

Problema per il capitolo 3

Sommario

Per il capitolo 3 sul teorema di Gauss, proponiamo di fare il seguente esercizio, dopo aver ripassato, quanto presentato in classe per il calcolo del campo elettrico, mediante la legge di Gauss, e poi, ottenuto il campo, dedurre dalla relazione $\mathbf{E} = -\text{grad } V$ il potenziale elettrostatico in tutto il dominio $0 \leq r \leq \infty$, per sistemi a simmetria sferica, quali:

- una carica q ,
- una distribuzione di carica superficiale uniforme σ su una sfera di raggio R ,
- una distribuzione di carica volumica uniforme ρ in una sfera di raggio R .

Fare le stesse cose per sistemi a simmetria cilindrica, quali:

- una distribuzione di carica lineare infinita λ ,
- una distribuzione di carica superficiale uniforme σ su cilindro di raggio R ,
- una distribuzione di carica volumica uniforme ρ in volume cilindrico di raggio R .

Le soluzioni dettagliate sono state fatte in classe, ma si chiede di ripercorrere da soli i calcoli e le considerazioni fatte. Dopodiché si affronti il seguente problema, che contiene parte del secondo tema richiesto alla prova scritta.

Simmetria sferica

Si consideri una sfera di raggio $R = 1.0 \cdot 10^1$ cm con una densità di carica $\rho = -2.5 \cdot 10^{-8}$ C m⁻³, e si calcoli il campo elettrico nello spazio ($0 \leq r \leq \infty$) ed il potenziale elettrostatico. Riportare i grafici sia del campo, che del potenziale.

Si consideri un protone collocato ad una distanza dal centro della sfera $r_p = 2R$, avente una velocità in r_p pari a $\mathbf{v}_p = -v_p \mathbf{u}_r$, dove $v_p = 4.4 \cdot 10^4$ m s⁻¹.

La sfera è attraversata da un canaletto cavo passante per il centro in linea con la direzione della velocità del protone. In prima approssimazione trascuriamo questo canaletto ai fini del calcolo del campo e del potenziale elettrostatico.

- a Dire se il protone passa per il centro e che velocità raggiunge in O .
- b Dire quale dei due casi si verifica e fornire le risposte al quesito corrispondente:
 - i il protone si allontana all'infinito e con che velocità:
 - ii il protone raggiunge una distanza massima dalla sfera, e poi oscilla tra le due distanze radiali opposte rispetto al centro, fornire tali distanze dal centro.

Simmetria cilindrica

Si consideri anche un volume cilindrico infinito uniformemente carico (si utilizzi la stessa ρ della simmetria sferica) dello stesso raggio R , si calcoli campo e potenziale elettrostatici, e si forniscano i grafici di entrambi.

Si consideri la situazione del protone sparato verso l'asse di simmetria con velocità, espressa in coordinate polari cilindriche, $\mathbf{v}_p = -v_p \mathbf{u}_r$, ricordando che ora il versore \mathbf{u}_r giace sul piano normale all'asse di simmetria della distribuzione.

Per la posizione del protone e la sua velocità in modulo si utilizzino gli stessi valori del caso a simmetria sferica.

Si consideri un canaletto lungo la direzione radiale, che attraversi il volume cilindrico,

- a Dire se il protone passa per il centro e che velocità raggiunge in O .
- b Dire quale dei due casi si verifica e fornire le risposte al quesito corrispondente:
 - i il protone si allontana all'infinito e con che velocità:
 - ii il protone raggiunge una distanza massima dal cilindro, e poi oscilla tra le due distanze radiali opposte rispetto all'asse di simmetria, fornire tali distanze dall'asse di simmetria.