



Struttura degli Adroni

Elementi di Fisica delle Particelle Elementari

Diego Bettoni
Anno Accademico 2004-2005

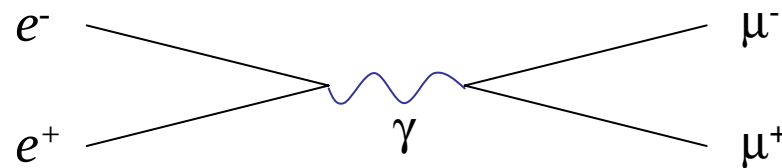
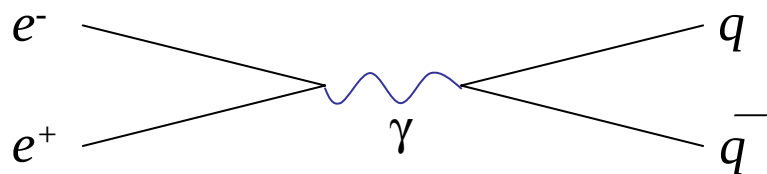
Sommario

- Il processo $e^+e^- \rightarrow$ adroni
- Il *Deep Inelastic Scattering* (DIS)
- Invarianza di scala
- Modello a Partoni
- Drell-Yan
- Formazione di Jet
- Cromodinamica Quantistica

Il processo $e^+e^- \rightarrow \text{adroni}$

La produzione di adroni in annichilazione e^+e^- avviene per adronizzazione delle coppie $q \bar{q}$ prodotte nel processo $e^+e^- \rightarrow q \bar{q}$.

La sezione d'urto totale si dunque collegare a quella per $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$.



$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi}{3} \frac{\alpha^2}{s}$$

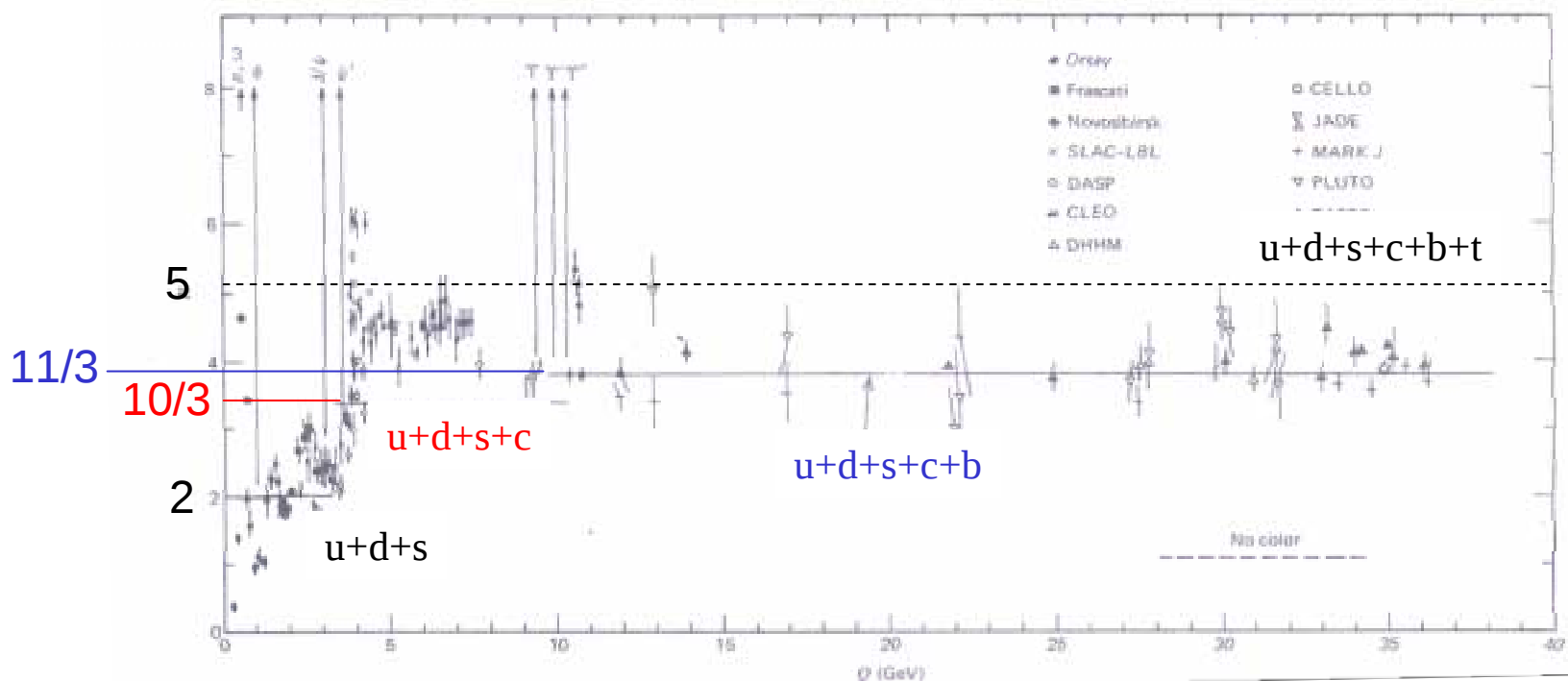
$$\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q}) = 3e_q^2 \sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$$

$\downarrow$
colore

$e_q = \begin{cases} -\frac{1}{3} & q = d, s, b \\ +\frac{2}{3} & q = u, c, t \end{cases}$

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{adroni}) = \sum_q 3e_q^2 \sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$$

$$R \equiv \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{adroni})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = 3 \sum_q e_q^2$$

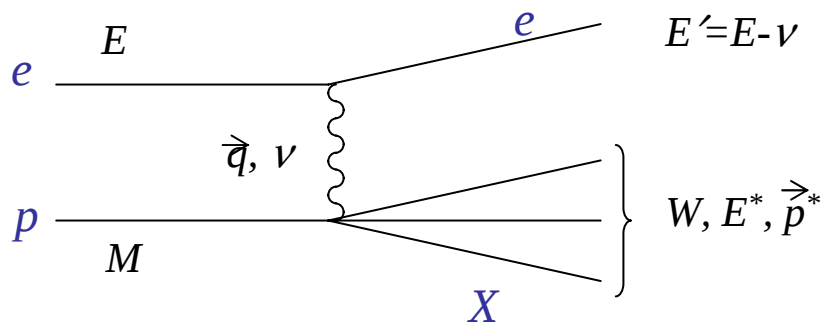


All'aumentare dell'energia, il rapporto R aumenta ogni volta che si supera la soglia per produrre un nuovo flavour. La misura di R conferma anche che i quark si presentano in tre colori.

correzioni di QCD

$$R = 3 \sum_q e_q^2 \left(1 + \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \right)$$

Deep Inelastic Scattering $e + p \rightarrow e + X$



$$q^2 = (\vec{p}^* - 0)^2 - (E^* - M)^2$$

$$\nu = E^* - M$$

$$W^2 = E^{*2} - \vec{p}^{*2}$$

$$q^2 = 2M\nu - W^2 + M^2$$

Se $W=M$ otteniamo lo scattering elastico

$$q^2 = 2M\nu$$

Per valori di q^2 più elevati si può eccitare il protone, per esempio:

$$e + p \rightarrow e + \Delta^+ \rightarrow e + p + \pi^0$$

Per valori di q^2 molto elevati il protone dello stato iniziale perde completamente la propria identità.

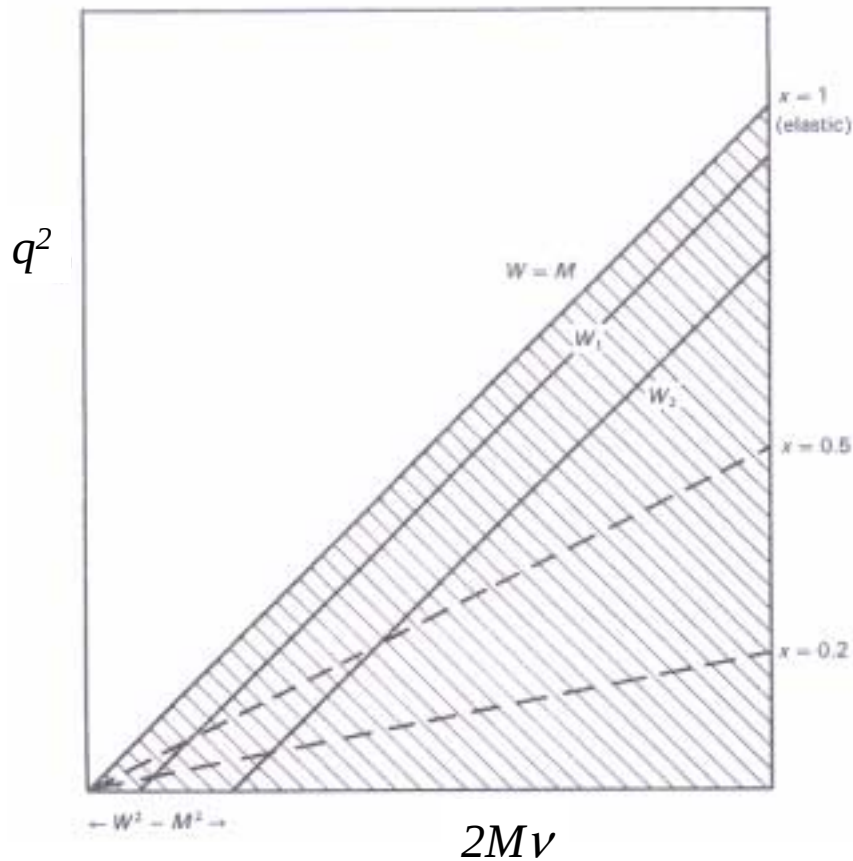
La regione permessa cinematicamente è

$$0 < x = \frac{q^2}{2M\nu} < 1$$

$W = \text{costante}$ sono linee a 45° .

$x = 1$ *Elastico*

$x < 1$ *Inelastico*



La sezione d'urto per il processo:

$$e + p \rightarrow e + X$$

dipende da due funzioni di struttura:

$$\frac{d^2\sigma}{dq^2 d\nu} = \frac{4\pi\alpha^2}{q^4} \frac{E'}{EM} \left[W_2(q^2, \nu) \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2W_1(q^2, \nu) \sin^2 \frac{\theta}{2} \right]$$

(si assume $E \gg m$, $E' \gg m$)

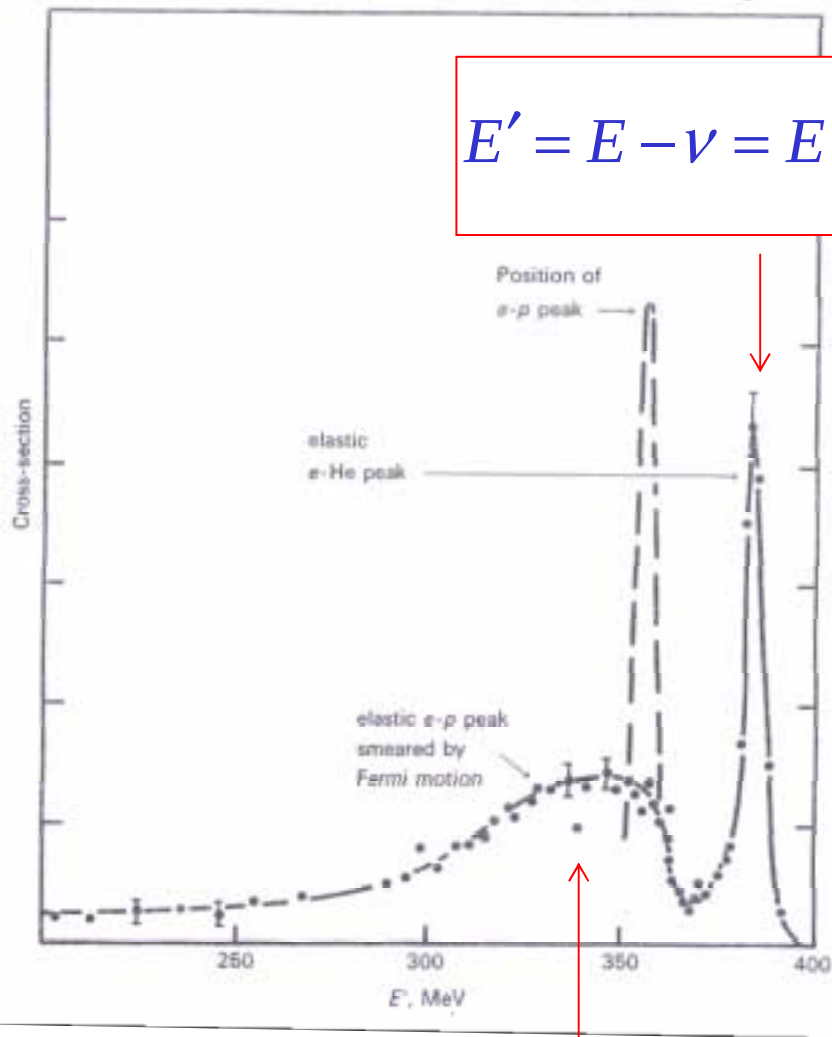
Vediamo come si comporta questa sezione d'urto in funzione di q^2 in due casi:

1. Scattering elettrone-nucleo
2. Scattering elettrone-nucleone



$$E' = E - \nu = E - \frac{q^2}{2M_A}$$

Picco elastico ad alti valori di E'
(bassi valori di q^2)



Il picco più largo a valori di q^2 maggiori corrisponde a scattering quasi elastico su nucleoni singoli. Se il nucleone fosse libero sarebbe un picco stretto centrato a:

$$\nu \approx \frac{q^2}{2M_N}$$

I nucleoni sono però in una buca di potenziale di raggio $R \sim 1$ fm, per cui hanno un impulso di Fermi:

$$p_F \approx \frac{1}{R} \approx 200 \text{ MeV}$$

che allarga il picco elastico:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \pm \frac{p_F}{M} \approx 10\%$$

$$\nu \approx \frac{q^2}{2M_N}$$

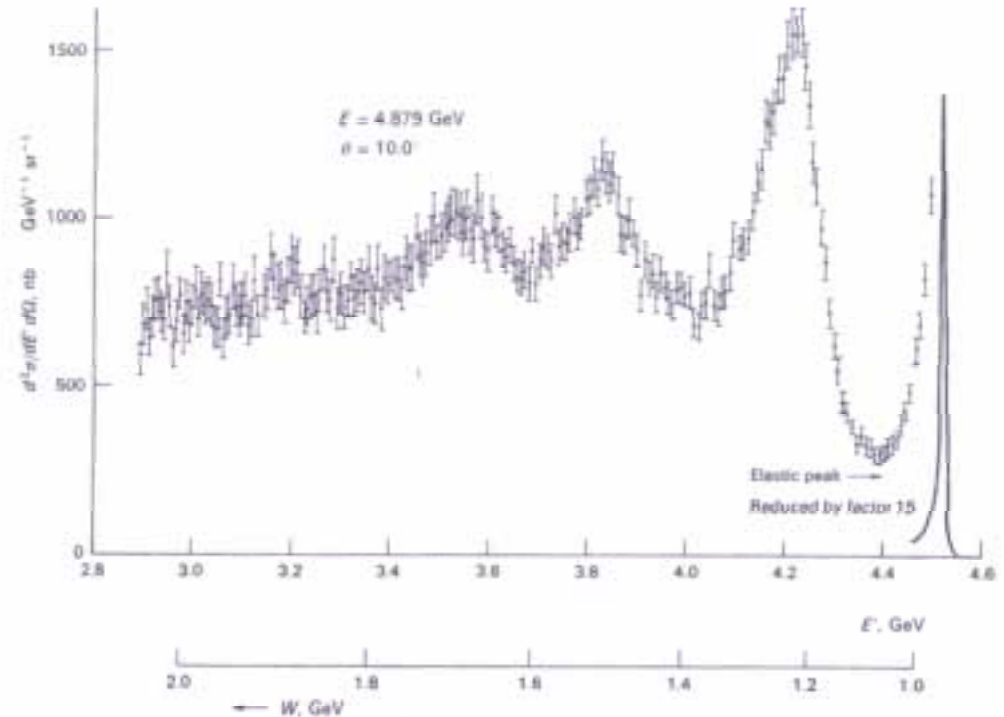
$$e^- + p \rightarrow e^- + X$$

Gli stessi fenomeni, ma a valori di q^2 più elevati, si osservano in $ep \rightarrow eX$:

- **picco elastico a $x=1$ ($q^2=2M\nu$)**
- Picchi corrispondenti a risonanze (Δ, N ..) a valori di q^2 più elevati.

Se i costituenti puntiformi sono i quark ci aspettiamo $m \sim M/3$, quindi:

$$x = \frac{q^2}{2M\nu} = \frac{q^2}{2m\nu} \frac{m}{M} = \frac{1}{3}$$



L'allargamento del picco elastico in questo caso vale:

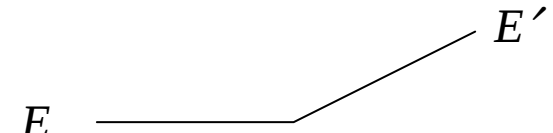
$$\frac{\Delta x}{x} \approx \frac{p_F}{mc} \approx 1$$

per cui il picco elastico sostanzialmente non si vede.

Invarianza di Scala (Scaling di Bjorken)

Le sezioni d'urto differenziali per scattering di elettroni (fermioni puntiformi) da parte di varie targhette hanno tutte la forma:

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{4\alpha^2 E'^2}{q^4} \{ \}$$



$$\{ \}_{e\mu \rightarrow e\mu} = \left(\cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{q^2}{2M^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \delta \left(\nu - \frac{q^2}{2m} \right)$$

Scattering su μ di massa m
(o quark di massa m , $\alpha^2 \rightarrow \alpha^2 e_q^2$)

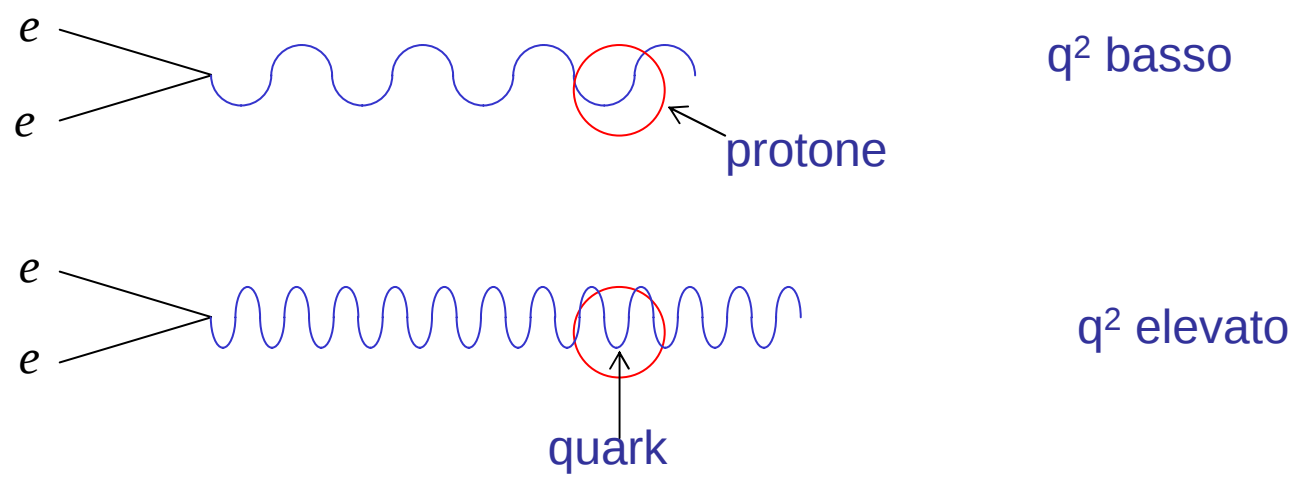
$$\{ \}_{ep \rightarrow ep} = \left(\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2\tau G_M^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \delta \left(\nu - \frac{q^2}{2M} \right)$$

Scattering elastico
su protone (massa M)
 $(\tau = q^2 / 4M^2)$

$$\{ \}_{ep \rightarrow eX} = \left(W_2(q^2, \nu) \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2W_1(q^2, \nu) \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

Scattering inelastico
su protone

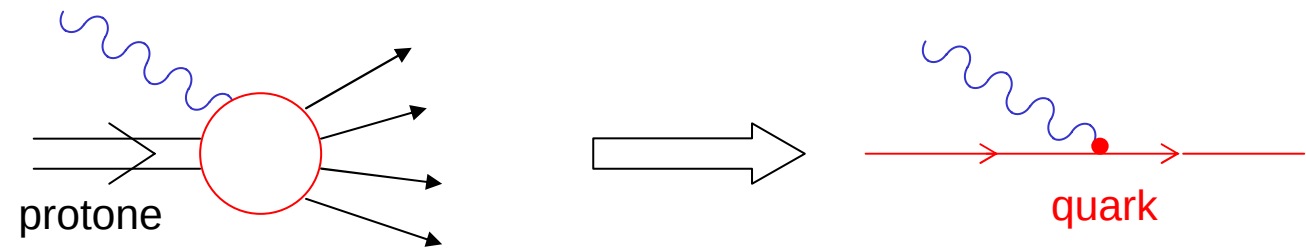
Per valori di q^2 abbastanza alti “illuminiamo” il protone con fotoni virtuali di alta frequenza



In questo caso possiamo trattare lo scattering inelastico $ep \rightarrow eX$ come scattering (quasi) elastico sui costituenti “puntiformi” del protone. Corrispondentemente ci aspettiamo che la sezione d’urto in questo regime di q^2 sia quella per targhetta puntiforme. Le funzioni di struttura diventano quindi:

$$2W_1^{point} = \frac{q^2}{2m^2} \delta\left(\nu - \frac{q^2}{2m}\right)$$

$$W_2^{point} = \delta\left(\nu - \frac{q^2}{2m}\right)$$



Usando l'identità $\delta(x/a) = a\delta(x)$ si possono introdurre le funzioni di struttura adimensionali:

$$2mW_1^{point} = \frac{q^2}{2m\nu} \delta\left(1 - \frac{q^2}{2m\nu}\right) \quad \nu W_2^{point} = \delta\left(1 - \frac{q^2}{2m\nu}\right)$$

che sono funzioni solo del rapporto $\frac{q^2}{2m\nu}$, non di q^2 e ν separatamente.

Per lo scattering elastico *ep* questo non si può fare. Se per semplicità poniamo $G_E = G_M = G$ otteniamo:

$$W_1^{el} = \frac{q^2}{4M^2} G^2(q^2) \delta\left(\nu - \frac{q^2}{2M}\right) \quad W_2^{el} = G^2(q^2) \delta\left(\nu - \frac{q^2}{2M}\right)$$

in cui è presente una scala di massa esplicita, legata all'inverso della dimensione del protone. **La forma di W_1^{el} e W_2^{el} non si può ridurre a funzioni di variabili adimensionali.**

Se si usano fotoni virtuali di alto q^2 per sondare la struttura del protone si risolvono i costituenti elementari nel protone.

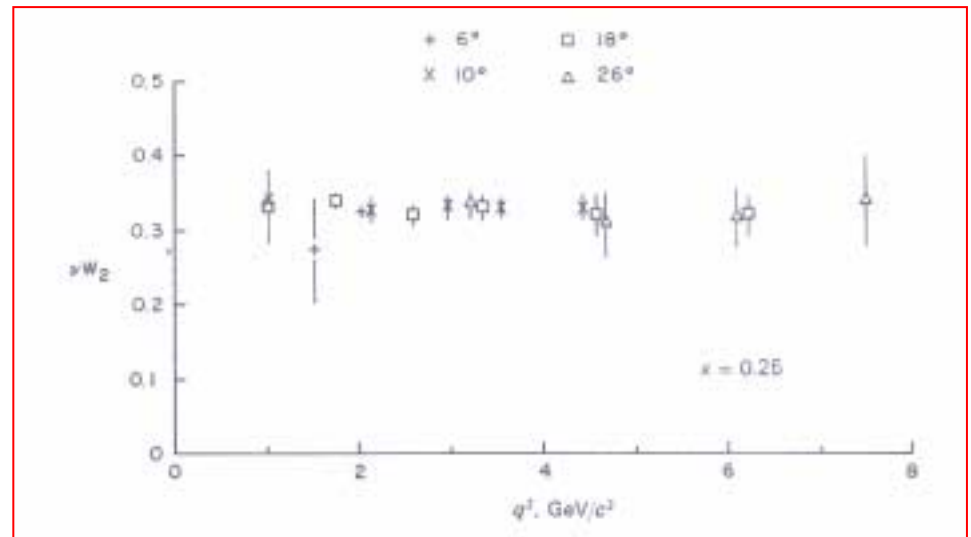
$$MW_1(\nu, q^2) \xrightarrow{q^2 \text{ alti}} F_1\left(\frac{q^2}{2M\nu}\right)$$

$$\nu W_2(\nu, q^2) \xrightarrow{q^2 \text{ alti}} F_2\left(\frac{q^2}{2M\nu}\right)$$

Bjorken Scaling

L'assenza di una scala di massa indica che lo scattering avviene su costituenti elementari (partoni)

dati sperimentali



Scaling di Bjorken e Modello a Partoni

$$= \sum_i \int dx e_i^2 \left[\text{Diagram with photon, proton } (E, \vec{p}), \text{ and parton } (xE, x\vec{p}) \right]$$

La somma è sui partoni di carica e_i , ciascuno dei quali ha una frazione x dell'impulso e dell'energia del protone. Introduciamo la distribuzione in impulso dei partoni:

$$f_i(x) = \frac{dP_i}{dx} = \text{Diagram with proton } (P) \text{ and parton } (xP) \quad \sum_i \int x f_i(x) dx = 1$$

Cinematica	protone	partone
Energia	E	xE
Impulso	p_L $p_T=0$	xp_L $p_T=0$
Massa	M	$m = \sqrt{x^2 E^2 - x^2 p^2} = xM$

Questa cinematica vale solo se $m=M=0$. Scegliamo un sistema di riferimento in cui:

$$|\vec{p}| \gg m, M$$

Infinite Momentum Frame

Nello stato finale osserviamo naturalmente adroni e non partoni: i partoni devono in qualche modo ricombinarsi per formare adroni fisici. Questo processo avviene con probabilità 1 a causa del confinamento del colore e avviene con una scala di tempi molto superiore a quella dell'interazione tra partone e fotone virtuale:

$$t_1 \approx \frac{\hbar}{\nu}$$

Tempo di interazione

$$t_2 \approx \gamma \frac{\hbar}{W}$$

Tempo di adronizzazione

$$\gamma = \frac{\nu}{W} \quad W^2 \approx 2M\nu$$

$$t_2 > \frac{\hbar \nu}{W^2} = \frac{\hbar}{M} \gg t_1 \quad \text{se} \quad \nu \gg M$$

Durante il tempo t_1 in cui interagisce con il fotone virtuale il partone si comporta essenzialmente come una particella libera. Sulla scala di tempi assai maggiore data da t_2 i partoni si combinano a formare gli adroni (singoletti di colore).

Questa interazione nello stato finale non altera il risultato del calcolo delle funzioni di struttura.

Per scattering di elettrone da parte di un partone con frazione di impulso x e carica unitari le funzioni di struttura “puntiformi” si scrivono:

$$\tilde{F}_1^p(\omega) = \frac{q^2}{4m\nu x} \delta\left(1 - \frac{q^2}{2m\nu}\right) = \frac{1}{2x^2\omega} \delta\left(1 - \frac{1}{x\omega}\right)$$

$$\tilde{F}_2^p(\omega) = \delta\left(1 - \frac{q^2}{2m\nu}\right) = \delta\left(1 - \frac{1}{x\omega}\right)$$

$$\omega = \frac{2M\nu}{q^2}$$

Sommando sui partoni nel protone:

$$\tilde{F}_2(\omega) = \sum_i \int dx e_i^2 f_i(x) x \delta\left(x - \frac{1}{\omega}\right)$$

$$\tilde{F}_1(\omega) = \frac{\omega}{2} \tilde{F}_2(\omega)$$

Convenzionalmente si definiscono F_1 ed F_2 come funzioni di x :

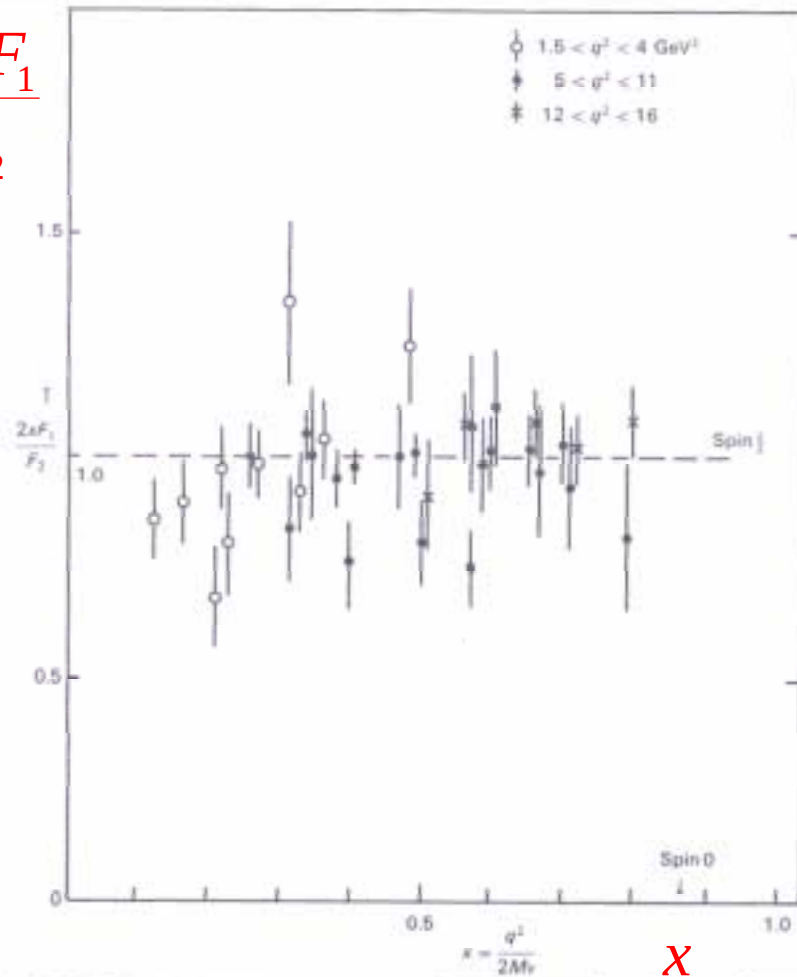
$$\nu W_2(\nu, q^2) \rightarrow F_2(x) = \sum_i e_i^2 x f_i(x)$$

$$MW_1(\nu, q^2) \rightarrow F_1(x) = \sum_i \frac{e_i^2 f_i(x)}{2} = \frac{1}{2x} F_2(x)$$

La variabile x introdotta precedentemente rappresenta proprio la **frazione di impulso** portata dal partone: **il fotone virtuale deve avere il valore giusto di x per essere assorbito dal partone con impulso xp .**

Spin dei partoni

$$\frac{2xF_1}{F_2}$$



Dalle espressioni per F_1 ed F_2 si ricava:

$$2xF_1(x) = F_2(x)$$

nota come relazione di **Callan-Gross**.

Essa implica che il partone abbia spin $\frac{1}{2}$.

Infatti da essa segue:

$$\frac{\sigma_L}{\sigma_T} \xrightarrow[q^2 \rightarrow \infty, \nu \rightarrow \infty]{x \text{ fissato}} 0$$

Infatti se lo spin del partone fosse zero, esso non potrebbe assorbire un fotone con elicità $\pm 1 \Rightarrow \sigma_T = 0$.

Invece con spin $\frac{1}{2}$ e conservazione della elicità deve essere (per il fotone) $J_z = \pm 1$ (fotone trasverso) $\Rightarrow \sigma_L = 0$.

I Quark nel Protone

Assumendo che nel protone dominino i quark leggeri u,d,s possiamo scrivere la funzione di struttura nel modo seguente:

$$\frac{1}{x} F_2^{ep}(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 [u^p(x) + \bar{u}^p(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [d^p(x) + \bar{d}^p(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [s^p(x) + \bar{s}^p(x)]$$

analogamente per il neutrone:

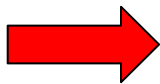
$$\frac{1}{x} F_2^{en}(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 [u^n(x) + \bar{u}^n(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [d^n(x) + \bar{d}^n(x)] + \left(\frac{1}{3}\right)^2 [s^n(x) + \bar{s}^n(x)]$$

$$u^p(x) = d^n(x) \equiv u(x)$$

$$d^p(x) = u^n(x) \equiv d(x)$$

$$s^p(x) = s^n(x) \equiv s(x)$$

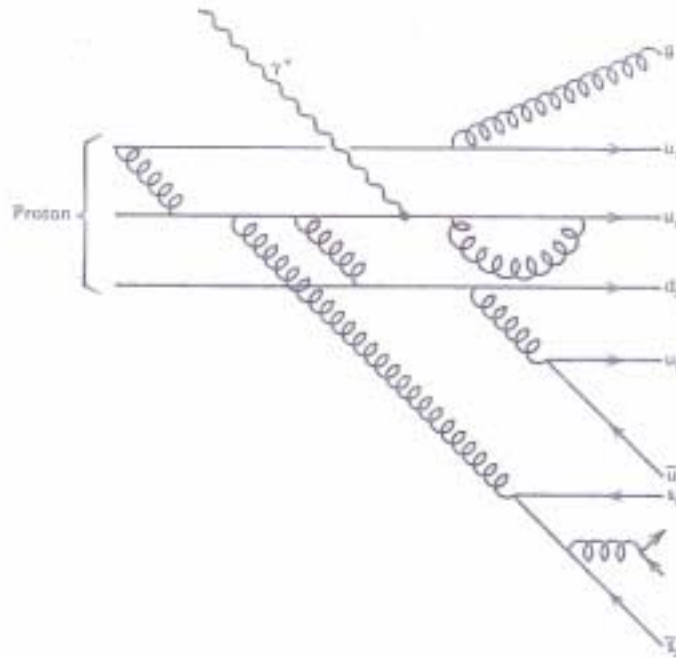
Protone e neutrone sono membri di un doppietto di isospin per cui le loro composizioni in termini di quark sono collegate.



$$\frac{1}{4} \leq \frac{F_2^{en}(x)}{F_2^{ep}(x)} \leq 4$$

↑
dominano gli u

↑
dominano i d



Distinguiamo tra quark di **valenza** e quark del **mare**:

$$u_s(x) = \bar{u}_s(x) = d_s(x) = \bar{d}_s(x) = s_s(x) = \bar{s}_s(x) = S(x)$$

$$u(x) = u_v(x) + u_s(x)$$

$$d(x) = d_v(x) + d_s(x)$$

$S(x)$ = distribuzione dei quark del **mare**, uguale per tutti i flavor.

Sommando il contributo di tutti i partoni dobbiamo ritrovare i numeri quantici del protone: $B=1$, $Q=1$, $S=0$.

$$\int_0^1 [u(x) - \bar{u}(x)] dx = 2$$

$$\int_0^1 [d(x) - \bar{d}(x)] dx = 1$$

$$\int_0^1 [s(x) - \bar{s}(x)] dx = 0$$



$$\int_0^1 [u_v(x) + d_v(x)] dx = 3$$

Gross Llewellyn-Smith

avendo posto:

$$u - \bar{u} = u - \bar{u}_s = u - u_s = u_v$$

$$d - \bar{d} = d - \bar{d}_s = d - d_s = d_v$$

$$s - \bar{s} = s_s - \bar{s}_s = 0$$

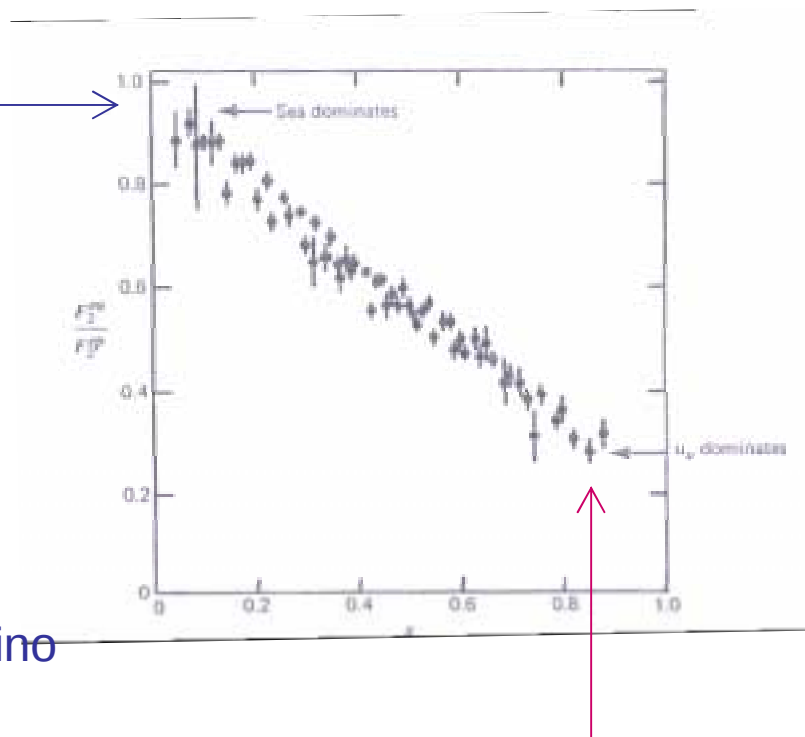
Combinando queste relazioni otteniamo:

$$\frac{1}{x} F_2^{ep} = \frac{1}{9} [4u_v + d_v] + \frac{4}{3} S$$

$$\frac{1}{x} F_2^{en} = \frac{1}{9} [u_v + 4d_v] + \frac{4}{3} S$$

A piccoli x ci aspettiamo che domini il contributo del mare:

$$\frac{F_2^{en}(x)}{F_2^{ep}(x)} \xrightarrow{x \rightarrow 0} 1$$



Ad alti valori di x ci aspettiamo che dominino i quark di valenza:

$$\frac{F_2^{en}(x)}{F_2^{ep}(x)} \xrightarrow{x \rightarrow 1} \frac{u_v + 4d_v}{4u_v + d_v}$$

I dati confermano questa previsione, con l'indicazione $u_v \gg d_v$ a grande x e quindi il rapporto $\rightarrow 0.25$

If the Proton is

A quark



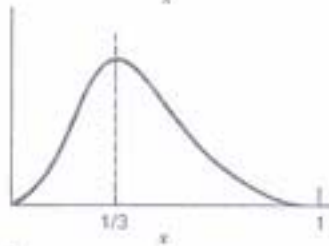
then $F_2^p(x)$ is



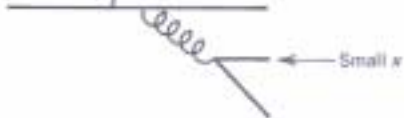
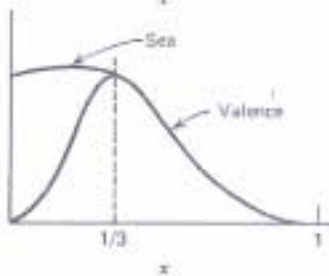
Three valence quarks



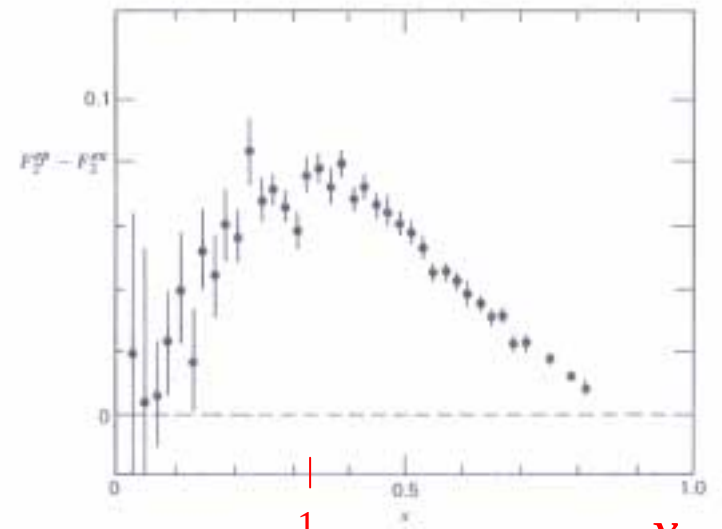
Three bound valence quarks



Three bound valence quarks + some slow debris, e.g. $g \rightarrow q\bar{q}$



$$\frac{1}{x} [F_2^{ep}(x) - F_2^{en}(x)] = \frac{1}{3} [u_v(x) - d_v(x)]$$



$\frac{1}{3}$

x

I Gluoni nel Protone

Sommando su tutti gli impulsi dei partoni dobbiamo ritrovare l'impulso del protone

$$\int_0^1 dx (xp) [u + \bar{u} + d + \bar{d} + s + \bar{s}] = p - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{impulso dei gluoni}}}{p_g}$$

Dividendo per p: $\int_0^1 dx x [u + \bar{u} + d + \bar{d} + s + \bar{s}] = 1 - \varepsilon_g$ $\varepsilon_g \equiv \frac{p_g}{p}$

Dai dati sperimentali: $\int_0^1 dx F_2^{ep}(x) = \frac{4}{9} \varepsilon_u + \frac{1}{9} \varepsilon_d = 0.18$ $\varepsilon_u \equiv \int_0^1 dx x (u + \bar{u})$

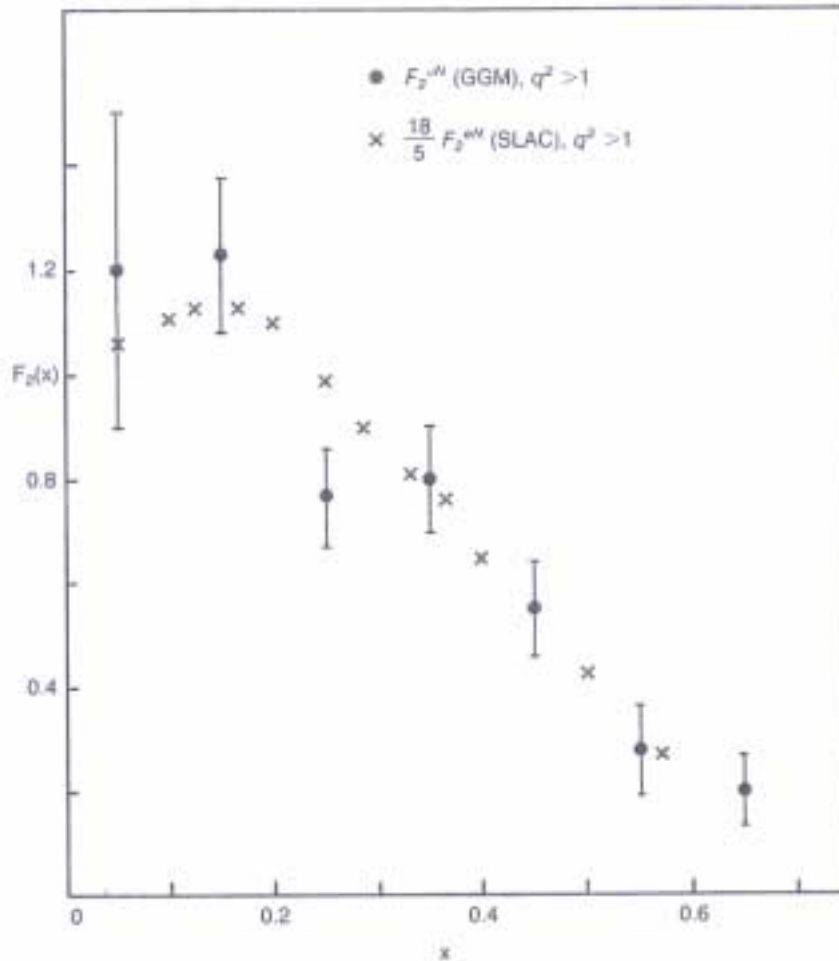
$$\int_0^1 dx F_2^{en}(x) = \frac{1}{9} \varepsilon_u + \frac{4}{9} \varepsilon_d = 0.12 \quad \varepsilon_d \equiv \int_0^1 dx x (d + \bar{d})$$

inoltre $\varepsilon_g = 1 - \varepsilon_u - \varepsilon_d$

$$\varepsilon_u = 0.36 \quad \varepsilon_d = 0.18 \quad \varepsilon_g = 0.46$$

I gluoni hanno circa il 50 % dell'impulso del protone

Scattering Inelastico νN



$$\frac{4\pi\alpha^2}{q^4} \rightarrow \frac{G^2}{2\pi}$$

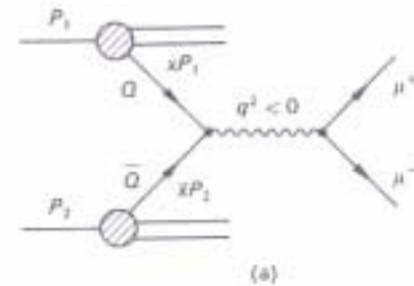
Si introduce una terza funzione di struttura $F_3(x)$, per tenere conto della non conservazione della parità nell'interazione debole.

$$F_2^{\nu N}(x) \leq \frac{18}{5} F_2^{eN}(x)$$

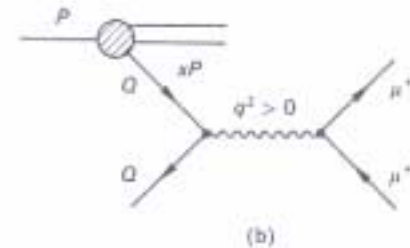
I dati sperimentali confermano che neutrini ed elettroni vedono la stessa struttura nel nucleone e che i partoni hanno le stesse cariche frazionarie previste per i quark.

Drell-Yan

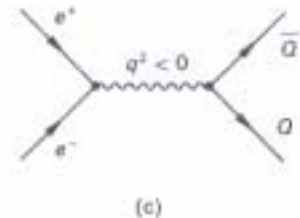
$$p + p \rightarrow \mu^+ + \mu^- + X$$



$$\mu + N \rightarrow \mu + X$$



$$e^+ + e^- \rightarrow Q + \bar{Q}$$



La sezione d'urto per il Drell-Yan si calcola a partire dal processo elementare $q \bar{q} \rightarrow \mu^+ \mu^-$

$$\hat{\sigma}(q\bar{q} \rightarrow \mu^+ \mu^-) = \frac{4\pi\alpha^2}{3q^2} e_q^2$$

$$\frac{d\hat{\sigma}}{dq^2}(q\bar{q} \rightarrow \mu^+ \mu^-) = \frac{4\pi\alpha^2}{3q^2} e_q^2 \delta(q^2 - m^2)$$

m^2 è la massa invariante $\mu^+ \mu^-$ ($\text{o } q \bar{q}$)

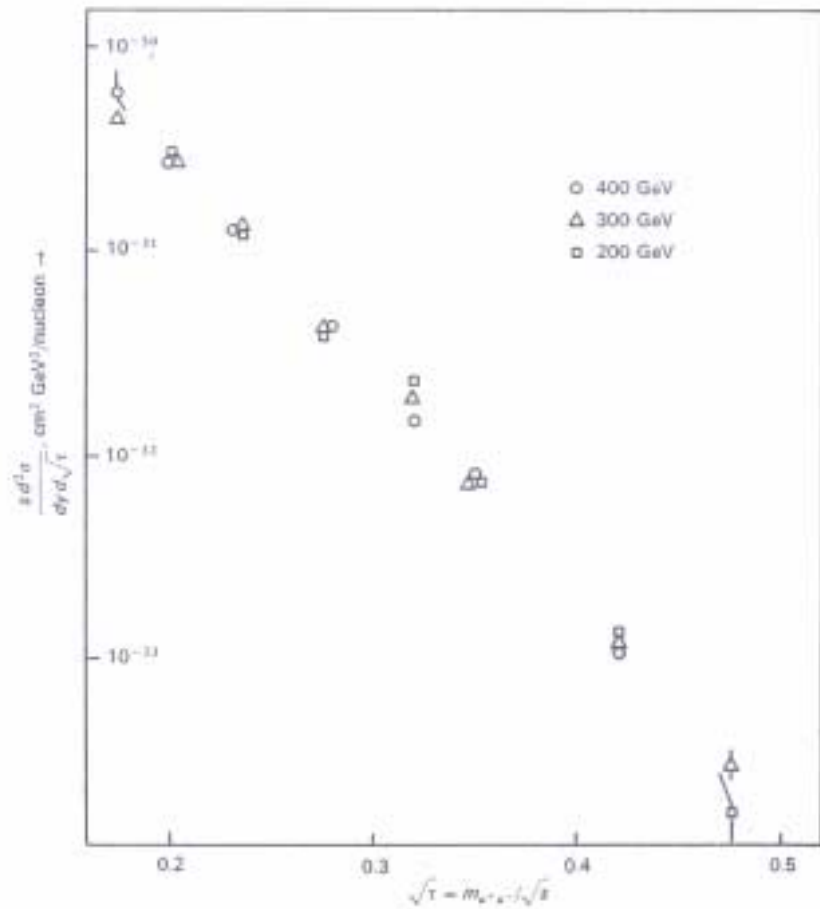
$$m^2 = (xP_1 + yP_2)^2 = x^2 P_1^2 + y^2 P_2^2 + 2xyP_1P_2 = (x^2 + y^2)M^2 + 2xyP_1P_2 \approx 2xyP_1P_2$$

$$s = (P_1 + P_2)^2 = P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2 \approx 2P_1P_2 \quad \boxed{m^2 = xys}$$

Sommiamo sui quark nel protone:

$$\frac{d\sigma}{dq^2}(pp \rightarrow \mu^+ \mu^- X) = 3 \sum_q e_q^2 \int_0^1 dx \int_0^1 dy f_q(x) f_{\bar{q}}(y) \frac{d\hat{\sigma}}{dq^2}$$

$$\frac{d\sigma}{dq^2}(pp \rightarrow \mu^+ \mu^- X) = \frac{4\pi\alpha^2}{q^4} \sum_q e_q^2 \int_0^1 dx \int_0^1 dy f_q(x) f_{\bar{q}}(y) \delta\left(1 - xy \frac{s}{q^2}\right)$$

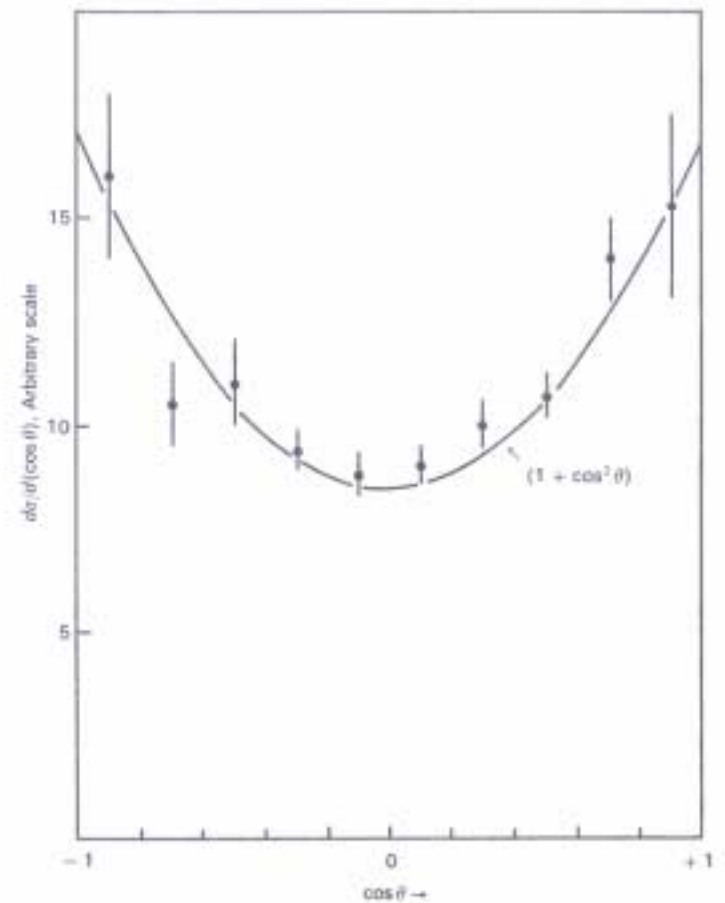


La sezione d'urto di Drell-Yan dipende sia da q^2 che da s , ma la grandezza:

$$q^4 \frac{d\sigma}{dq^2} = F(\tau) \quad \tau = \frac{q^2}{s}$$

dipende solo dal rapporto q^2/s .

Le misure sperimentali sono consistenti con questa legge di scala.

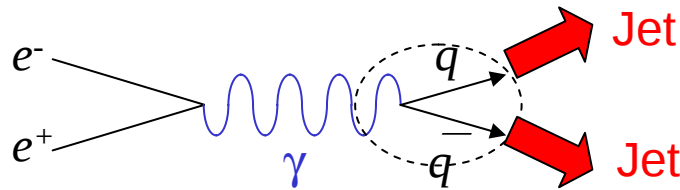


La distribuzione angolare dei leptoni (nel loro sistema del centro di massa) ha la forma attesa per $q \rightarrow \mu^+ \mu^-$

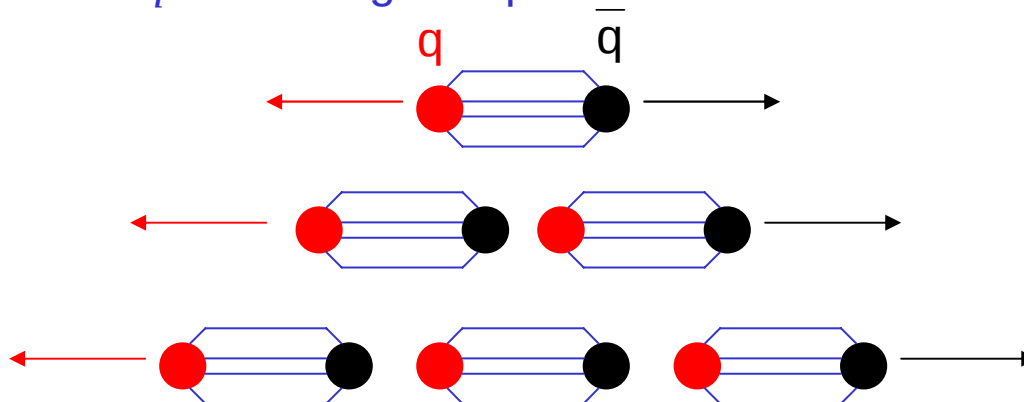
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \propto 1 + \cos^2 \theta$$

Formazione di Jet in e^+e^-

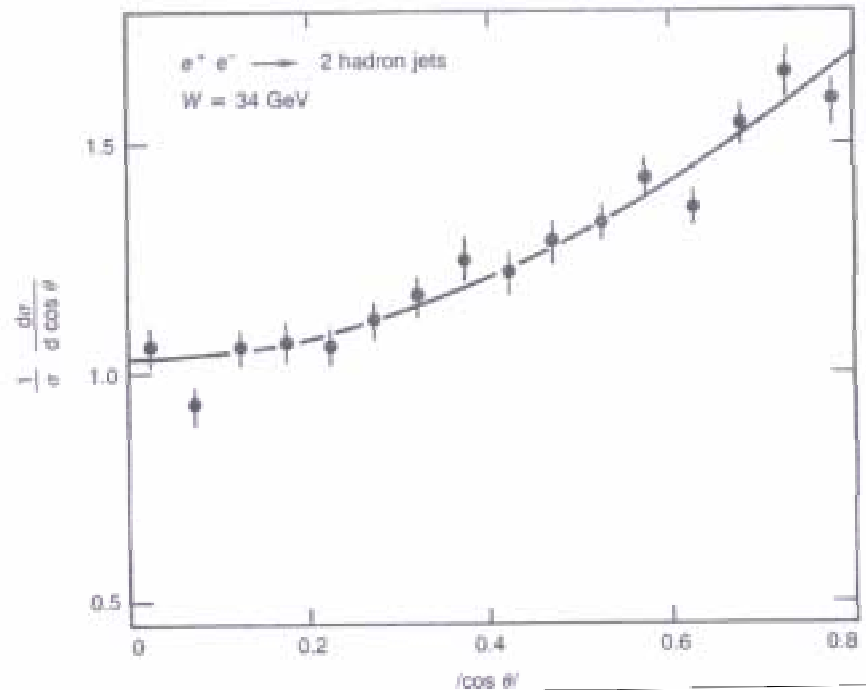
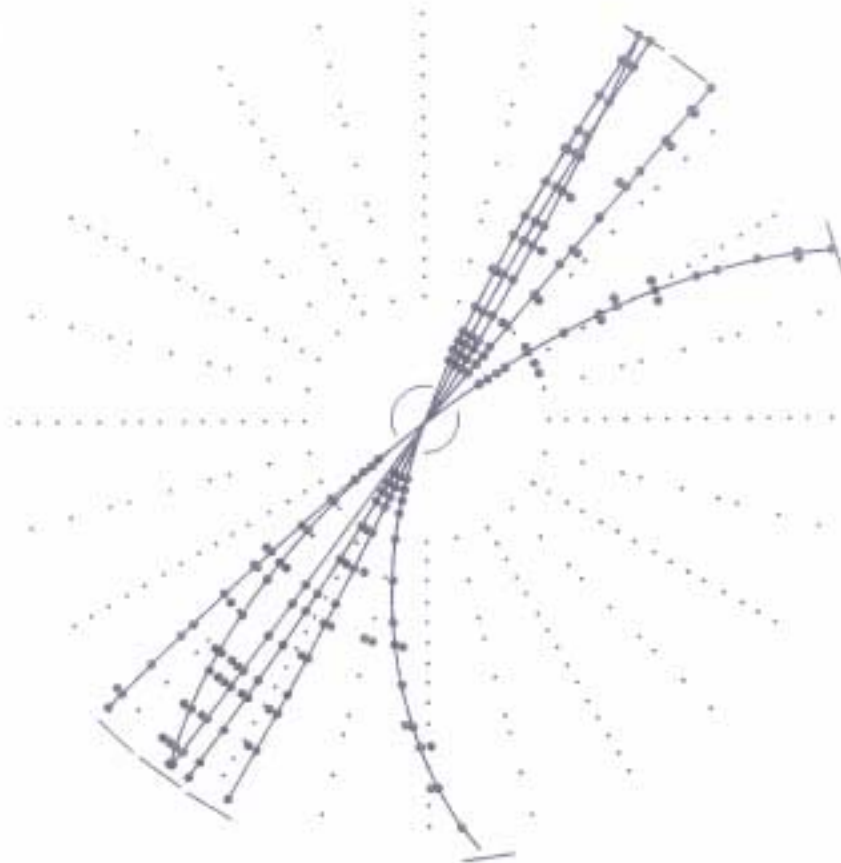
Nel processo $e^+e^- \rightarrow$ adroni, gli adroni nello stato finale non sono distribuiti in modo uniforme e isotropo, ma sono collimati in due *sciame* di adroni chiamati **jet**.



Quando la coppia $q \bar{q}$ si separa l'interazione di colore diventa estremamente forte (confinamento) per cui il quark e l'antiquark vengono violentemente decelerati ed emettono adroni (Bremsstrahlung). Questi jet di adroni vengono emessi nella direzione del q e del $\bar{q}$ ed emergono quindi “back-to-back”.



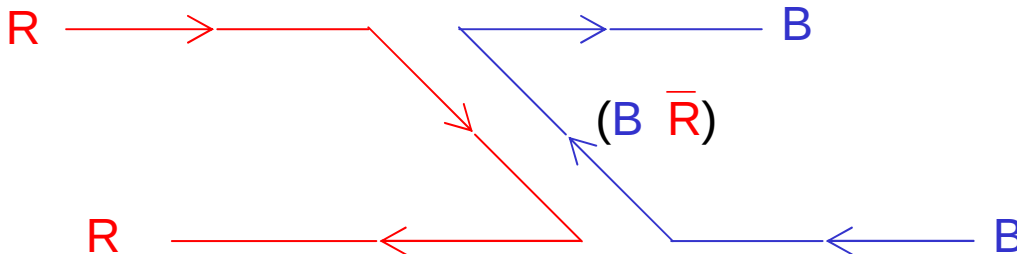
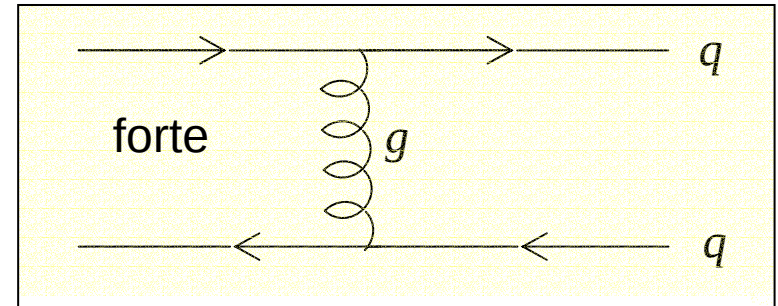
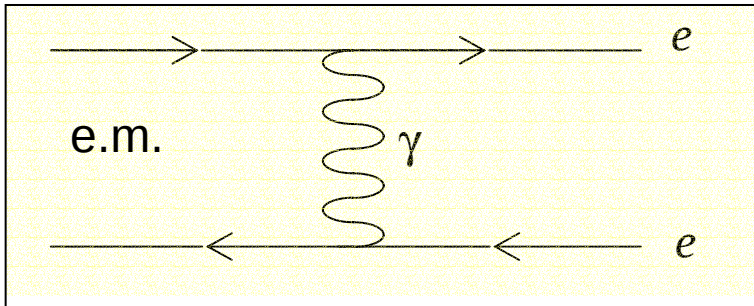
Formazione di jet in e^+e^-
esperimento TASSO a PETRA



Distribuzione angolare dei due
jet adronici, consistente con la
forma $(1 + \cos^2\theta)$ attesa per il
processo $e^+e^- \rightarrow q \bar{q}$

Cromodinamica Quantistica (QCD)

All'interazione forte è associata una carica detta **colore**. I quanti del campo forte si chiamano **gluoni**.

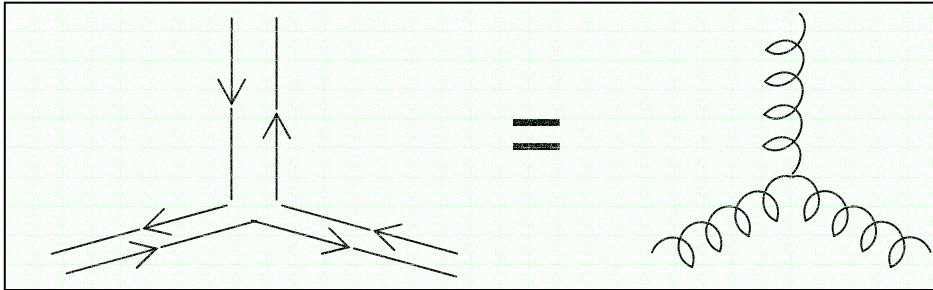


I quark interagiscono fortemente scambiandosi colore. Il gluone stesso deve possedere una carica di colore, è un oggetto bi-colorato (es.: B $\bar{R}$)

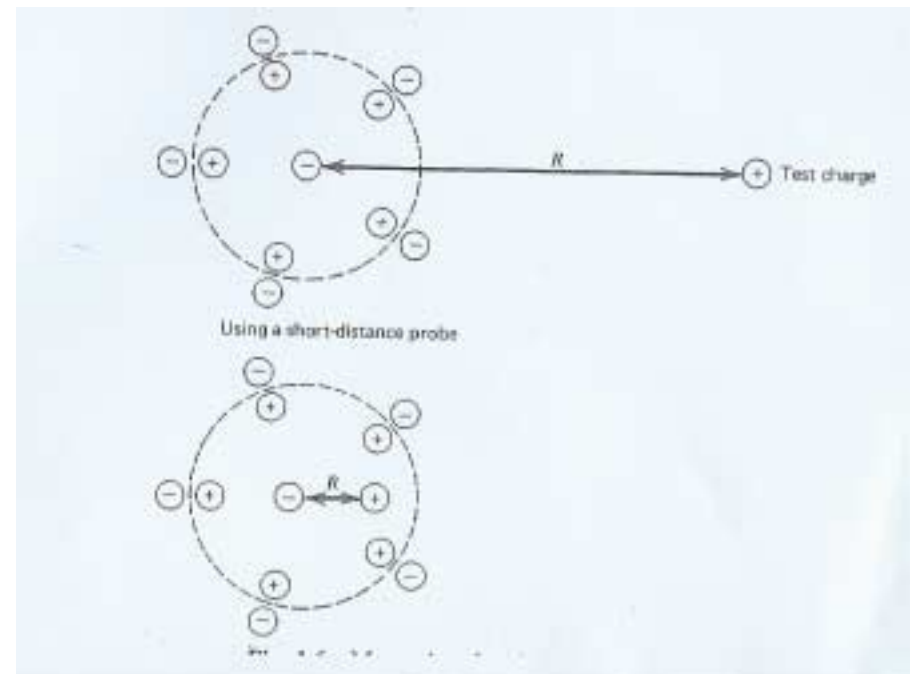
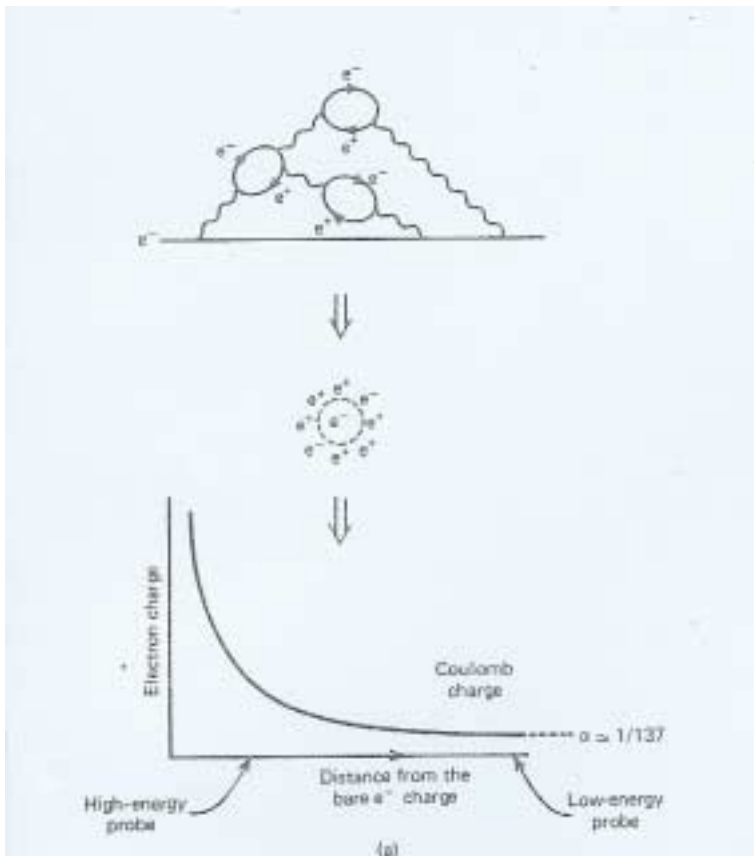
In analogia alla QED si formula una teoria quantistica dell'interazione forte, detta **Cromodinamica Quantistica (QCD)**.

Delle nove combinazioni possibili, $\bar{R}R$, $\bar{G}R$, $\bar{B}R$, $\bar{R}G$, $\bar{G}G$, $\bar{B}G$, $\bar{R}B$, $\bar{G}B$, $\bar{B}B$, una è un singoletto di colore ($R + \bar{R} + B + \bar{B} + G + \bar{G}$). Rimangono quindi **otto gluoni**, che rappresentano i quanti del campo di colore.

Il fatto che i gluoni abbiano carica di colore implica l'esistenza di un accoppiamento diretto fra gluoni, per il quale non esiste l'analogo in QED.

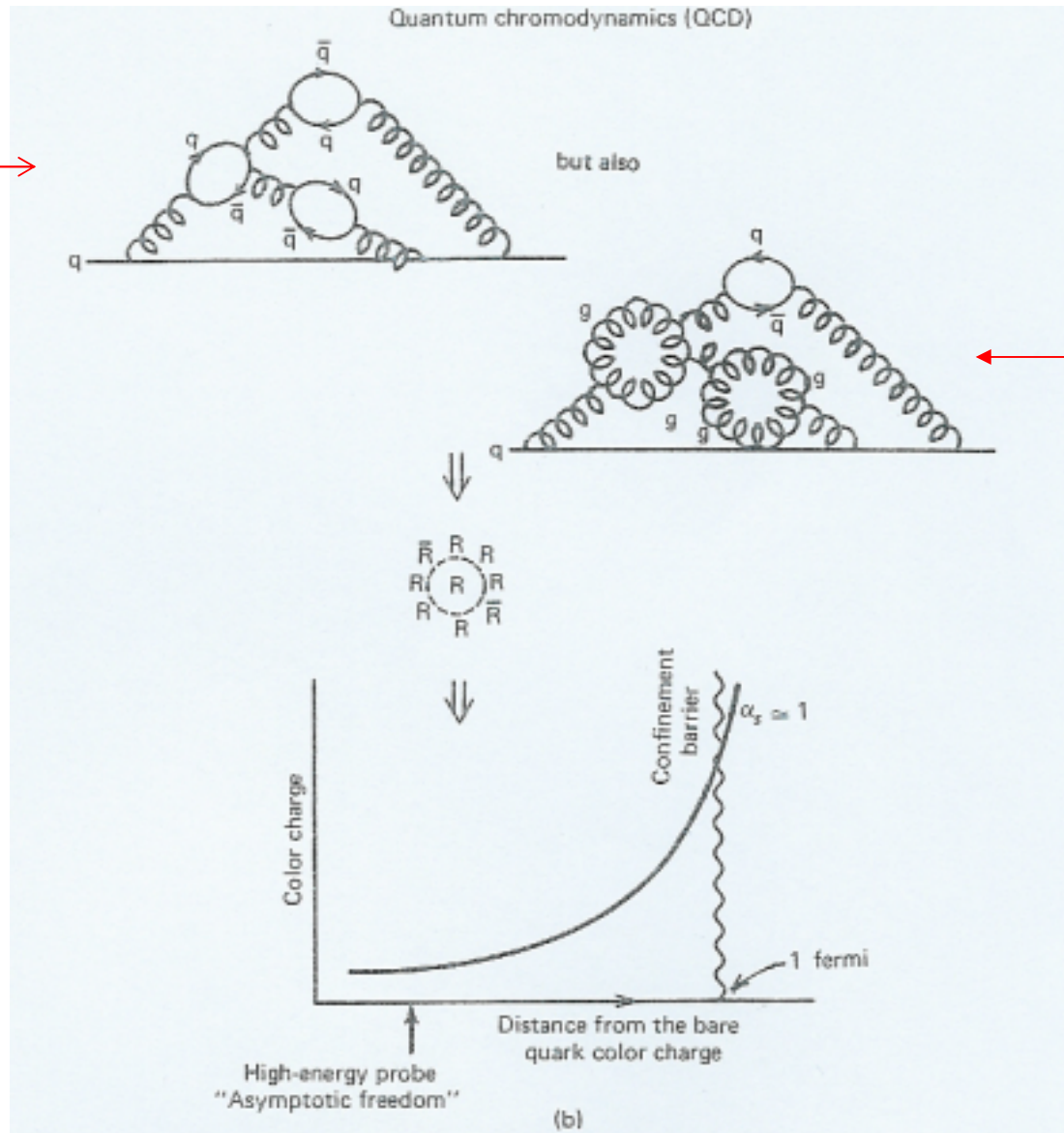


Questo fatto ha delle implicazioni importantissime sulla schermatura di carica in QED e QCD e sull'andamento asintotico delle due interazioni.



Schermatura di carica in QCD e andamento di α_s

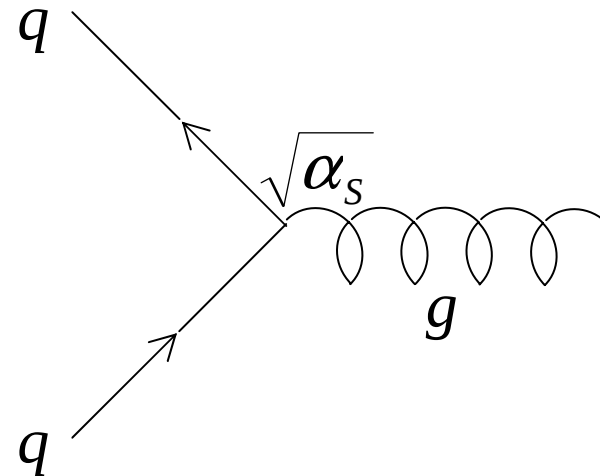
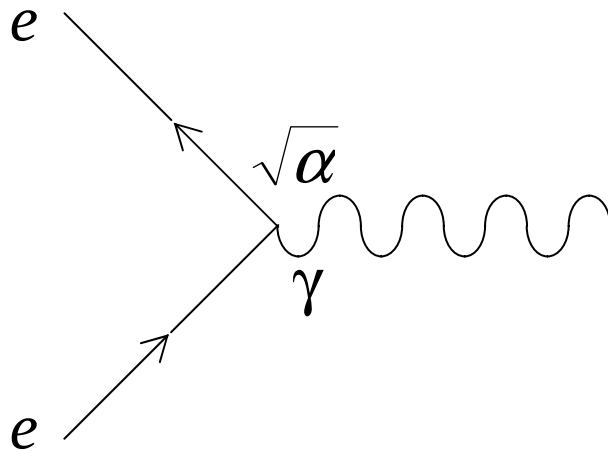
QED
analog



gluon
self coupling
in QCD

Le **proprietà essenziali della QCD** si possono riassumere nei seguenti punti:

- I quark hanno una **carica di colore** (oltre alla carica elettrica) che può assumere 6 valori: R, G, B, $\bar{R}$, $\bar{B}$, $\bar{G}$.
- Il colore viene scambiato da **8 gluoni** “bi-colorati”.
- Le interazioni quark-quark si possono calcolare usando le regole di QED, con l'introduzione di un fattore di colore e la sostituzione $\sqrt{\alpha} \rightarrow \sqrt{\alpha_s}$ a ogni vertice.



- I **gluoni possiedono carica di colore** e possono interagire direttamente tra di loro.
- A **piccole distanze** α_s è **sufficientemente piccola** da rendere possibile il calcolo perturbativo (libertà asintotica).