L'esercizio 8.17 del Taylor è utile per capire la differenza tra la retta y=A+Bx e la x=A'+B'y, nonché come introduzione al coefficiente di correlazione lineare di una retta

Riprendiamo i seguenti quesiti dal problema 8.17 su i dati del problema 8.1.

a) Trovate il migliore adattamento di una retta $y=A+Bx$ ai dati del problema 8.1 e le incertezze in A e B (σ_A e σ_B).

b) Scambiate i ruoli di x e y e trovate la retta $x=A'+B'y$ che si adatti ai dati. Se risolvete questa equazione per y in termini di x, potete trovare i valori di A e B sulla base dei valori A' e B'. Commentate le differenze.

Il quesito **a**) è stato già risolto nel problema 8.1, ma riordiniamo le idee e trascriviamo quanto richiesto, per affrontare meglio il quesito **b**).
I dati iniziali sono (x,y)

	x	y
i	x_i	y_i
1	1	6
2	3	5
3	5	1

Si suggerisce di organizzare ordinatamente i dati ed i calcoli per esempio come la tabella seguente per calcolare facilmente A e B (σ_A e σ_B).

	x	y		xy	x^2	$y_{best}=A+By$	Δy	Δy^2
i	x_i	y_i						
1	1	6						
2	3	5						
3	5	1						
	Σx	Σy		Σxy	Σx^2			$\Sigma(\Delta y^2)$

Una volta ottenuti i coefficienti A e B si può ricavare la miglior stima di y (y_{best}) come funzione lineare di x, eppoi utilizzarla per ricavare la σ_y necessaria per ricavare gli errori su A e B.

Per il quesito **b**) nello scambiare i ruoli esplicitiamo l'equazione $y'=A'+B'x'$ dove $y'=x$ e $x'=y$ (ricordiamo quindi il legame con le variabili iniziali ovvero $x=A'+B'y$).
Ordiniamo i dati per ottenere la retta mediante il metodo dei minimi quadrati, che risulta $y'=A'+B'x'$, si osservi che inverto i dati e quindi nelle tabelle abbiamo ora x' e y'

	x'	y'		$x'y'$	x'^2	$y'_{best}=A'+B'y'$	$\Delta y'$	$\Delta y'^2$
i	x'_i	y'_i						
1	6	1						
2	5	3						
3	1	5						
	$\Sigma x'$	$\Sigma y'$		$\Sigma x'y'$	$\Sigma x'^2$			$\Sigma(\Delta y'^2)$

Una volta ottenute A' e B' si può ricavare la stima di y' (y'_{best}), eppoi ricavare la $\sigma_{y'}$ che serve per ricavare gli errori su A' e B'.

Una volta che abbiamo ottenuto A' e B' qual è la loro relazione con i precedenti A e B?

L’equazione con la quale ci si deve confrontare è
$x=A'+B'y$ ovvero

$$y = -\frac{A'}{B'} + \frac{1}{B'}x,$$

i coefficienti dedotti dall’inversione delle variabili non risulteranno gli stessi di quelli ricavati per $y=A+Bx$, quindi per avere un confronto più esplicito chiamo $A^*=(-A'/B')$ e $B^*=(1/B')$.
Fate le considerazione su A e B e A^* e B^* con i loro relativi errori.

Disegnate o riportate su piano cartesiano O(x,y) i dati iniziali, la retta $y=A+Bx$ e la retta $y=A^*+B^*x$. E fate le vostre considerazioni.

Una volta che avete organizzato il lavoro per i dati sopra.
Provate a rispondere agli stessi quesiti per i seguenti dati **a**) e **b**):

	x	y
i	x_i	y_i
1	1	6.5
2	3	4
3	5	1.5

Si osservi che i valori delle y sono quelli ottenuti come risultato *da* $y=A+Bx$, quindi questi tre punti si trovano esattamente sulla retta $y=A+Bx$.

Si consideri ora il seguente caso di dati non correlati linearmente:

	x	y
i	x_i	y_i
1	1	2
2	3	15
3	5	3

Si risponda ai quesiti **a**) e **b**) per i dati suddetti.
Si mettano su un grafico O(x,y) i dati e le rispettive rette $y=A+Bx$ e $y=A^*+B^*x$.
Si osservi come nel primo caso la retta tende ad allinearsi con l’asse delle x, nel secondo caso invece con l’asse delle y.

Verso il coefficiente di correlazione

Si calcoli il prodotto B·B’ per tutti e tre i casi e si facciano delle considerazioni.
La radice quadrata di questo prodotto sarà un parametro determinante per stabilire se i dati (x_i, y_i) sono correlati in modo lineare (coefficiente di correlazione lineare r).
Quanto più r sarà vicino a ± 1 tanto migliore sarà la relazione lineare (+ per pendenza positiva, - per pendenza negativa), per r invece vicino a *0* non c’è alcuna correlazione lineare (parliamo di relazione lineare, potrebbe esserci tra le variabili x e y qualche altro tipo di relazione ma non quella lineare).