

Soluzioni del problema 14.12 adattato

Tipo di problema fornito per la parte di termodinamica nella prova scritta

Sommario

Riportiamo tutte le possibili soluzioni del problema, anche con considerazioni didattiche. A lezione sono stati svolti altri problemi per comprendere qualsiasi tipo di trasformazione, che potrebbe essere contemplata nella prova scritta. Questo documento è un compendio anche per eventuali studenti, che non abbiano avuto la possibilità di frequentare in modo assiduo.

Rispondiamo al quesito a) del tema

Riportiamo prima di tutto l'andamento del ciclo, sulla base di quanto indicato nel tema. Ricordiamo che nella prova scritta non verrà fornito il diagramma $p - V$ della trasformazione, in quanto si chiede allo studente di farlo sulla base delle indicazioni fornite.

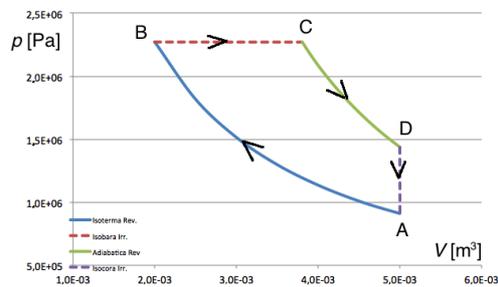


Fig. 1: La trasformazione A → B è una compressione isoterma reversibile, la B → C una isobara irreversibile, la C → D una adiabatica reversibile, ed infine la D → A un'isocora irreversibile.

Stato A

Per quanto riguarda lo stato A, sono state fornite tre delle quattro variabili presenti nell'equazione di stato dei gas ideali, pertanto si può ricavare l'unica non fornita (p_A) dalla suddetta equazione:

$$p_A = \frac{nRT_A}{V_A}; \quad V_A!; \quad T_A!; \quad n!;$$

dove con il punto esclamativo (!) intendiamo, che il valore numerico è fornito.

I valori numerici delle coordinate termodinamiche, opportunamente arrotondati, risultano:

$$p_A = 9.08 \cdot 10^5 \text{ Pa}; \quad V_A = 5.00 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3; \quad T_A = 273.15 \text{ K}; \quad n = 2.00 \text{ mol}.$$

Stato B

Per lo stato B, partendo dallo stato A, dato che la trasformazione A→B è isoterma: $T_A = T_B$. Ci viene fornito V_B , n rimane costante nei sistemi chiusi, che consideriamo in questo corso, e quindi ci rimane da ricavare p_B , dalla relazione $p_A V_A = p_B V_B$, dove utilizziamo per p_A , quanto ricavato nello stato A:

$$p_B = \frac{p_A V_A}{V_B} = \frac{nRT_A}{V_B} \frac{V_A}{V_B}; \quad V_B!; \quad T_B = T_A!; \quad n!.$$

ed i cui valori numerici risultano:

$$p_B = 2.27 \cdot 10^6 \text{ Pa}; \quad V_B = 2.00 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3; \quad T_B = T_A = 273.15 \text{ K}; \quad n = 2.00 \text{ mol}.$$

Stato C

Per trovare le coordinate dello stato C, consideriamo che la trasformazione B → C è un'isobara irreversibile, pertanto $p_C = p_B$. Negli stati di equilibrio B e C valgono le relazioni $p_B V_B = nRT_B$ e $p_C V_C = nRT_C$, pertanto $V_B/V_C = T_B/T_C$, per cui per le coordinate otteniamo:

$$p_C = p_B; \quad V_C = \frac{V_B}{T_B} T_C; \quad T_C!; \quad n!,$$

mentre i valori numerici sono:

$$p_C = 2.27 \cdot 10^6 \text{ Pa}; \quad V_C = 3.80 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3; \quad T_C = 519.00 \text{ K}; \quad n = 2.00 \text{ mol}.$$

Stato D

La trasformazione C→D è un'adiabatica reversibile, per la quale conosciamo tutte le coordinate dello stato C e ci viene fornito il volume dello stato D ($V_D = V_A$). Dato che la trasformazione è reversibile si possono usare le relazioni per le adiabatiche reversibili tra p e V , nonché tra T e V , visto che viene fornito il volume V_D , ovvero $pV^\gamma = \text{cost}$ e $TV^{\gamma-1} = \text{cost}$.

Dalla $pV^\gamma = \text{cost}$:

$$p_D V_D^\gamma = p_C V_C^\gamma,$$

dove rispetto alle variabili iniziali fornite: $V_D = V_A$, nonché $V_C = (V_B/T_B) T_C$ e $p_C = nRT_B/V_B$, si ottiene per p_D :

$$p_D = \left(\frac{V_C}{V_D} \right)^\gamma p_C = \left[\frac{(V_B/T_B) T_C}{V_A} \right]^\gamma \frac{nRT_B}{V_B} = \left(\frac{V_B T_C}{V_A T_A} \right)^\gamma \frac{nRT_A}{V_B}.$$

Invece dalla relazione $TV^{\gamma-1} = \text{cost}$:

$$T_D V_D^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1},$$

dove usiamo le relazioni rispetto alle variabili iniziali $V_D = V_A$ e $V_C = (V_B/T_B) T_C$, per cui si ottiene:

$$T_D = \left(\frac{V_C}{V_D} \right)^{\gamma-1} T_C = \left[\frac{(V_B/T_B) T_C}{V_A} \right]^{\gamma-1} T_C = \left(\frac{V_B T_C}{V_A T_A} \right)^{\gamma-1} T_C.$$

Pertanto le coordinate termodinamiche dello stato D risultano:

$$p_D = \left(\frac{V_B T_C}{V_A T_A} \right)^\gamma \frac{nRT_A}{V_B}; \quad V_D = V_A; \quad T_D = \left(\frac{V_B T_C}{V_A T_A} \right)^{\gamma-1} T_C; \quad n!,$$

mentre i valori numerici sono:

$$p_D = 1.44 \cdot 10^6 \text{ Pa}; \quad V_D = 5.00 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3; \quad T_D = 432 \text{ K}; \quad n = 2.00 \text{ mol}.$$

Rispondiamo al quesito b) del tema

Calcolare la variazione di energia interna, il calore scambiato ed il lavoro, nonché la variazione di entropia per ogni trasformazione e per il ciclo.

Trasformazione A→B

La trasformazione A→B è un'isoterma reversibile, per cui possiamo calcolare il lavoro, integrando $dW = p dV$, dato che la relazione $p(V) = nRT/V$ è soddisfatta lungo tutto il percorso di integrazione. Il lavoro risulta:

$$W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} nRT \frac{dV}{V} = nRT \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right).$$

La variazione di energia interna risulta nulla, in quanto la trasformazione è a temperatura costante, e dalla prima legge della termodinamica otteniamo che il calore scambiato $Q_{AB} = W_{AB}$.

La variazione di entropia si può calcolare utilizzando $dQ = p dV$, dato che $dU = 0$, ed utilizzando $p(V)$ dell'equazione di stato dei gas ideali:

$$\Delta S = \int_A^B \frac{dQ}{T} = \int_A^B \frac{p dV}{T} = \int_A^B \frac{nRT}{V} \frac{dV}{T} = nR \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right).$$

Le grandezze della prima legge e della seconda legge della termodinamica, risultano per tale trasformazione:

$$\Delta U_{AB} = 0; \quad Q_{AB} = W_{AB}; \quad W_{AB} = nRT_A \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right); \quad \Delta S_{AB} = nR \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right).$$

i cui valori numerici sono:

$$\Delta U_{AB} = 0 \text{ J}; \quad Q_{AB} = -4.16 \text{ kJ}; \quad W_{AB} = -4.16 \text{ kJ}; \quad \Delta S = -15.2 \text{ J K}^{-1}.$$

Trasformazione B→C

La trasformazione B→C è un'isobara irreversibile, per cui la $\Delta U_{BC} = nc_V(T_C - T_B)$. W_{BC} , il lavoro, può essere dedotto, dato che la pressione esterna è costante, dal calcolo del lavoro fatto dal gas sull'ambiente esterno:

$$W_{BC} = \int_B^C p_{est} dV = p_{est} \int_B^C dV = p_{est}(V_C - V_B),$$

la pressione del gas rimane costante durante la trasformazione e risulta $p_C = p_B = p_{est}$. È più pratico in questo caso presentare il lavoro in funzione delle temperature nei due stati di equilibrio B e C: $W_{BC} = p_C V_C - p_B V_B = nR(T_C - T_B)$.

Dalla 1^a legge della termodinamica ricaviamo che:

$$Q_{BC} = W_{BC} + \Delta U_{BC} = nR(T_C - T_B) + nc_V(T_C - T_B) = nc_p(T_C - T_B).$$

Per la variazione dell'entropia possiamo congiungere stato iniziale e finale della trasformazione irreversibile a pressione costante con una trasformazione reversibile a pressione costante, per cui, utilizzando le relazioni della trasformazione reversibile a pressione costante, possiamo scrivere in forma differenziale $dQ = nc_p dT$

$$\Delta S = \int_B^C \frac{dQ}{T} = \int_B^C nc_p \frac{dT}{T} = nc_p \ln \left(\frac{T_C}{T_B} \right).$$

Quindi otteniamo

$$\Delta U_{BC} = nc_V(T_C - T_B); \quad Q_{BC} = \Delta U_{BC} + W_{BC}; \quad W_{BC} = p_{est}(V_C - V_B); \quad \Delta S_{BC} = nc_p \ln\left(\frac{T_C}{T_B}\right).$$

$$\Delta U_{BC} = nc_V(T_C - T_B); \quad Q_{BC} = nc_p(T_C - T_B); \quad W_{BC} = nR(T_C - T_B); \quad \Delta S_{BC} = nc_p \ln\left(\frac{T_C}{T_B}\right),$$

i cui valori numerici sono:

$$\Delta U_{BC} = 6.13 \text{ kJ}; \quad Q_{BC} = 10.2 \text{ kJ}; \quad W_{BC} = 4.09 \text{ kJ}; \quad \Delta S_{BC} = 26.7 \text{ J K}^{-1}.$$

Trasformazione C→D

La trasformazione C→D è una trasformazione adiabatica reversibile, per la quale $Q_{CD} = 0$, la variazione di energia interna $\Delta U_{CD} = nc_V(T_D - T_C)$, il lavoro W_{CD} si può calcolare lungo la trasformazione, dato che è nota la relazione $p(V) = \text{cost}/V^\gamma$, sebbene sia più immediato utilizzare la prima legge della termodinamica e pertanto $W_{CD} = -\Delta U_{CD}$.

Per la variazione di entropia:

$$\Delta S_{CD} = \int_C^D \frac{dQ}{T} = \int_C^D \frac{dU + pdV}{T} = nc_V \ln\left(\frac{T_D}{T_C}\right) + nR \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right),$$

per la quale, dato che vale la relazione $T_D(V_D)^{\gamma-1} = T_C(V_C)^{\gamma-1}$ in quanto è un'adiabatica reversibile, sostituendo l'argomento del primo logaritmo naturale il rapporto delle temperature in funzione del rapporto dei volumi, si ottiene come risultato che $\Delta S_{CD} = 0$.

$$\Delta U_{CD} = -2.16 \text{ kJ}; \quad Q_{CD} = 0 \text{ J}; \quad W_{CD} = 2.16 \text{ kJ}; \quad \Delta S_{CD} = 0 \text{ J K}^{-1}.$$

Trasformazione D→A

La trasformazione D→A è un'isocora irreversibile, pertanto $W_{DA} = 0$, $\Delta U_{DA} = nc_V(T_A - T_D)$ e dalla prima legge della termodinamica ricavo che $Q_{DA} = nc_V(T_A - T_D)$.

Per la variazione di entropia utilizzo una trasformazione isocora reversibile dallo stato D allo stato A, pertanto dato che $dW = 0$, posso sostituire $dQ = dU = nc_V dT$.

Per la variazione di entropia:

$$\Delta S_{DA} = \int_D^A \frac{dQ}{T} = \int_D^A \frac{nc_V dT}{T} = nc_V \ln\left(\frac{T_A}{T_D}\right).$$

$$\Delta U_{DA} = -3.96 \text{ kJ}; \quad Q_{DA} = -3.96 \text{ kJ}; \quad W_{DA} = 0 \text{ kJ}; \quad \Delta S_{DA} = -11.4 \text{ J K}^{-1}.$$

Calcolo su tutto il ciclo (○)

Per calcolare nel ciclo le grandezze coinvolte nella prima e nella seconda legge della termodinamica, ovvero variazione di energia interna ΔU_{\odot} , calore scambiato Q_{\odot} , lavoro effettuato W_{\odot} e variazione di entropia ΔS_{\odot} , sommiamo per ogni grandezza, quanto ottenuto su ogni singola trasformazione, nell'ultima colonna riportiamo i risultati attesi per la prima legge della termodinamica.

$\Delta U_{\odot} = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CD} + \Delta U_{DA}$	=	0
$Q_{\odot} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA}$	=	W_{\odot}
$W_{\odot} = W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} + W_{DA}$	=	Q_{\odot}
$\Delta S_{\odot} = \Delta S_{AB} + \Delta S_{BC} + \Delta S_{CD} + \Delta S_{DA}$	=	0

Riportiamo le relazioni funzionali, cerchiamo relazioni chiare, che ci portino al risultato finale atteso.

Consideriamo la variazione di energia interna:

$$\begin{aligned}\Delta U_{\odot} &= 0 + nc_V(T_C - T_B) + nc_V(T_D - T_C) + nc_V(T_A - T_D) = \\ &\quad \text{dato che } T_B = T_A \text{ si ha} \\ &= nc_V(\cancel{T_C} - \cancel{T_B}) + nc_V(\cancel{T_D} - \cancel{T_C}) + nc_V(\cancel{T_A} - \cancel{T_D}) = 0\end{aligned}$$

come atteso. Non c'è stato bisogno di sostituire il valore T_D in funzione dei valori iniziali forniti.

Se consideriamo i valori numerici, che abbiamo ricavato, arrotondati a tre cifre significative, otteniamo:

$$\Delta U_{\odot} = 0 \text{ J} + 6.13 \text{ kJ} - 2.16 \text{ kJ} - 3.96 \text{ kJ} = 0.01 \text{ kJ}$$

dove, nei limiti della precisione del calcolo, si osserva un'incertezza sulla cifra meno significativa, quindi il risultato è confrontabile con il valore atteso 0.

Passiamo ora al calcolo del calore scambiato e del lavoro totale, visto che devono risultare uguali li consideriamo insieme:

$$Q_{\odot} = nRT_A \ln(V_B/V_A) + nc_p(T_C - T_B) + 0 + nc_V(T_A - T_D),$$

$$W_{\odot} = nRT_A \ln(V_B/V_A) + nR(T_C - T_B) - nc_V(T_D - T_C) + 0.$$

Osserviamo che $nc_p(T_C - T_B) = nR(T_C - T_B) + nc_V(T_C - T_B)$, in cui il primo termine a secondo membro è equivalente a W_{BC} . Nei contributi del calore la parte rimanente data dalla somma $nc_V(T_C - T_B) + nc_V(T_A - T_D)$ dato che $T_B = T_A$ risulta pari a $nc_V(T_C - T_D)$, ovvero pari a $-nc_V(T_D - T_C)$, che è equivalente a W_{CD} . Come atteso risulta $Q_{\odot} = W_{\odot}$, di nuovo senza il bisogno di sostituire rispetto ai valori iniziali.

Se vogliamo riportare i risultati numerici otteniamo:

$$Q_{\odot} = -4.16 \text{ kJ} + 10.2 \text{ kJ} + 0 \text{ J} - 3.96 \text{ kJ} = 2.08 \text{ kJ},$$

$$W_{\odot} = -4.16 \text{ kJ} + 4.09 \text{ kJ} + 2.16 \text{ kJ} = 2.09 \text{ kJ}.$$

Anche in questo caso nei limiti della precisione del calcolo, che coinvolge le cifre meno significative, il risultato atteso $Q_{\odot} = W_{\odot}$ è stato ottenuto.

Consideriamo infine la variazione dell'entropia nel ciclo ΔS_{\odot}

$$\Delta S_{\odot} = nR \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) + nc_p \ln\left(\frac{T_C}{T_B}\right) + 0 + nc_V \ln\left(\frac{T_A}{T_D}\right).$$

Ho ottenuto nel calcolo delle variabili termodinamiche dello stato D:

$$T_D = \left(\frac{V_B}{V_A} \frac{T_C}{T_A}\right)^{\gamma-1} T_C,$$

e, dato che $T_A = T_B$, mi è possibile riscrivere nell'equazione di ΔS_{\odot} l'ultimo termine in funzione dei rapporti V_B/V_A e T_C/T_A :

$$\begin{aligned}nc_V \ln\left(\frac{T_A}{\left(\frac{V_B}{V_A} \frac{T_C}{T_A}\right)^{\gamma-1} T_C}\right) &= \\ &= nc_V \left[\ln\left(\frac{T_A}{T_C}\right) - (\gamma-1) \ln\left(\frac{V_B}{V_A} \frac{T_C}{T_A}\right) \right] = \\ &\text{dove, dato che } \gamma-1 = R/c_V, \text{ si ha:} \\ &= nc_V \ln\left(\frac{T_A}{T_C}\right) - nR \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) - nR \ln\left(\frac{T_C}{T_A}\right) = \\ &= -nR \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) - nc_p \ln\left(\frac{T_C}{T_A}\right).\end{aligned}$$

Il terzo termine così esplicitato, sommato al primo ed al secondo termine dell'equazione della variazione dell'entropia, fornisce come atteso $\Delta S_{\odot} = 0$.

Se consideriamo il calcolo numerico otterremo:

$$\Delta S_{\odot} = -15.2 \text{ J K}^{-1} + 26.7 \text{ J K}^{-1} + 0 \text{ J K}^{-1} - 11.4 \text{ J K}^{-1} = 0.1 \text{ J K}^{-1}$$

dove, nei limiti della precisione del calcolo, con incertezze sulla cifra meno significativa il risultato è consistente con il valore atteso ovvero zero.

Rispondiamo al quesito c) del tema

Il rendimento del ciclo è dato dalla relazione

$$\eta = \frac{W_{\odot}}{Q_{ass}}$$

In questa fase non ci interessa individuare particolari relazioni funzionali del rendimento, per cui ci affidiamo al calcolo puramente numerico:

$$\eta = \frac{2.09 \text{ kJ}}{10.2 \text{ kJ}} = 0.205$$

dove abbiamo facilmente individuato il calore assorbito totale dato solo da Q_{BC} .

Confronto con il rendimento di un ciclo di Carnot

Per il ciclo di Carnot otteniamo visto che le sorgenti in questo caso hanno temperature massima e minima pari rispettivamente a $T_{max} = 519.00 \text{ K}$ e $T_{min} = 273.15 \text{ K}$

$$\eta_C = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{273.15 \text{ K}}{519.00 \text{ K}} = 0.47370$$

come atteso $\eta_C \geq \eta$.

Rispondiamo al quesito d) del tema

La variazione di entropia dell'universo ΔS_u risulta data da:

$$\Delta S_{universo} = \Delta S_{sistema} + \Delta S_{ambiente} .$$

Consideriamo come sistema il ciclo, quindi, dato che l'entropia è una variabile di stato, per il ciclo si ha $\Delta S_{\odot} = 0$. L'ambiente è costituito dalla sorgente della lega di stagno e argento fondente, nonché dalla sorgente di ghiaccio fondente. Possiamo schematizzare l'universo termodinamico in Fig. ??.

Per maggiore chiarezza ricordiamo, che gli scambi di calore calcolati dal punto di vista del ciclo, che sono evidenziati in Fig. ?? dal contorno rettangolare con linea tratteggiata, che richiama quanto reso evidente in Fig. ??, risultano cambiati di segno rispetto all'ambiente, che è descritto dalle due sorgenti.

Riscriviamo la variazione dell'entropia dell'universo rispetto quindi al ciclo ed alle sorgenti:

$$\Delta S_{universo} = \Delta S_{\odot} + \Delta S_{T_A} + \Delta S_{T_C} ,$$

dove per il ciclo abbiamo detto che vale la relazione $\Delta S_{\odot} = 0$.

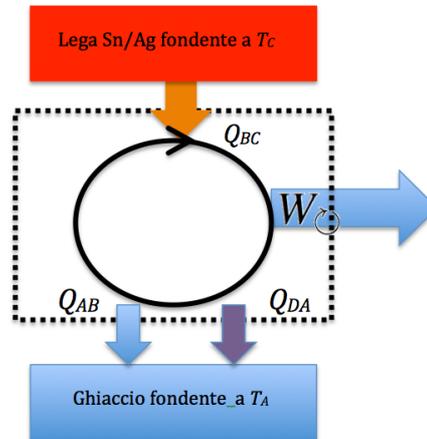


Fig. 2: Rappresentazione schematica dell'universo termodinamico, che comprende la macchina termica, la sorgente di Sn/Ag fondente, ed il pozzo di ghiaccio fondente.

Consideriamo la sorgente a temperatura T_A , ovvero del ghiaccio fondente, per il calcolo della variazione dell'entropia della sorgente, possiamo considerare un processo reversibile, che scambi calore infinitesimo dQ con la sorgente a temperatura costante:

$$\Delta S_{T_A} = \int_0^{Q_{T_A}} \frac{dQ}{T}$$

dove con Q_{T_A} indichiamo tutto il calore scambiato tra la macchina termica e la sorgente a T_A . dato che la sorgente rimane a temperatura costante:

$$\Delta S_{T_A} = \frac{1}{T_A} \int_0^{Q_{T_A}} dQ = \frac{Q_{T_A}}{T_A}$$

Il calore scambiato dalla macchina T_A è uscente dal sistema ed entrante nella sorgente, se il suo segno è negativo rispetto al ciclo, deve risultare positivo rispetto alla sorgente, che quindi dovremmo chiamare pozzo, visto che assorbe tale calore. Pertanto $Q_{T_A} = -(Q_{AB} + Q_{DA}) = -Q_{AB} - Q_{DA}$ e quindi la variazione di entropia del pozzo a T_A risulta

$$\Delta S_{T_A} = \frac{-Q_{AB} - Q_{DA}}{T_A} = \frac{-(-4.16 \text{ kJ}) - (-3.96 \text{ kJ})}{273.15 \text{ K}} = \frac{8.12 \text{ kJ}}{273.15 \text{ K}} = 29.7 \text{ J K}^{-1}.$$

Consideriamo anche la sorgente a T_C , prendiamo un processo reversibile, in cui ci sia uno scambio infinitesimo di dQ con la sorgente a temperatura costante:

$$\Delta S_{T_C} = \int_0^{Q_{T_C}} \frac{dQ}{T} = \frac{1}{T_C} \int_0^{Q_{T_C}} dQ = \frac{Q_{T_C}}{T_C},$$

dove il calore scambiato dalla sorgente a temperatura T_C risulta uscente dalla sorgente, ovvero di segno opposto al calore entrante nel ciclo, che viene fornito dalla trasformazione $B \rightarrow C$, pertanto $Q_{T_C} = -Q_{BC}$

$$\Delta S_{T_C} = \frac{Q_{T_C}}{T_C} = \frac{-Q_{BC}}{T_C} = \frac{-(10.2 \text{ kJ})}{519.00 \text{ K}} = -19.7 \text{ J K}^{-1}.$$

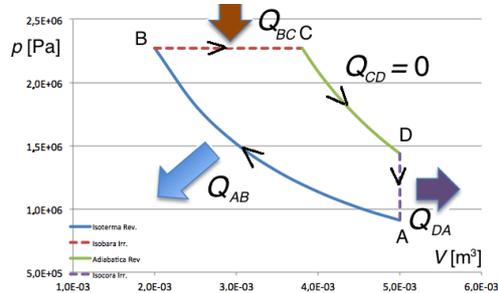


Fig. 3: Rappresentazione schematica sul piano $p - V$, per rendere evidenti gli scambi di calore rispetto alle trasformazioni, e quindi costruire lo schema riportato in Fig. ??.

In conclusione la variazione di entropia dell'universo risulta

$$\Delta S_{universo} = 29.7 \text{ J K}^{-1} - 19.7 \text{ J K}^{-1} = 10.0 \text{ J K}^{-1}.$$

Inoltre l'energia inutilizzabile risulta

$$E_{IN} = T_{min} \Delta S_{universo} = 273.15 \text{ K} \times 10.0 \text{ J K}^{-1} = 2.73 \text{ kJ}.$$

Rispondiamo al quesito e) del tema

Nel pozzo a temperatura T_A abbiamo visto che Q_{T_A} è calore entrante, quindi fonderà della sostanza. Dato che $\lambda_{fus_{ghiaccio}} = 333.5 \text{ J g}^{-1}$ la massa, che fonderà è data dalla relazione

$$m_{ghiaccio} = \frac{|Q_{T_A}|}{\lambda_{fus_{ghiaccio}}} = \frac{8.12 \text{ kJ}}{333.5 \text{ J g}^{-1}} = \frac{8.12 \text{ kJ}}{333.5 \text{ J g}^{-1}} \frac{1000 \text{ J}}{\text{kJ}} \frac{\text{g}}{\text{g}} = 24.7 \text{ g}.$$

Quindi vengono fusi in un ciclo 24.7 g di ghiaccio.

Dalla sorgente a temperatura T_C il calore Q_{T_C} è uscente, per cui la massa di lega Sn/Ag che si solidifica viene data dalla relazione:

$$m_{lega} = \frac{|Q_{T_C}|}{\lambda_{fus_{lega}}} = \frac{10.2 \text{ kJ}}{70.4 \text{ J g}^{-1}} = \frac{10.2 \text{ kJ}}{70.4 \text{ J g}^{-1}} \frac{1000 \text{ J}}{\text{kJ}} \frac{\text{g}}{\text{g}} = 145 \text{ g}.$$

Quindi vengono solidificati in un ciclo 145 grammi di lega Sn/Ag.

Rispondiamo al quesito f) del tema

Il lavoro, che si sarebbe potuto ottenere, se il ciclo fosse stato reversibile, si ricava dalla relazione:

$$E_{IN} = W_{\odot Rev} - W_{\odot}$$

dove $W_{\odot Rev}$ è il lavoro che si sarebbe potuto ottenere operando con una macchina reversibile mentre W_{\odot} è il lavoro totale che si è effettivamente ottenuto dalla macchina. Per cui si ha:

$$W_{\odot Rev} = E_{IN} + W_{\odot} = 2.73 \text{ kJ} + 2.09 \text{ kJ} = 4.82 \text{ kJ}.$$

Ciò viene confermato anche dalla relazione dell'utilizzo di una macchina di Carnot, che lavori tra le sorgenti a temperatura massima e minima e che prelevi dalla sorgente a temperatura massima il calore assorbito dal ciclo, ovvero:

$$W_{\odot Carnot} = \eta_C Q_{ass} = 0.47370 \times 10.2 \text{ kJ} = 4.83 \text{ kJ} ,$$

a meno sempre delle incertezze nel calcolo sulla cifra meno significativa.

Conclusioni

Concludiamo ricordando agli studenti, che in questo esercizio abbiamo cercato di fornire tutte le variazioni sul tema, con ampie indicazioni didattiche, che possono essere da guida per comprendere tutta la rosa di richieste nel tema dedicato alla termodinamica.

Il tema di termodinamica riprende una descrizione completa di quanto si è studiato, anche se orientata alla semplice descrizione di cicli termodinamici.

Le richieste nei temi potrebbero essere parziali, in ogni caso lo studente dovrebbe tenere bene a mente, che le verifiche sulle leggi che governano i cicli, principalmente sulle variabili di stato, possono essergli di aiuto, nel caso avesse dubbi su quanto da lui calcolato.