



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI FERRARA

FACOLTA' DI SCIENZE MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI
Corso di Laurea in Fisica ed Astrofisica

Applicazione del metodo Non Negative Least Square alla Full Spectrum Analysis nel processo di calibrazione di uno spettrometro portatile di raggi gamma

Relatore

Dott. Mantovani Fabio

Laureanda

Baldoncini Marica

Correlatore

Dott. Rossi Carlos Alvarez

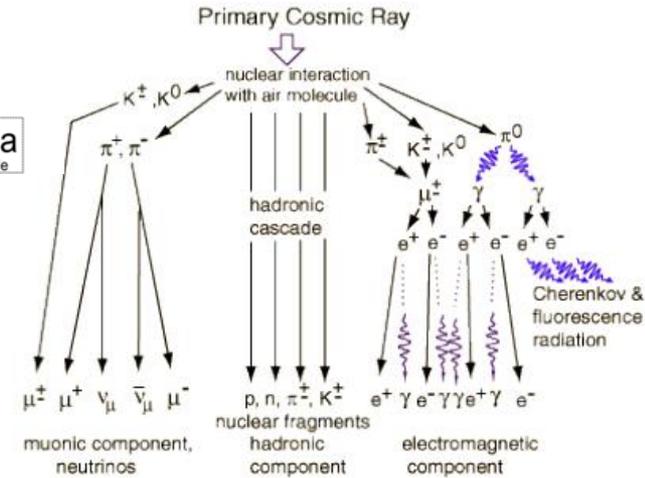
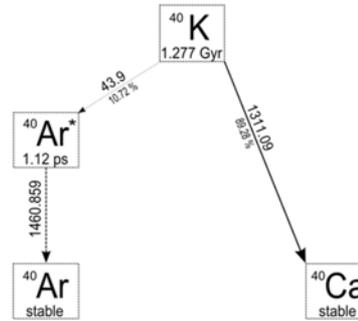
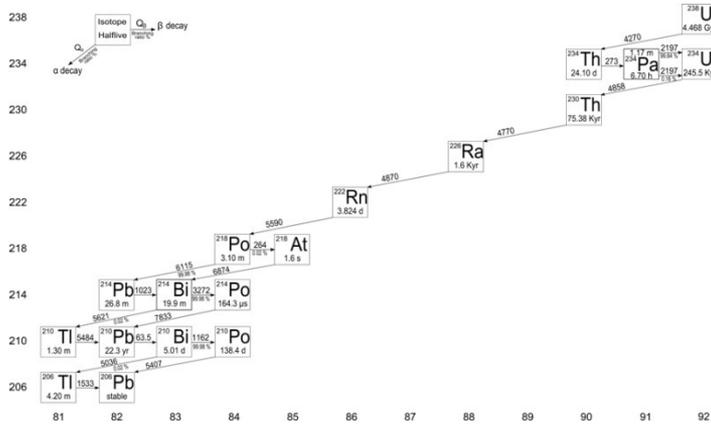
Anno Accademico 2008 – 2009

SOMMARIO

- **La radioattività ambientale**
- **Procedure di calibrazione dello strumento `ZaNaI_03` per misure in situ**
- **Studio di due metodi di analisi spettrale:**
 - **Window Analysis Method (WAM)**
 - **Full Spectrum Analysis (FSA)**
- **Applicazione del metodo Non Negative Least Square (NNLS) alla Full Spectrum Analysis in fase di calibrazione e di misura con lo `ZaNaI_03`**
- **Conclusioni**

LA RADIOATTIVITA' AMBIENTALE

- Radioattività naturale di **origine terrestre**: radionuclidi primordiali (^{40}K , ^{238}U , ^{232}Th ,...)



- Radioattività naturale di **origine cosmica**:
 - raggi cosmici primari (p, α)
 - raggi cosmici secondari (π , e, ...)

- Radioattività artificiale: **radionuclidi antropogenici** (^{137}Cs , ^{239}Pu , ^{60}Co , ^{90}Sr ,...)



Questa tesi rientra in un progetto di ricerca che mira allo sviluppo di prototipi per misure di radiazione gamma in situ ed airborne

LO STRUMENTO ZaNaI_03

Spettrometro gamma per misure di radioattività statiche o dinamiche in situ



Caratteristiche tecniche:

- **Cristallo cilindrico NaI(Tl) da 0.3 l**
- Risoluzione energetica ~ 12,5% (662,5 keV per il ^{137}Cs)
~ 15% (122 keV per il ^{57}Co)
- **Elettronica integrata (digibase)**
- Spettro: 1024 canali
- **Sensori USB: antenna GPS, umidità e temperatura**
- Mini notebook
- Autonomia ~10 ore

Per passare dai conteggi alle abbondanze è necessaria una calibrazione dello strumento

PROCEDURE DI CALIBRAZIONE DELLO **ZaNaI_03**

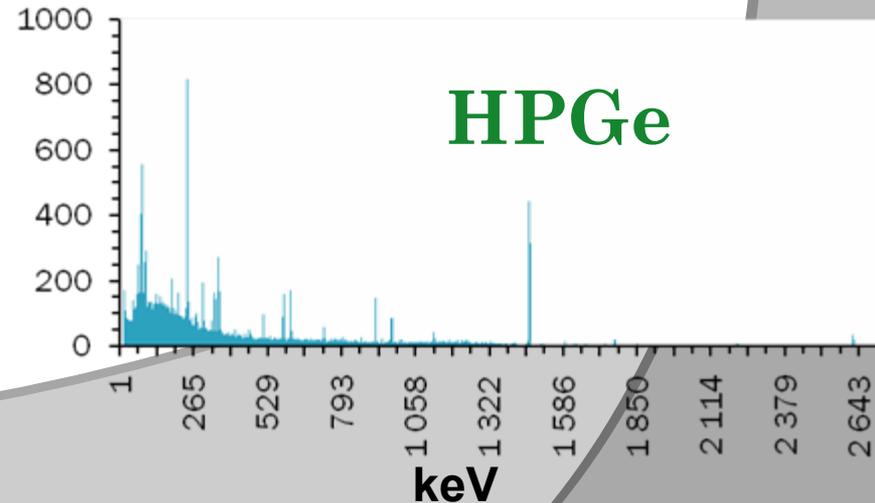
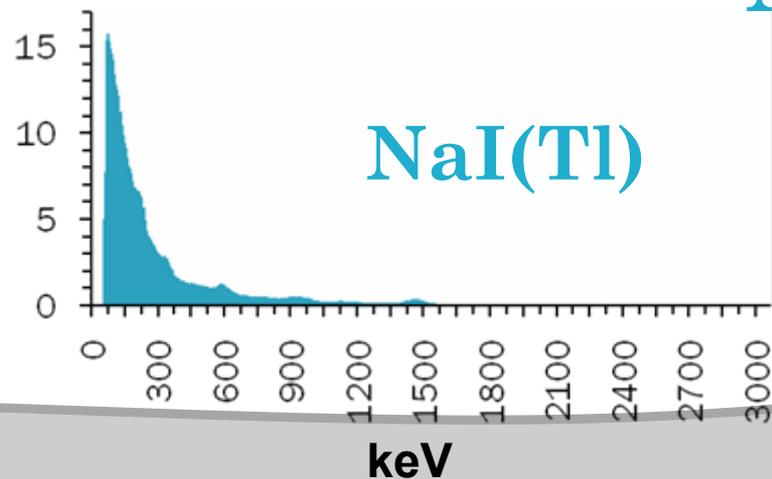
OBIETTIVO: valutare la sensitività dello strumento in presenza di una determinata sorgente radioattiva



Assumendo che il sito naturale sia **omogeneo** misuriamo lo spettro gamma **N** con lo **ZaNaI_03** ed il contenuto di radioattività **C** in campioni con **HPGe**:

$$N = CS$$

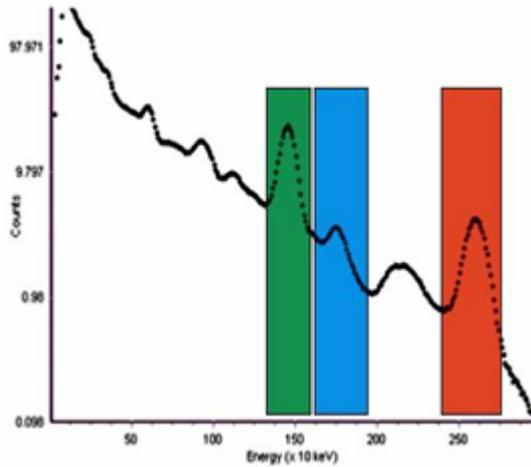
Matrice di sensitività



IL WINDOW ANALYSIS METHOD (WAM)

Il metodo WAM si basa sull'analisi dei fotopicchi di ^{40}K , ^{214}Bi ,

Il metodo è suggerito dalle linee guida dell'International Atomic Energy Agency (IAEA)¹



Elemento dedotto	Isotopo	Energia (keV)	Range energetico (keV)
^{40}K	^{40}K	1460	1370-1570
eU	^{214}Bi	1765	1660-1860
eTh	^{208}Tl	2614	2410-2810

Con eU e eTh indichiamo l'abbondanza di U e Th con l'assunzione che ci siano in equilibrio secolare.

Con 3 siti indipendenti il sistema $\mathbf{N} = \mathbf{CS}$ è determinato e diventa:

$$\begin{pmatrix} n_K^1 & n_U^1 & n_{Th}^1 \\ n_K^2 & n_U^2 & n_{Th}^2 \\ n_K^3 & n_U^3 & n_{Th}^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_K^1 & c_U^1 & c_{Th}^1 \\ c_K^2 & c_U^2 & c_{Th}^2 \\ c_K^3 & c_U^3 & c_{Th}^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_{KK} & S_{KU} & S_{KTh} \\ S_{UK} & S_{UU} & S_{UTh} \\ S_{ThK} & S_{ThU} & S_{ThTh} \end{pmatrix}$$

¹Guidelines for radioelement mapping using gamma ray spectrometry data, IAEA-TECDOC-1363, 2003.

II WAM NELLA CALIBRAZIONE DELLO $ZaNaI_{03}$

Il set up di calibrazione ideale prevede 3 aree indipendenti in cui si ha rispettivamente un'abbondanza prevalente di **K**, **U**, **Th**

- pad artificiali con concentrazioni note
- siti naturali omogenei con concentrazioni note
- il background (raggi cosmici, ^{222}Rn , radioattività intrinseca,...) è studiato in un sito "privo" di K, U, Th

SITO	K[%]	eU[ppm]	eTh[ppm]
Pad di K	54.00±3.00	2.00±1.00	6.00±0.50
Rapolano T. (SI)	0.10±0.01	6.74±1.05	1.74±0.15
Sorano (GR)	2.92±0.08	7.50±0.37	39.32±2.14
Cava di Gobbie (MS)	0.08±0.03	0.28±0.08	1.15±0.12

$$S = \begin{pmatrix} 3,645 & -0,002 & -0,001 \\ 0,289 & 0,319 & -0,001 \\ 0,079 & 0,069 & 0,142 \end{pmatrix}$$

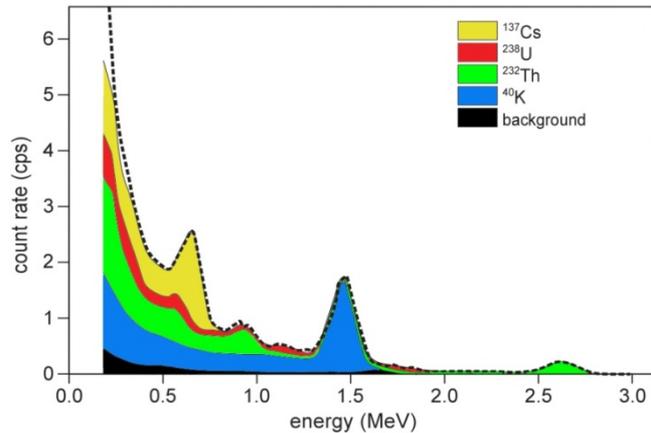
$$S_{IAEA} = \begin{pmatrix} 3,360 & 0,000 & 0,000 \\ 0,250 & 0,325 & 0,011 \\ 0,062 & 0,075 & 0,128 \end{pmatrix}$$

- gli elementi sulla diagonale sono in buon accordo
- i **termini attesi nulli** o molto prossimi a zero risultano negativi
- gli elementi del **triangolo inferiore** sono perturbati da altre componenti spettrali (Compton, fotopicchi secondari,...)

Lo spettro è molto più "ricco" dei "semplici" fotopicchi

LA FULL SPECTRUM ANALYSIS (FSA)

Lo spettro complessivo può essere visto come la sovrapposizione degli spettri fondamentali, i quali sono la risposta del detector alla concentrazione unitaria di un determinato radioisotopo



$$N(i) = \sum_{k=1}^4 C_k S_k(i) + BG(i)$$

Importanti estensioni al processo di calibrazione

- Full range [300keV-2900keV (867 bin)]
- ^{137}Cs

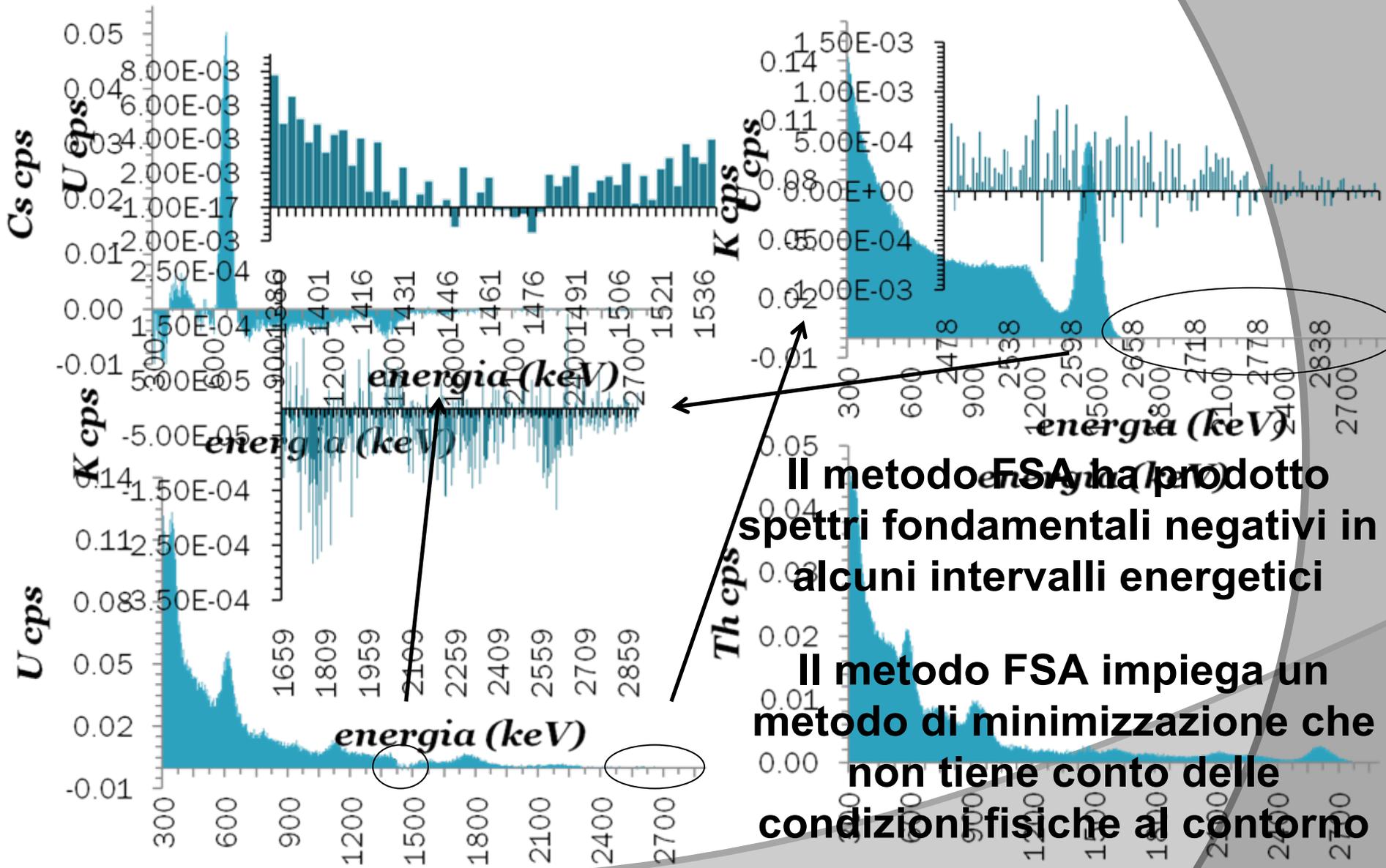
• 10 siti indipendenti $N_{9 \times 867} = C_{9 \times 4} S_{4 \times 867}$

Teorema di Gauss-Markov: il metodo dei minimi quadrati (LS) fornisce la miglior stima della soluzione del sistema lineare sovradeterminato.

La matrice S ottenuta mediante la matrice pseudoinversa delle concentrazioni C^+ minimizza lo scarto tra valori misurati e valori attesi:

$$S_{4 \times 867} = C^+_{4 \times 9} N_{9 \times 867} \quad \text{dove} \quad C^+ = (C^T C)^{-1} C^T$$

LA FSA NELLA CALIBRAZIONE DELLO $ZnNaI_{03}$



Il metodo FSA ha prodotto spettri fondamentali negativi in alcuni intervalli energetici

Il metodo FSA impiega un metodo di minimizzazione che non tiene conto delle condizioni fisiche al contorno

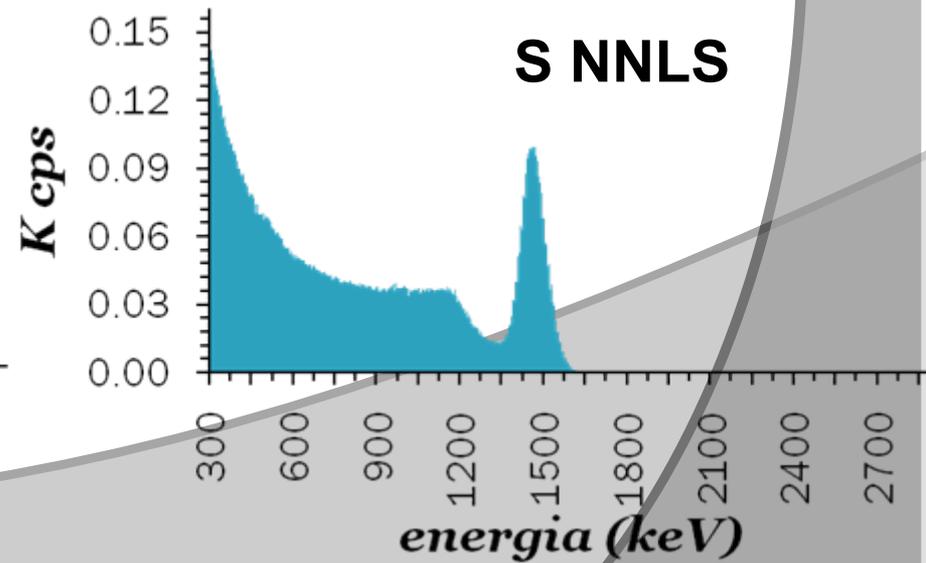
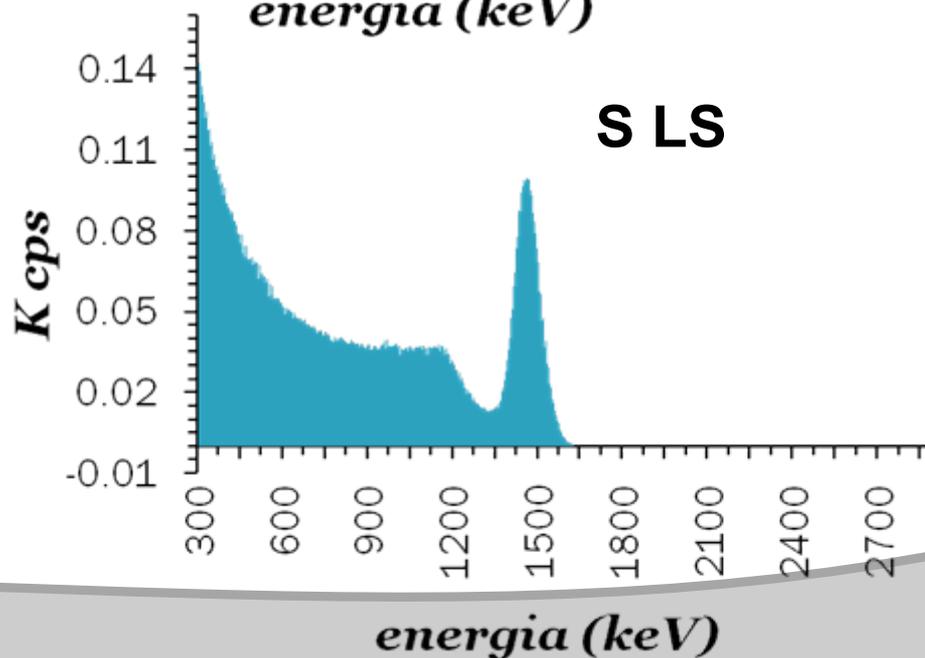
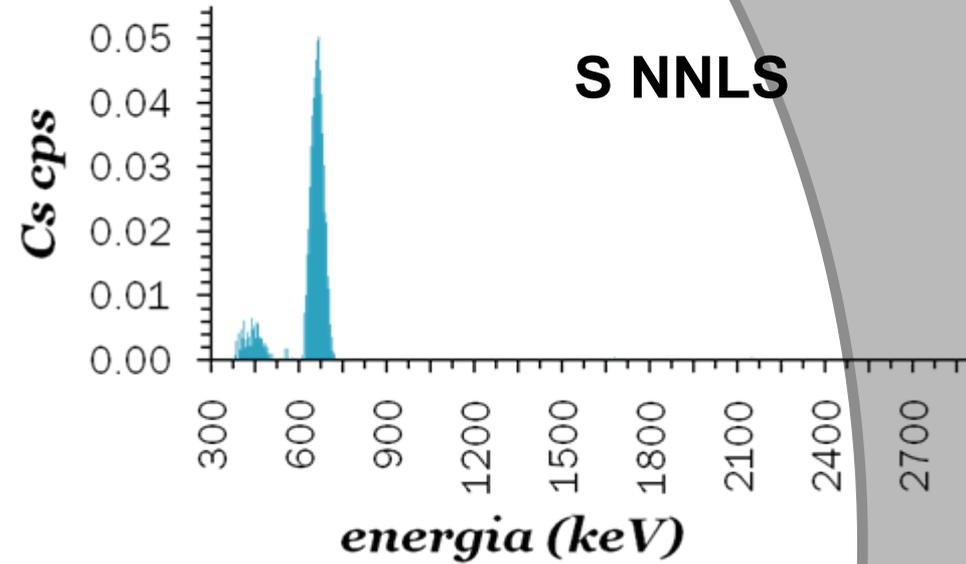
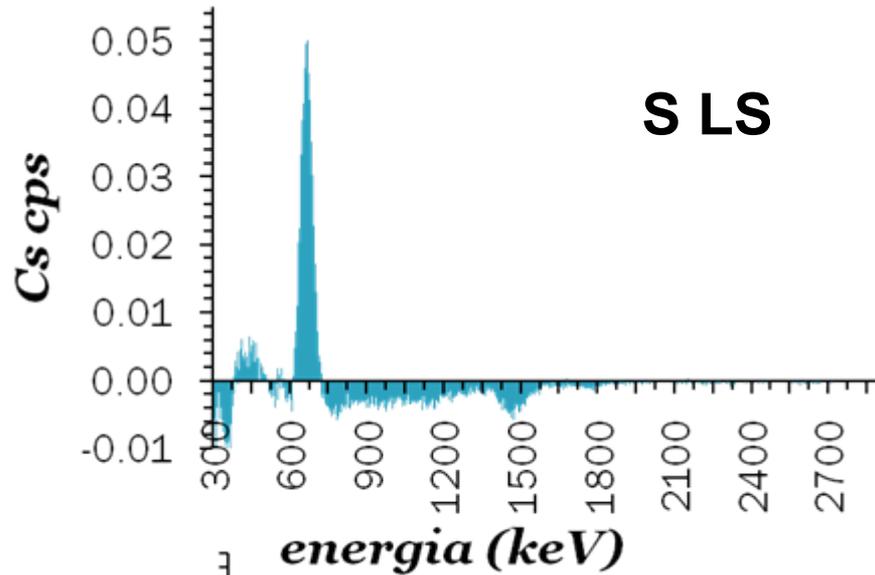
In questa tesi ho cercato di risolvere questo "problema"

IL METODO NON NEGATIVE LEAST SQUARE (NNLS)

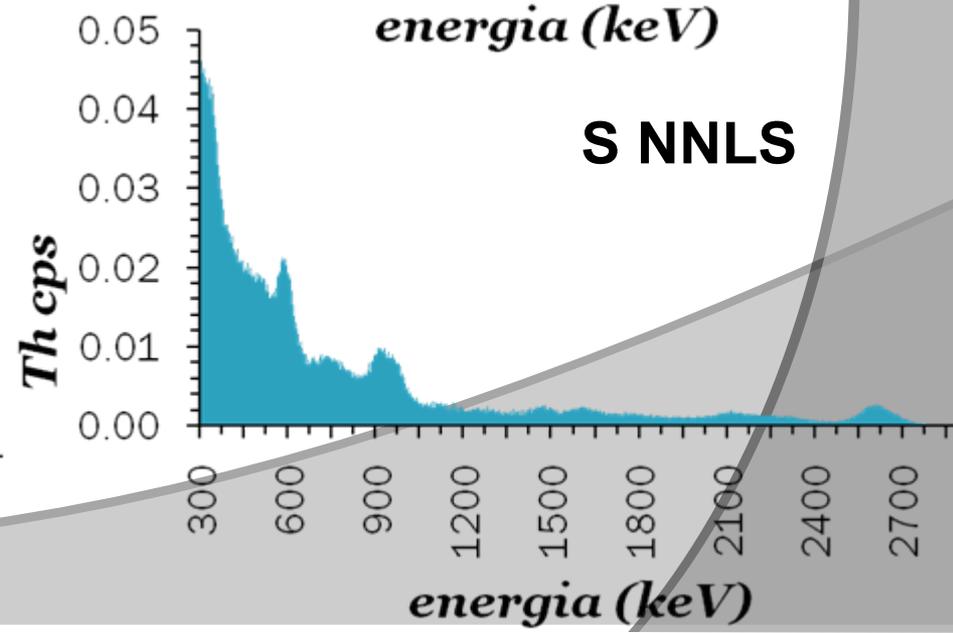
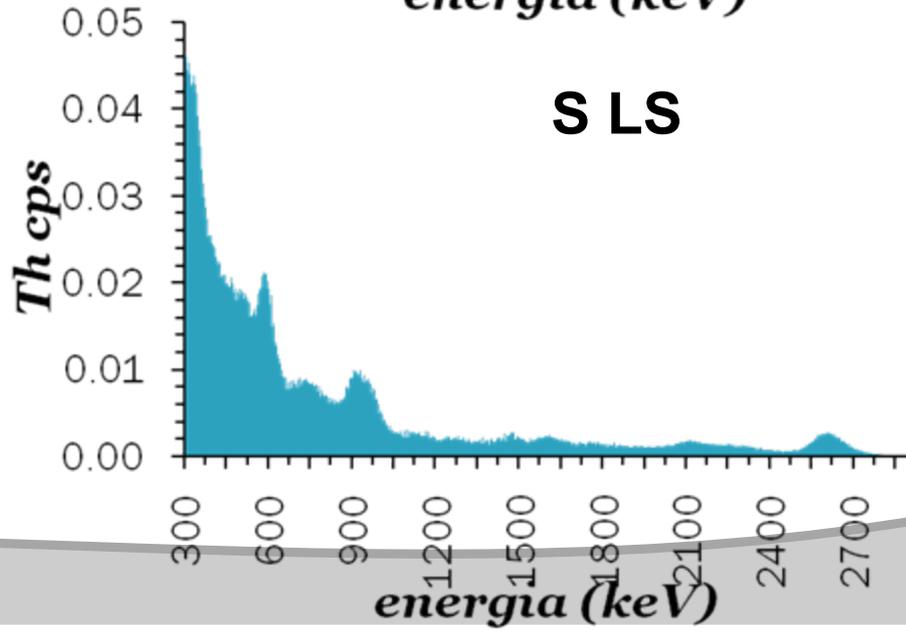
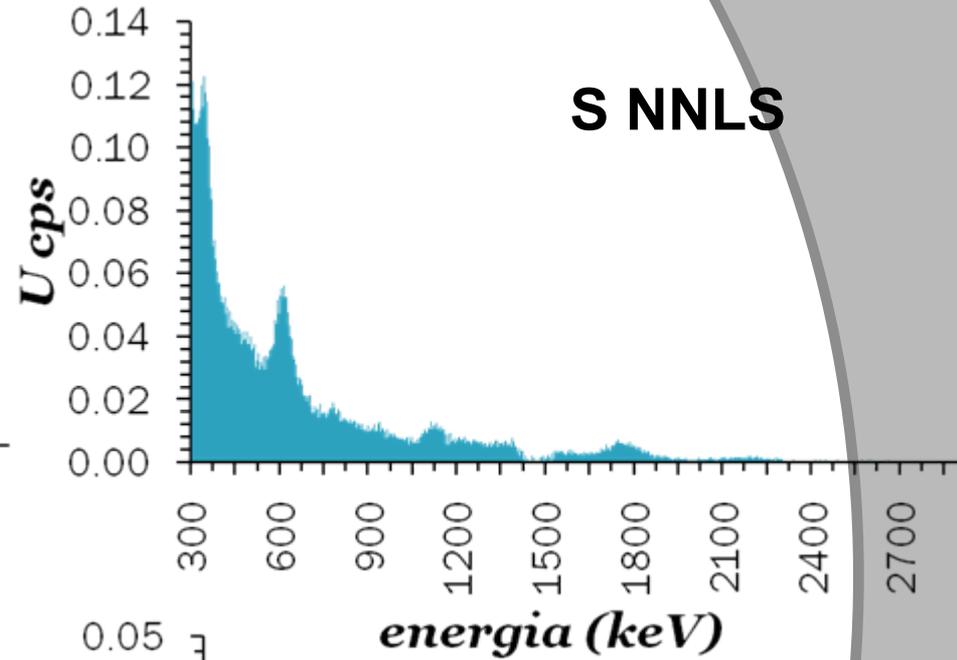
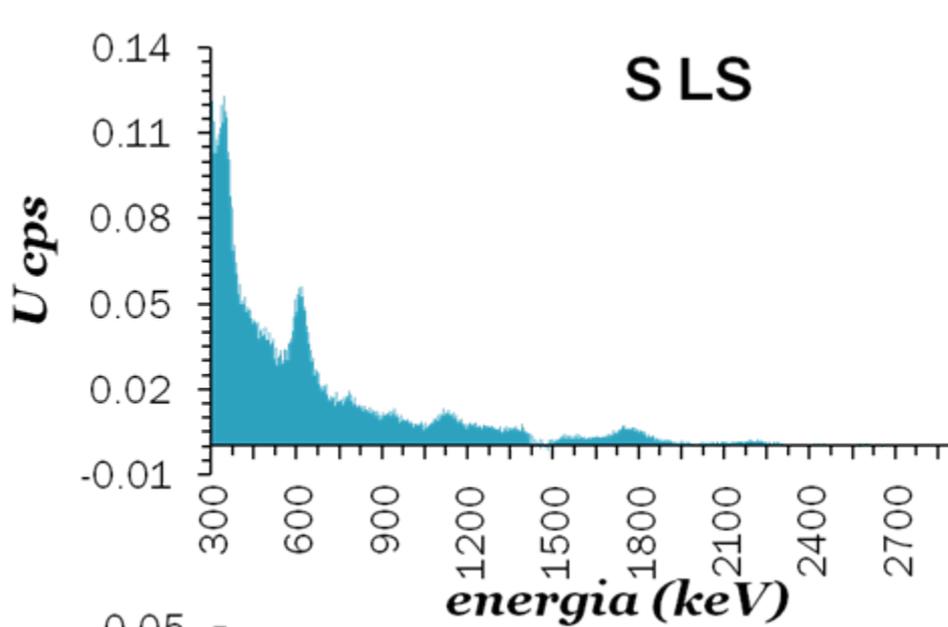
Obiettivo:

- **Minimizzare $\|Ax - b\|$ soggetto alla condizione $x \geq 0$ dove:**
 - **A è la matrice che esprime il modello**
 - **b è il vettore dei valori misurati**
 - **x è il vettore indipendente soluzione**
- **La teoria è stata sviluppata da C. L. Lawson e R. J. Hanson in “Solving Least Square Problems” presso i Laboratori Jet Propulsion**
- **Nel nostro caso l’obiettivo si traduce in:
Minimizzare $\|CS - N\|$ imponendo la condizione $S \geq 0$**
- **Il metodo NNLS ha visto uno straordinario sviluppo negli ultimi anni, stimolato da applicazioni tecnologiche come la ricostruzione di immagini, i sistemi di controllo, l'intelligenza artificiale, la computer grafica, ecc**
- **Applicazione del metodo in ambiente MATLAB, attraverso l’utilizzo della funzione `lsqnonneg`**

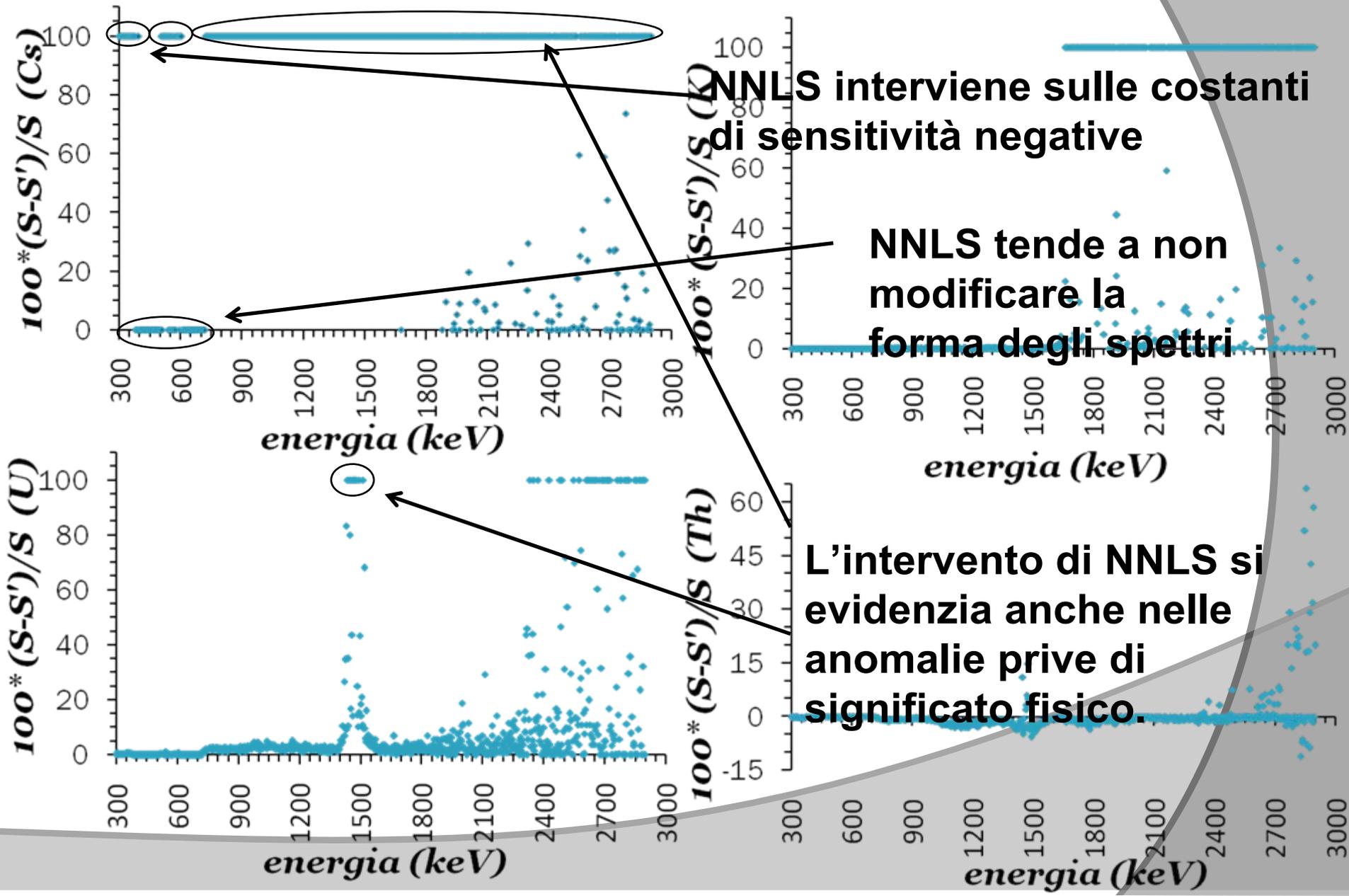
APPLICAZIONE DEL METODO NNLS ALLA FSA IN FASE DI CALIBRAZIONE



APPLICAZIONE DEL METODO NNLS ALLA FSA IN FASE DI CALIBRAZIONE



DOVE NNLS “INTERVIENE”?



NNLS interviene sulle costanti di sensitività negative

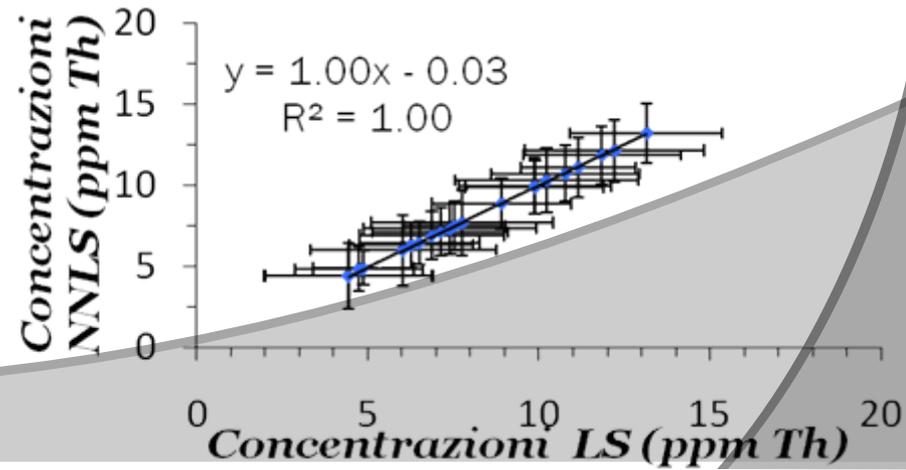
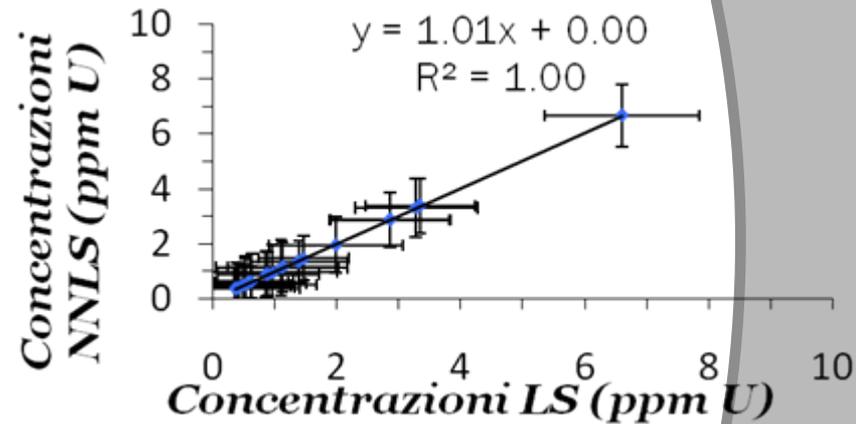
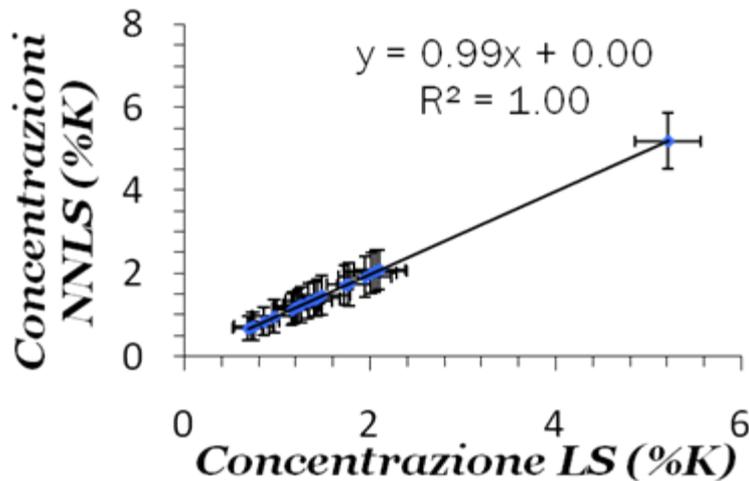
NNLS tende a non modificare la forma degli spettri

L'intervento di NNLS si evidenzia anche nelle anomalie prive di significato fisico.

DALLE CALIBRAZIONI ALLE MISURE IN SITU



- Applicando il metodo FSA a 54 misure su altrettanti siti abbiamo ottenuto 21 concentrazioni negative di ^{137}Cs .
- L'applicazione di NNLS a queste misure ha portato a concentrazioni non negative.
- Il chi quadro ridotto medio per le 21 misure è 1.5.
- NNLS non ha modificato le concentrazioni di K, U, Th:



Anche nelle misure, NNLS interviene nel correggere i valori privi di significato fisico.

CONCLUSIONI

- La Full Spectrum Analysis allarga il campo di indagine spettrale permettendo non solo di ricostruire gli interi **spettri fondamentali** di ^{40}K , eU ed eTh, ma anche di ampliare lo studio della radioattività ambientale all'elemento ^{137}Cs .
- In fase di calibrazione dello ZaNaI_03 il metodo NNLS interviene **sugli eventi negativi** negli spettri fondamentali **senza** modificarne la forma.
- Il metodo NNLS interviene nelle regioni spettrali **oltre l'energia massima di decadimento** di ^{137}Cs e ^{40}K annullando le costanti di sensibilità.
- Il metodo NNLS **corregge alcune anomalie spettrali** prive di significato fisico, frutto del processo di minimizzazione del chi quadro.
- Il metodo NNLS ha ottimi riscontri nell'analisi delle **misure in situ**.
- L'applicazione del metodo NNLS alla FSA è **la miglior procedura** finora applicata per analizzare misure in situ ottenute con lo ZaNaI_03.

Grazie per l'attenzione!