

Esercizio: verifica di una legge fisica e misura indiretta di g

Con i dati rilevati in classe, riportati in Fig. 1 fornire la misura del periodo del pendolo T , da riportare come $T = T_{ms} + \delta T$, dove T_{ms} intendiamo la migliore stima del periodo e δT la somma lineare delle incertezze di lettura e casuali.

Gli strumenti di misura utilizzati sono: un metro con risoluzione 1 mm ed cronometro con risoluzione 0.01 s.

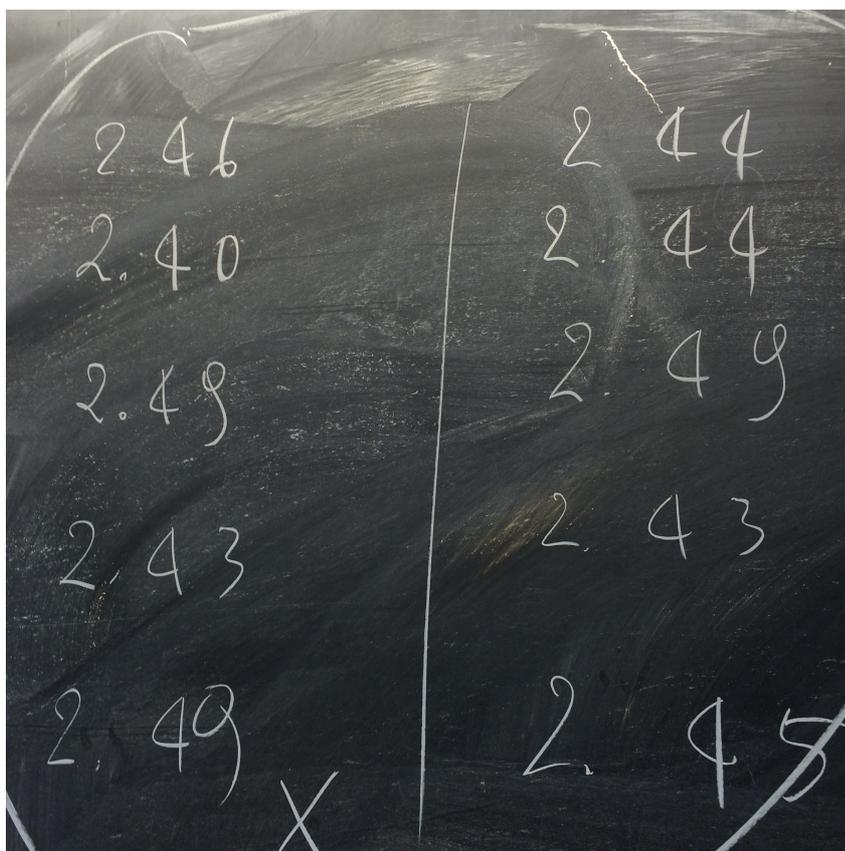


Figura 1. Dati rilevati in classe per una singola oscillazione del pendolo, per il caso della lunghezza del cordino di 1500 mm.

Fornire la migliore stima della misura di T , l'incertezza casuale, che indichiamo con σ_T e l'incertezza di lettura, che indichiamo come ε_T .

Fornire infine la misura come $T + \delta T$, dove δT , incertezza assoluta, possiamo ricavarla, per semplicità, come somma lineare delle rispettive incertezza σ_T e ε_T , se dovessimo seguire le regole della statistica si dovrebbero sommare in quadrata rispettive varianze ed si otterrebbe $\delta T = [(\sigma_T)^2 + (\varepsilon_T^2/3)]^{1/2}$.

Verificare quale legge è appropriata:

$$T_{2\pi} = 2\pi(l/g)^{1/2} \text{ o la legge il valore } T_{1/(2\pi)} = (l/g)^{1/2}/(2\pi).$$

Si assuma $g = 9.807 \text{ m s}^{-2}$, il dato riportato è preso dall'Handbook of Chemistry and Physics (83 edizione CRC Press LLC 2002 USA) ed è ottenuto come valore dell'accelerazione gravitazionale media della terra del 1979, con correzioni teoriche per la forza centrifuga alla latitudine 45° e al livello 0 m di altitudine (quindi la correzione per la forza centrifuga sulla terra è appropriata, Ferrara si trova alla latitudine 44.83° per curiosità su tale correzione vedere http://www.fe.infn.it/u/ciullo/meccanica/g_c.pdf).

Una volta verificato, quale legge è accettabile (o anche nel caso nessuna delle due lo sia) fornire la misura di g dalla relazione $T_{2\pi} = 2\pi(l/g)^{1/2}$ e confrontarla con il valore atteso:
 $g_{atteso} = 9.807 \text{ m s}^{-2}$.
 Se la legge non è verificata ritorniamo sul modello e vediamo di adattarlo meglio all'esperienza reale.

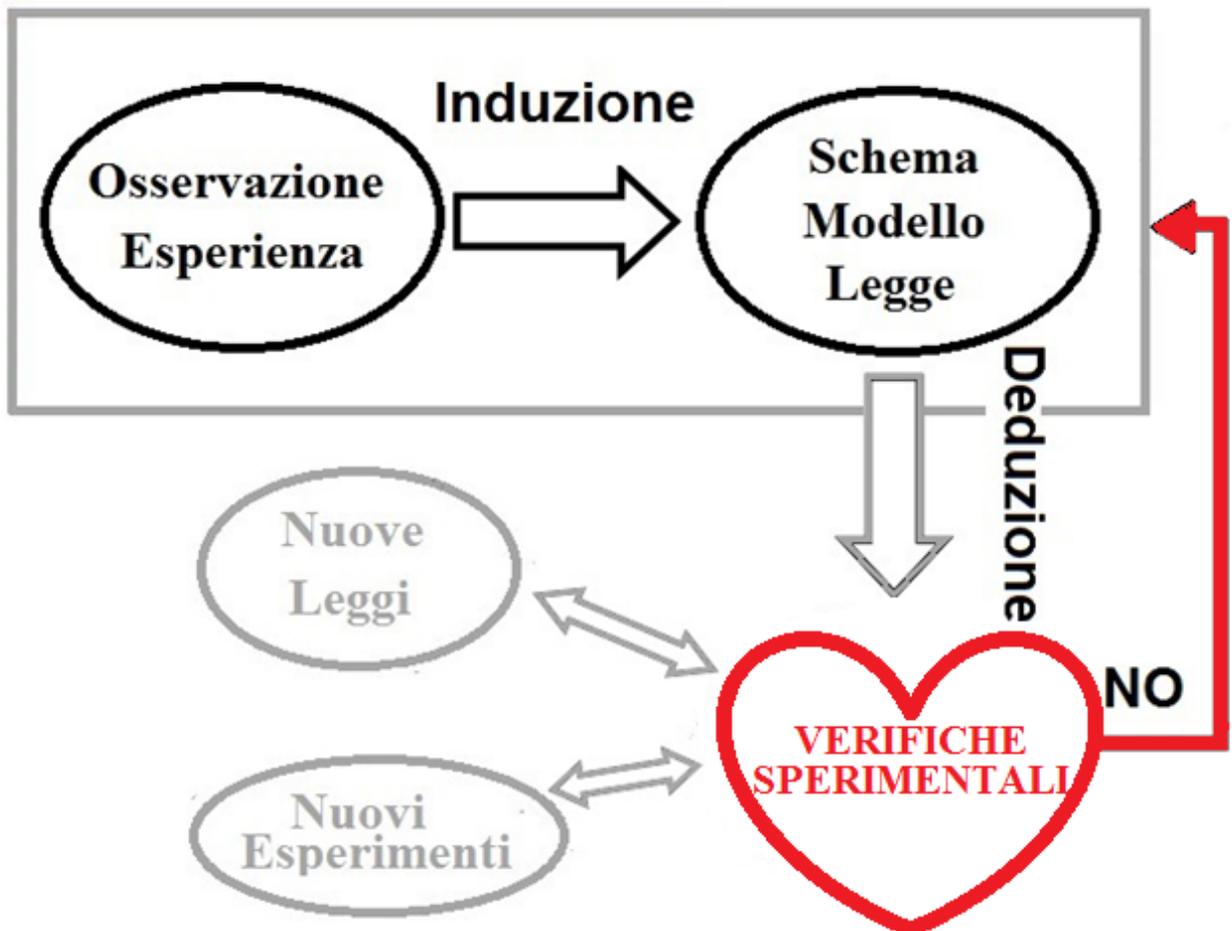


Figura 2. Schema a blocchi del metodo scientifico, il cuore del metodo sono le verifiche sperimentali.

Il modello utilizzato per ottenere la legge $T_{2\pi} = 2\pi(l/g)^{1/2}$ è una fune inestensibile, priva di peso ed un punto materiale nel quale è concentrata la massa, nonché assenza di attrito con l'aria, si può valutare che quest'ultimo contributo è trascurabile, in ogni caso proviamo a risistemare il modello. Nel sistema utilizzato potremmo avere un'incertezza di accuratezza, perché non sappiamo precisamente dove si trova il centro di massa del pesetto. Ma se misuriamo sempre nello stesso punto la distanza $l_?$, che non siamo in grado di fornire, dovrebbe rimanere sempre la stessa dal nostro punto di misura.

Pertanto il modello va riadattato alla situazione reale e riscritto come

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \stackrel{l=l'+l_?}{\cong} = 2\pi \sqrt{\frac{l' + l_?}{g}}$$

Se eleviamo al quadrato otteniamo:

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{l' + l_?}{g} = \frac{4\pi^2}{g} l' + \frac{4\pi^2}{g} l_?$$

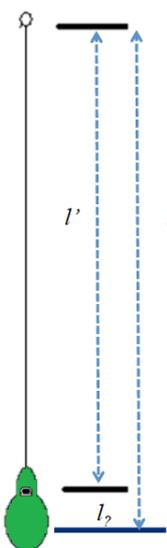


Figura 3. Situazione reale del pendolo utilizzato.

che è equivalente ad una relazione lineare $y = Bx + A$, se considero come variabile indipendente x la l' , ovvero la misura della lunghezza del cordino, rispetto al riferimento preso sul pesetto, e come variabile dipendente y invece T^2

Dovrei misurare per vari l' il periodo di oscillazione corrispondente, e trovare poi la retta che meglio approssima i miei dati, metodo detto dei minimi quadrati, che permette di stimare i parametri A e B , e le rispettive incertezze δA e δB .

Per un approccio primordiale utilizziamo come metodo la ricerca delle rette di massima e

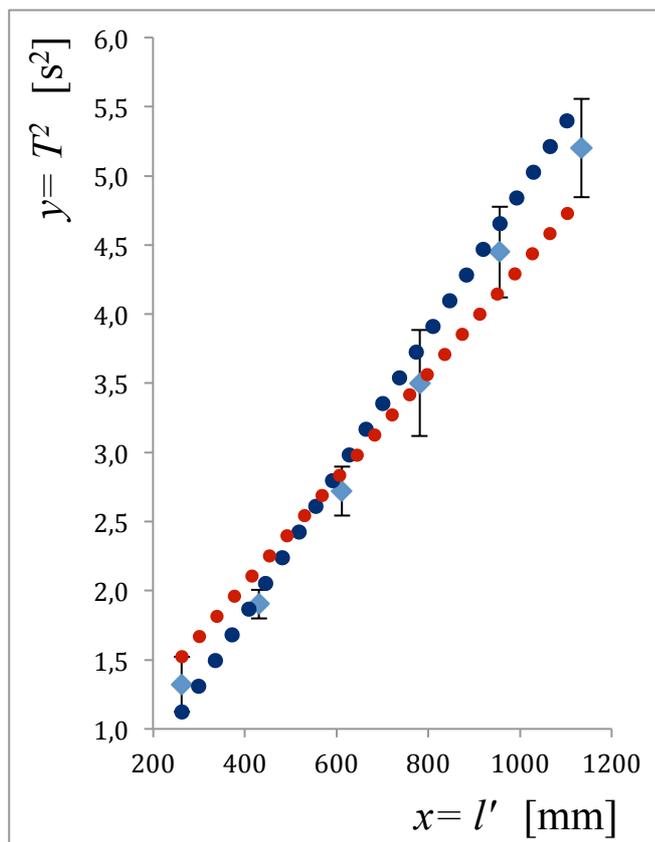


Figura 4. Grafico di T^2 in funzione l' , con riportata retta di massima pendenza tratteggiata in blu, e retta di minima pendenza tratteggiata in rosso.

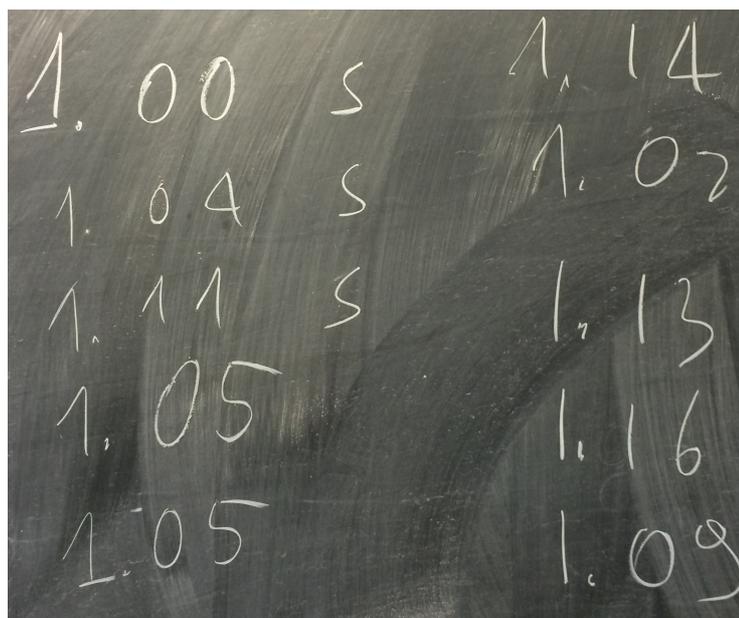


Figura 5. Dati rilevati in classe per la lunghezza del cordino pari a 350 mm.

di minima pendenza, come spiegato a lezione e graficamente riportato in Fig. 4.

Si dovrebbero prendere i dati per diverse lunghezze l' , in classe abbiamo preso, per motivi di tempo solo i dati alla lunghezza minima misura e del valore di 350 mm, e riportati in Fig. 5.