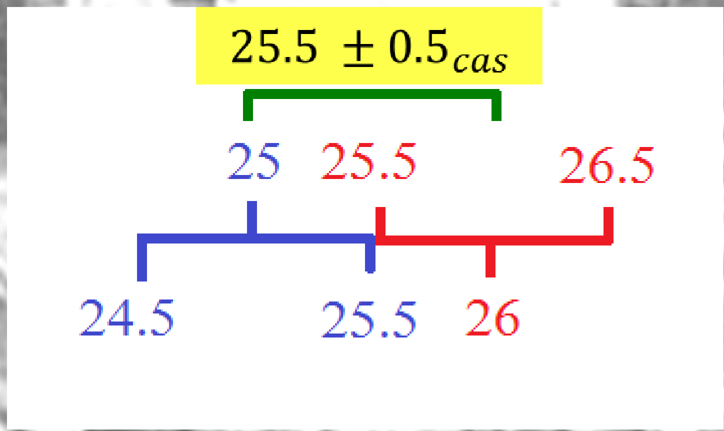
$$x = 25.5\ \pm 0.5_{cas}\ °\mathrm{C}$$

Combinare le incertezze: cas. e lett.

Supponete di leggere la temperatura e osservare solo due valori x_1 = 25 °C e x_2 =26 °C, Il misuratore oscilla sempre tra questi due valori. Supponiamo di avere *n* dati, saranno $n/2\ x_1$ e $n/2\ x_2$.

$$x = 25.5\ \pm 0.5_{cas}\ °\mathrm{C}$$

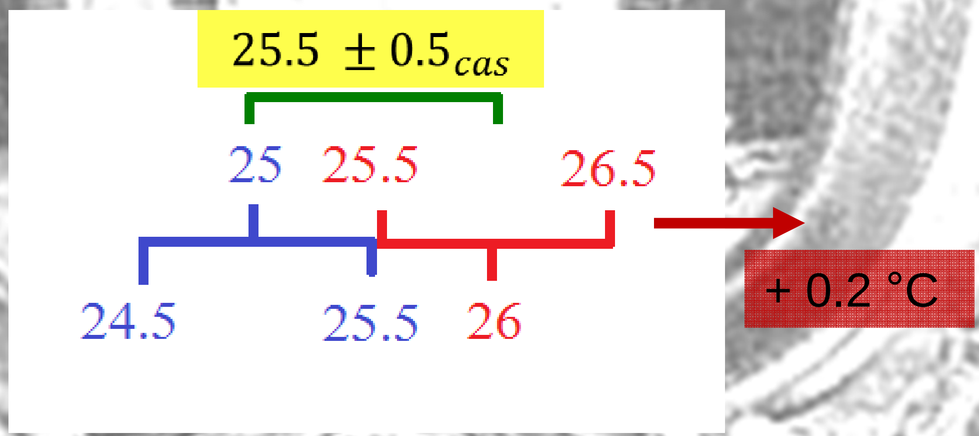
Abbiamo solo l'incertezza casuale?



$$x = 25.5\ \pm 0.5_{cas} \pm 0.5_{lett}°\mathrm{C}$$

Combinare le incertezze: accuratezza

Se il termometro è scalibrato, vedi prima, e si osserva che tutte le misure sono spostate di per esempio – 0.2 °, dobbiamo correggere tutto di +0.2 °C, quindi sommare tale valore



$$x = 25.5 \ \pm 0.5_{cas} \pm 0.5_{lett} °\mathrm{C} + 0.2_{acc}$$

La statistica: permette la somma in quadratura

La somma lineare si avrebbe, se nel caso di incertezza, si combinassero sempre nello stesso verso, ovvero quando si ha il massimo di incertezza di una si combinasse con i massimi delle altre, e così i minimi, questa accade nel caso di correlazione tra incertezze.

Le incertezze si possono sommare in quadratura:

$x = 25.5 \pm \sqrt{0.5_{cas}^2 + 0.5_{lett}^2} + 0.2_{acc}\ °C$ se conosciamo il segno nell'accuratezza

$x = 25.5 \pm \sqrt{0.5_{cas}^2 + 0.5_{lett}^2 + 0.2_{acc}^2}\ °C$ se NON conosciamo il segno nell'accuratezza

ESEMPIO: misura di T :

Utilizziamo un misuratore di temperatura a Termocoppia K, se ne trovano tranquillamente in ferramenta.

Osserviamo che l'operatore potrebbe indurre un'incertezza di accuratezza: se tiene la sonda sempre tra le mani, o ci alita su continuamente.

Osserviamo che l'operatore potrebbe indurre un'incertezza casuale: se prende e lascia la sonda, o se ci alita un po' sì ed un po' no.

Riportarsi in condizioni sperimentali di non influenza, lasciando la sonda lontano e osservare cosa misura.

Riportare la misura con tutte le incertezze, per l'accuratezza prendere il manuale e verificare quanto fornito dalla ditta costruttrice.

Approfondimenti:

- σ_x associata alla Gaussiana, probabilità previsionale 68 %, varianza σ_x^2.
- diamo all'incertezza di lettura un simbolo ε_x, tale incertezza ha una prob. 100 %, la varianza è ${}^{\varepsilon_x^2}\!/_3$ probab. al 57 %.
- Così accuratezza η_x prob. 100 %, ${}^{\eta_x^2}\!/_3$ probab. al 57 %.

Diamo il simbolo δ all'incertezza totale:

Se Gaussiana

$$\delta x = \sqrt{\sigma_x^2 + \varepsilon_x^2 + \eta_x^2}$$

valore assoluto

$$\delta x = \sqrt{{}^{\sigma_x^2}\!/_n + \varepsilon_x^2 + \eta_x^2}$$

$$\delta x = \sqrt{\sigma_x^2 + {}^{\varepsilon_x^2}\!/_3 + {}^{\eta_x^2}\!/_3}$$

espressione con le varianze

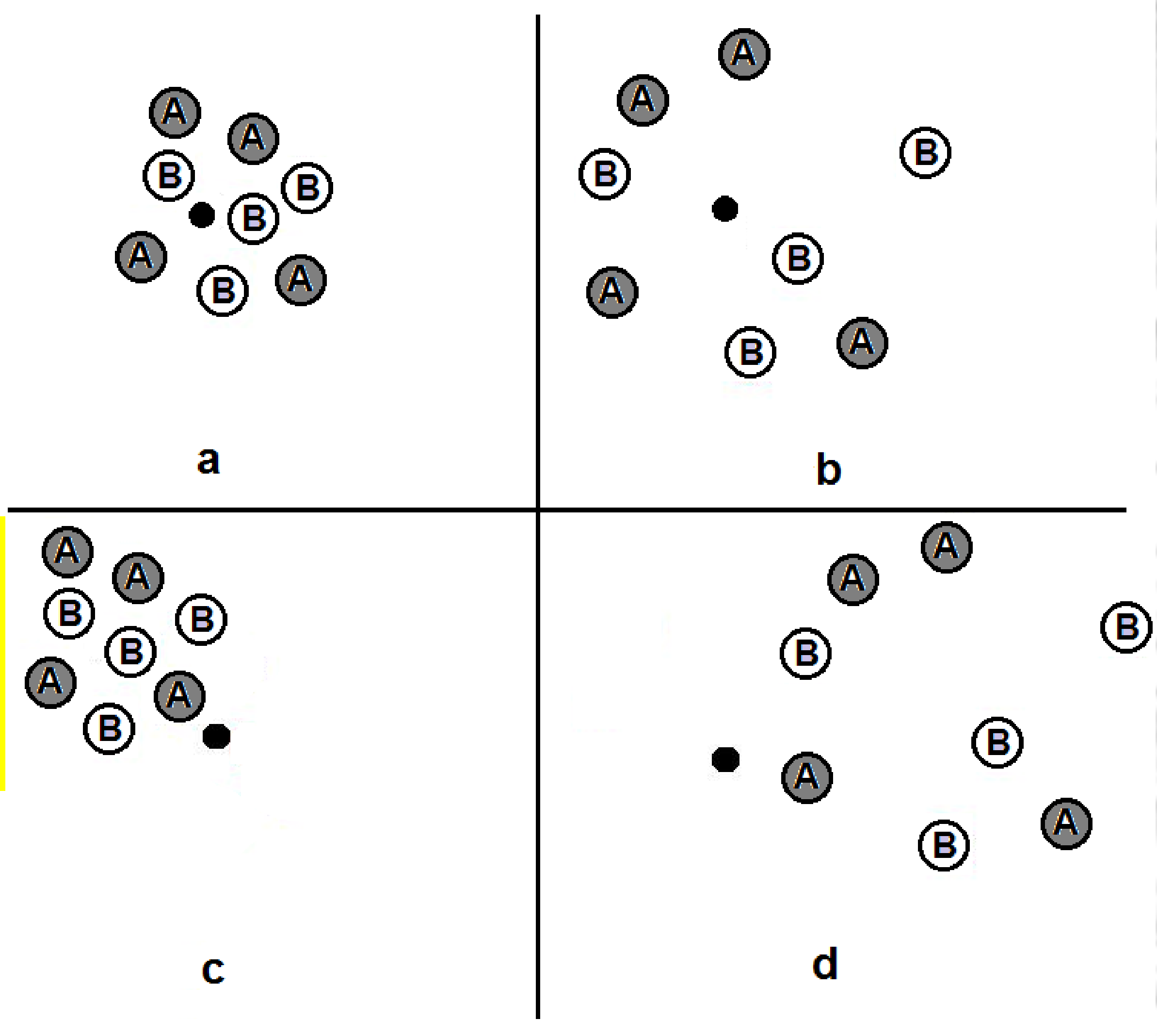
$$\delta x = \sqrt{{}^{\sigma_x^2}\!/_n + {}^{\varepsilon_x^2}\!/_3 + {}^{\eta_x^2}\!/_3}$$

Schema su incertezze

Accuratezza: $\frac{1}{|\eta_x|}$

precisione: $\frac{1}{|\epsilon_x|}$

Grado di precisione: $\frac{1}{\sqrt{\sigma_x^2+\varepsilon_x^2}}$



Incertezza totale e relativa

- Incertezza totale: δx
- Incertezza relativa: $\delta x/|x|$.
- Risulta inutile avere incertezze con cifre significative superiori al necessario per evidenziare variazioni su una cifra dell'incertezza relativa.

Esempio dal testo proposto:
25.756 458 $\pm$1.245 79, 108.455 391 $\pm$ 5.245 787

Modo si presentare la misura

- Per l’incertezza totale sulla base della variazione di una sola cifra percentuale o millesimale, si riporta l’incertezza con una sola cifra significativa se la cifra più significativa è maggiore di 3.
- Si riportano due sole cifre significative se la prima cifra è minore o uguale a 3.
  - Si armonizza poi la migliore stima

Esempio dal testo proposto:
25.8 ± 1.3, 109 ± 5

ESEMPIO: dati gaussiani?

Utilizziamo il pendolo ed un cronometro:

1. **Prendiamo per ogni partecipante almeno 10 volte tre *T***
2. **Riportiamo su un istogramma tutti i dati, e stimiamo media, dev. Stand. e sovrapponiamo la gaussiana.**
3. **Ognuno stimi la deviazione standard e la media dei suoi dieci dati.**
4. **Stimare per i propri dati la previsione dell'andamento al limite dei dati per la stima della deviazione standard della media.**

Confronto tra una misura e valore atteso

Per ora grossolanamente

Esempio dal testo proposto:

$$\frac{|x_{ms} - x_{att}|}{\delta x} \leq 1$$

- Se il valore atteso casca all'interno della bande di incertezza lo riteniamo attendibile.
- Ma per essere conclusivi dobbiamo arrivare a rigettare alcune ipotesi, per accettarne una. attendibile.

Confronto tra due misure

Abbiamo due misure che indichiamo con A e B, ed incertezze δA e δB.

Ci aspettiamo che la loro differenza sia nulla, rispetto all'incertezza della loro differenza (vedremo essere $\sqrt{(\delta A)^2 + (\delta B)^2}$).

$$\frac{|(A - B)_{ms} - 0_{att}|}{\sqrt{(\delta A)^2 + (\delta B)^2}} \leq 1$$