Laboratorio di fisica per PAS

- Proposito di questo modulo:
  - Fornire ai docenti gli strumenti teorici e pratici per affrontare esperimenti di laboratorio dal punto di vista quantitativo.
  - Effettuare alcune esperimenti "casalinghi" per discutere le problematiche della teoria delle incertezze.
  - Affrontare esperimenti semplici e "complessi" per chiarire le complicazioni e soprattutto le problematiche di calibrazione.

  Testo di riferimento:

  Ciullo G. " Introduzione al laboratorio di Fisica"

  (Springer- Verlag Italia, Milano, 2014)

  http://www.springer.com/physics/book/978-88-470-5655-8

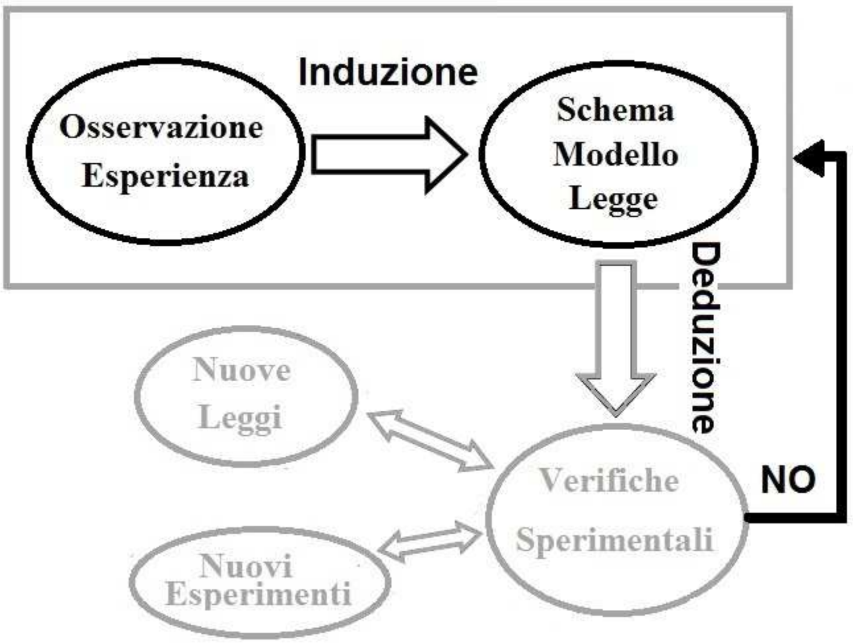
  Dispense delle esperienze, fornite all'uopo:

  altre reperibili su un sito in via di preparazione per il testo.

Laboratorio di fisica per PAS

- Con la Fisica ci si può e si può fare del male alle giovani menti:
  - Spesso si studia tanta matematica e tante leggi fisiche, poi si va in laboratorio e non si riesce a verificare neanche una legge semplice.
  - Bisogna prendere coscienza che ci sono:
    - metodi di misura a portata di mano (grossolani e quali-**quantitative**)
    - metodi di misura in laboratorio: complicazioni
      - dettaglio delle complicazioni
      - metodi di misura in laboratorio.
    - possiamo trovare esempi per i docenti delle scuole:
      - per esempio il pendolo. la caduta del grave, il calorimetro fatto in casa, un cannone elettronico …

LA Fisica è una scienza quantitativa



Costruiamo un modello:
e dobbiamo trovare il modo
di verificarlo (rigettarlo)
Quantitativamente.

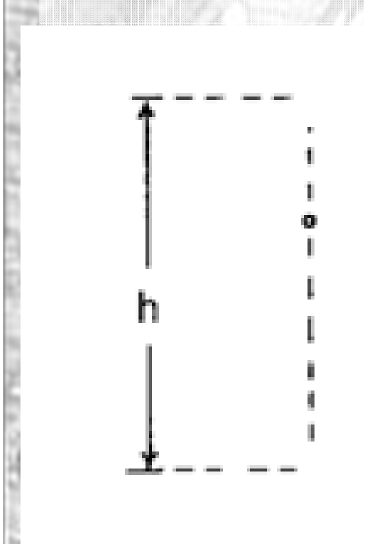
Per fare questo devo quindi
Ovviamente avere un modello
e misurare – quantitativamente
Ogni variabile in gioco.

Pensiamo ad alcuni semplici
modelli per esempio:

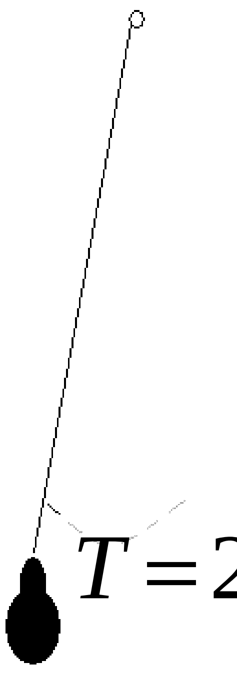
la caduta del grave il pendolo,
entrambi legati alla legge di
Attrazione gravitazionale

PAS: dal modellino alla misura

$$\boldsymbol{F}_g = m\boldsymbol{g}$$



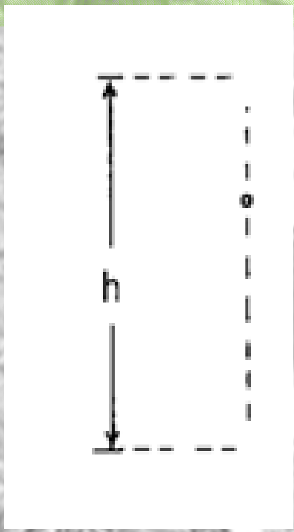
$$h = \frac{1}{2} g t^2$$



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Nel laboratorio non devo ricavare le leggi,
ma verificarle (rigettarle).

Misurare



$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

Misurare:

trovare una relazione tra la grandezza fisica e la sua unità di misura.

- Grandezza fisica:

  entità che soddisfa il
  - criterio di uguaglianza,
  - criterio di somma,

  e per l'universalità delle leggi fisiche
  - un campione di misura:

  universalmente riconosciuto ed immutabile nel tempo.

Non ci confrontiamo con il campione, ma usiamo strumenti "calibrati" , l'incertezza di "*accuratezza*" è minore dell'incertezza di "*misura*".

Non deduciamo leggi, ma …

Dal criterio di uguaglianza e di somma:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

Posso sommare e uguagliare solo grandezze simili.

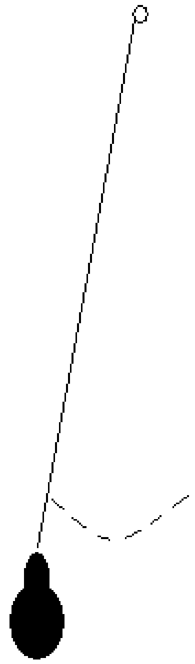
Controllare che una legge vada bene con l'analisi dimensionale: SI – sommario.

http://www.bipm.org/utils/common/pdf/si_summary_en.pdf

Ma anche le unità di misura devono essere simili.

Se x in m, x_0 in m, v_0 in m s^{-1}, t in s e g in m s^{-2} : OK.

Analisi dimensionale: necessaria ma non sufficiente

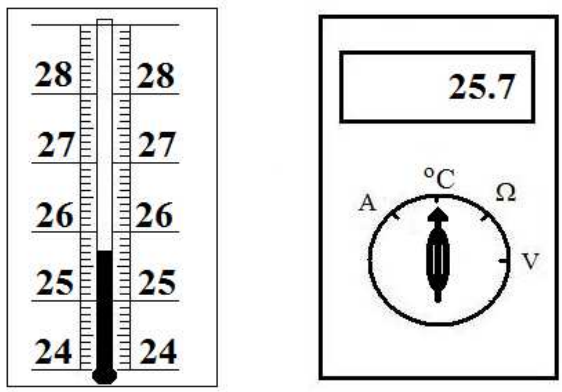


$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \text{o} \quad T = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Nelle scuole superiori possiamo verificarlo più facilmente in laboratorio, che dedurlo dall'equazione differenziale?!?

$$ml\frac{\mathrm{d}^2\vartheta}{\mathrm{d}t^2} = mg\,\mathrm{sen}\,\vartheta \overset{\text{piccole oscillazioni}}{\approx} mg\vartheta$$

Misura e incertezza di lettura



a) b)

- Misura diretta per confronto con scale graduate o sensori
  - Per le scale graduate è convenzione utilizzare come incertezza ½ della minima quantità sulla scala detta anche unità fondamentale o risoluzione.
  - La questione risulta più chiara nel caso di visualizzatori digitali.

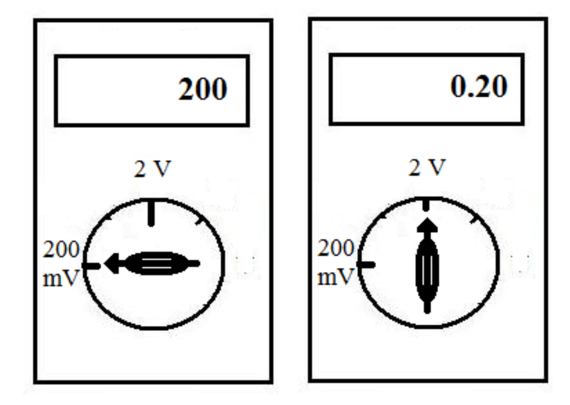
$$T = 25.7 \pm 0.05\ ^\circ\mathrm{C}$$

½ dell'unità fondamentale (u.f.) o risoluzione

$$25.7 - 0.05\ ^\circ\mathrm{C} \le T \le 25.7 + 0.05\ ^\circ\mathrm{C}$$

- Con il visualizzatore digitale, ormai più diffuso, il problema non si pone, nel poter risolvere più o meno la lettura. In ogni caso ogni strumento è accurato al limite della risoluzione, perciò si usa come incertezza, anche per una stima a priori

Sensibilità di misura e di lettura

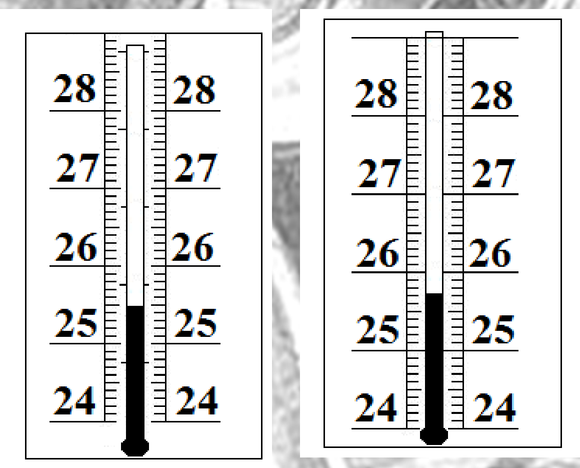


- **Sensibilità di lettura**:
  - minima variazione rilevabile in lettura
- **Sensibilità di misura:**
  - minima variazione rilevabile da uno strumento:

    equivale alla sensibilità di lettura per il fondoscala minore.

- Portata di uno strumento, massimo valore misurabile
- Soglia di uno strumento minimo valore misurabile.
- Strumenti con fondoscala variabile (Massimo valore di lettura) forniscono incertezze di lettura differenti.

Incertezza di accuratezza

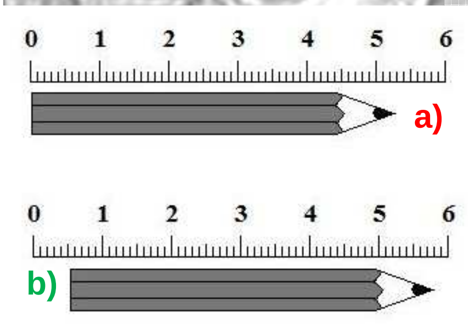


- Tali incertezze si presentano sempre con lo stesso segno (+ o -) rispetto al valore (vero), per individuarle, si devono calibrare gli strumenti o confrontarli con altri calibrati

Per calibrazioni intendiamo o tale procedura di confronto o l’applicazione di una legge Fisica che ci permette sperimentalmente di individuare l’incertezza di accuratezza.

Problema per cui le esperienze tornano qualitativamente e non quantitativamente.

Misure: diretta e indiretta



- Misura diretta per confronto diretto con regoli (lunghezza).
  - Nel caso a) il regolo inizia a zero,

  La misura combacia con la coincidenza della matita con le tacche: quanto e con che incertezza?

  53 mm e l'incertezza?

Caso b) Indiretta

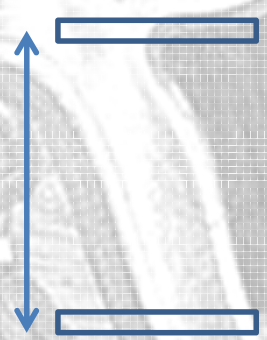
– La misura è frutto di una relazione,

tra due misure dirette

differenza tra la posizione finale della matita meno la posizione iniziale della matita.

- Velocità con tachimetro: misura diretta.
- Come rapport tra spazio percorso e tempo impiegato:

Sensoristica : abilità e/o complicazione



- Traguadri segnati su lavagna, parete,
  - Interruttore mano, sensore occhi.
    - incertezza su *h* misurata con un regolo (diretta-indiretta).
    - misura con cronometro (a casa con cellulare).
- si possono fare
  - misure singole,
  - misure ripetute.

Sensoristica: abilità e/o complicazione

- Utilizzare i propri sensori o interruttori:
  - Interruttore di sgancio: mano.
  - Sensore di arrivo: piede, l'udito, la vista.
  - Cronometrare con l'altra mano il tempo impiegato.
  - Magia o previsione: io sono alto

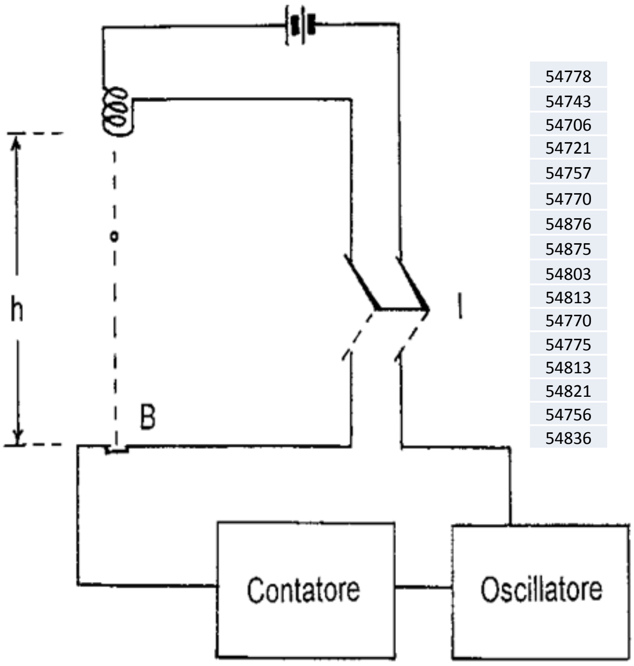
  h = 1.82 m mi aspetto t = 0.61 s.
  - Usare la caduta del grave per misurare l'altezza degli studenti.

Misure ripetute

- Ripetiamo la misura di tempo, lasciando cadere l'oggetto e osserviamo che otteniamo misure diverse ogni volta.
- Possiamo inventarci qualsiasi effetto e complicarci la vita, per controllarlo come nell'esperienza seguente.
- Ma osserveremo che se miglioriamo la risoluzione, abbiamo la comparsa di incertezze casuali

Apparato per la misura precisa di *g*:

maggiore precisione = maggiore complicazione



54778
54743
54706
54721
54757
54770
54876
54875
54803
54813
54770
54775
54813
54821
54756
54836

- L'interruttore alimenta l'elettromagnete, che sostiene una sferetta.
- Si commuta l'interruttore, che rilascia la sferetta, e collega il generatore di impulsi al contatore (inizio).
- Quando la sfera passa attraverso un altro interruttore (B ad induzione magnetica) allora si apre il circuito tra contatore e oscillatore (fine).

54778, 54743, 54706, 54721, 54757, 54770, ecc. ecc.

Discutiamo un caso con buon controllo

- Pendolo utilizzabile in classe, ottimo per introdurre le incertezze casuali.
- Si osserva che le rilevazioni si distribuiscono in un modo simmetrico rispetto ad una valore centrale.
- Incertezze casuali: compaiono con la stessa probabilità con segno positivo e segno negativo.

Ci sono esperienze che possiamo condurre con facilità in classe?

- Il pendolo è un sistema che utilizzo per introdurre la teoria degli errori.
- Posso prevedere qual è il periodo di oscillazione del pendolo?

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

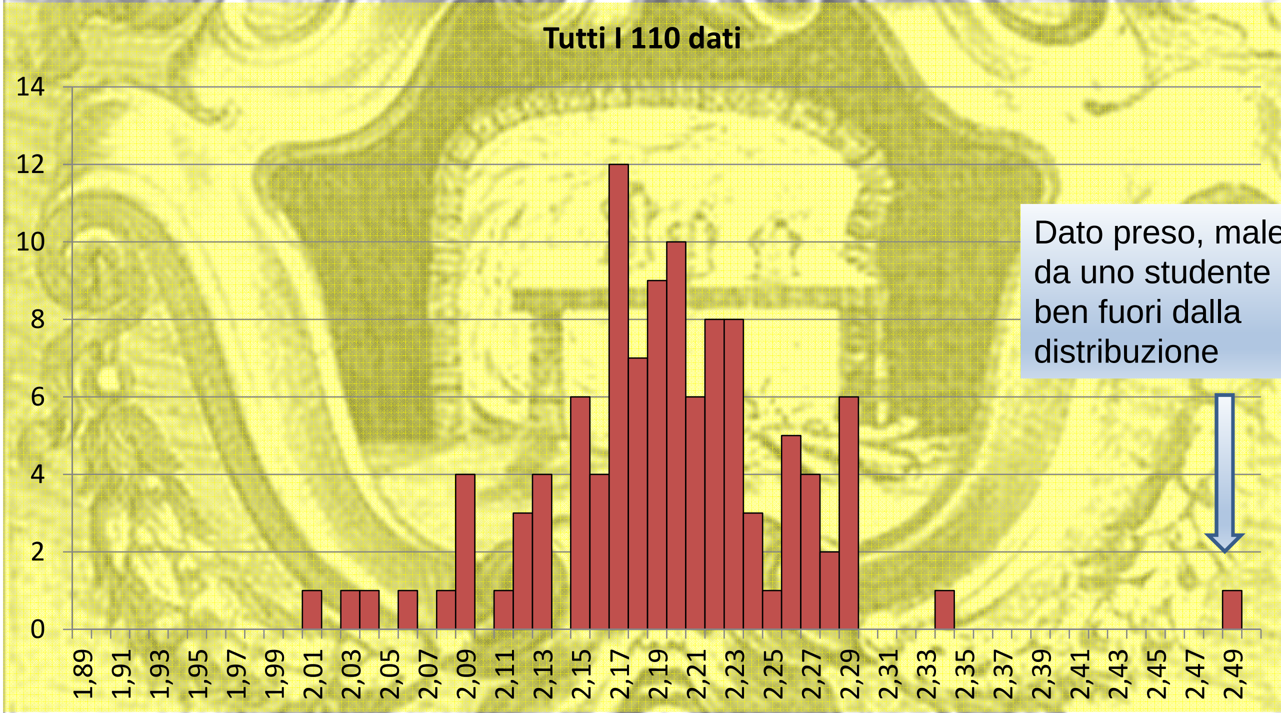
- Da sperimentale prendo la legge e la verifico, userò il sistema, per presentare come possa essere l'approccio sperimentale.
- PREVISIONI: su un cordino ed un piombo pescato a 15 m di profondità ad Otranto, di fronte alla ex cava di Bauxite.

Per l ~ 1.15 cm si ha T = 2.2 s.

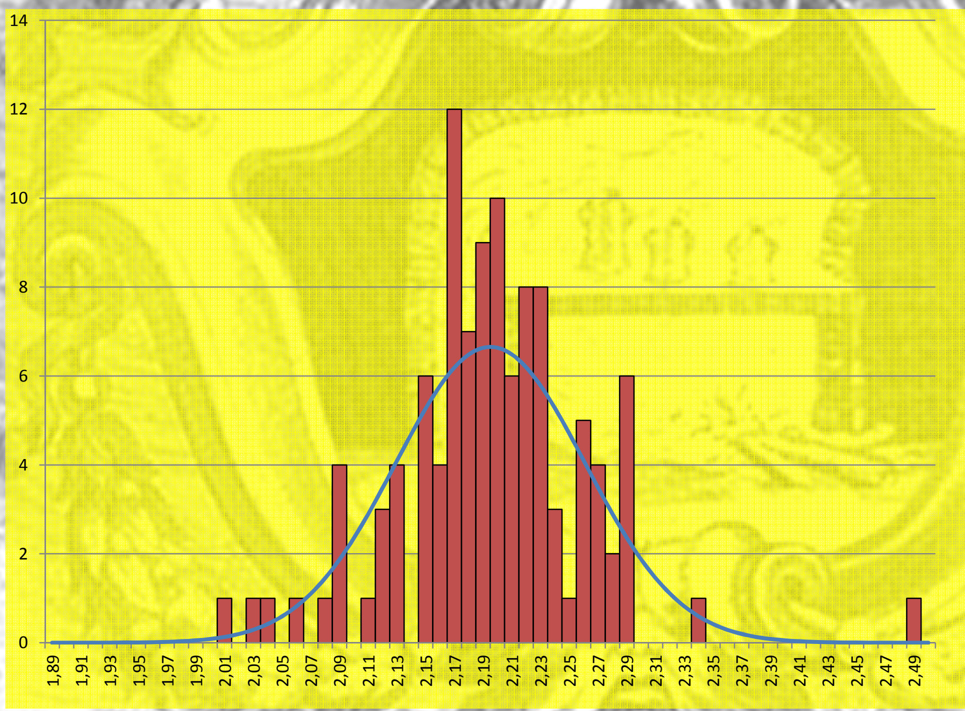
Misure ripetute (1 osc. 10 v.) da 10 studenti

$j_{studente}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
i dati	S.	L.1	M1	N	M2	A	L2	S	E	F	M3
1	2,49	2,15	2,16	2,22	2,27	2,18	2,24	2,20	2,09	2,20	2,23
2	2,03	2,18	2,19	2,17	2,23	2,12	2,21	2,19	2,21	2,22	2,18
3	2,15	2,18	2,28	2,19	2,09	2,22	2,12	2,29	2,18	2,23	2,04
4	2,15	2,16	2,29	2,29	2,23	2,19	2,20	2,28	2,19	2,19	2,24
5	2,17	2,18	2,22	2,20	2,22	2,17	2,22	2,21	2,26	2,26	2,34
6	2,08	2,13	2,20	2,17	2,13	2,21	2,17	2,22	2,12	2,22	2,17
7	2,06	2,18	2,11	2,17	2,23	2,09	2,17	2,26	2,20	2,27	2,19
8	2,29	2,19	2,21	2,26	2,29	2,13	2,21	2,15	2,20	2,29	2,15
9	2,20	2,16	2,17	2,27	2,20	2,13	2,25	2,23	2,17	2,27	2,17
10	2,15	2,01	2,19	2,16	2,24	2,17	2,26	2,23	2,23	2,20	2,09

Distribuzione dei dati organizzati su larghezza ris (= valore letto).

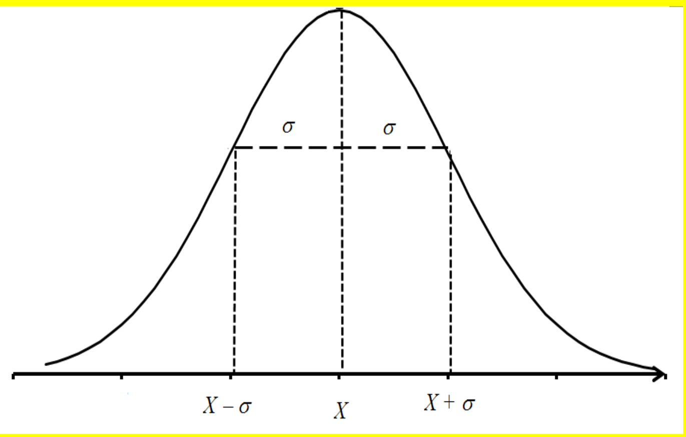


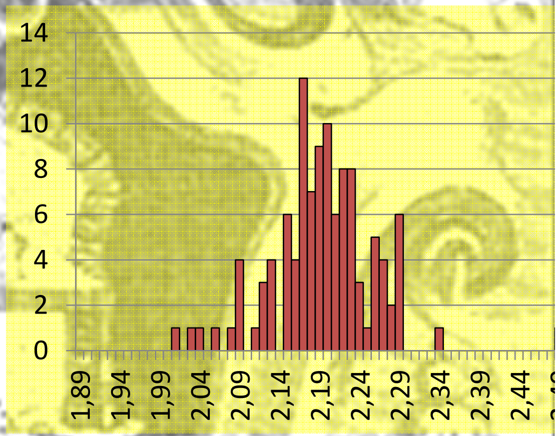
Curva attesa per misure affette da incertezze casuali



$G_{(X,s)}\Delta x N$

Curva attesa per misure affette da incertezze casuali-gaussiana





X centralità – valore più probabile
σ unico punto individuabile sulla curva, cambio di concavità, preso per questo come distanza (deviazione) standard

X stimato con i dati media $\bar{x}$

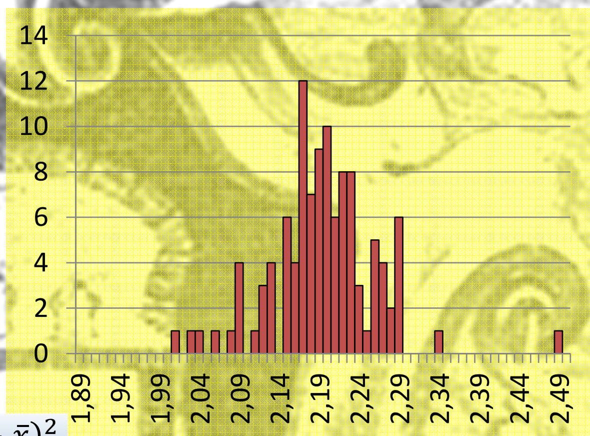
σ stimato dai dati come deviazione standard del campione σ_x

Stime dei parametri dai

Se abbiamo $x_1, x_2, \dots, x_n$ dati:

$$X_{ms} = \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

$$X_{ms} = \bar{x} = \frac{\sum_1^n x_i}{n}$$



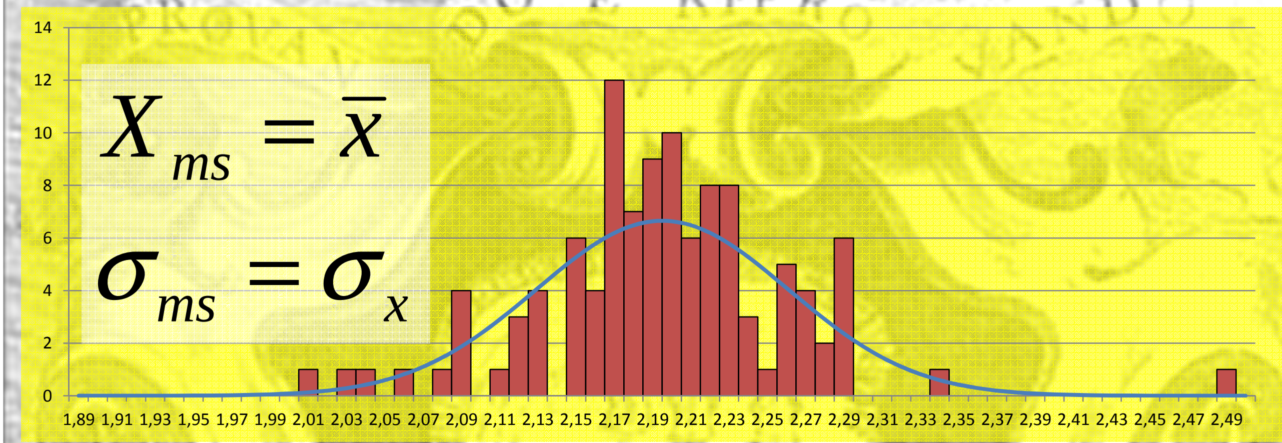
$$\sigma_{ms}^2 = \sigma_x^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_2 - \bar{x})^2}{n-1}$$

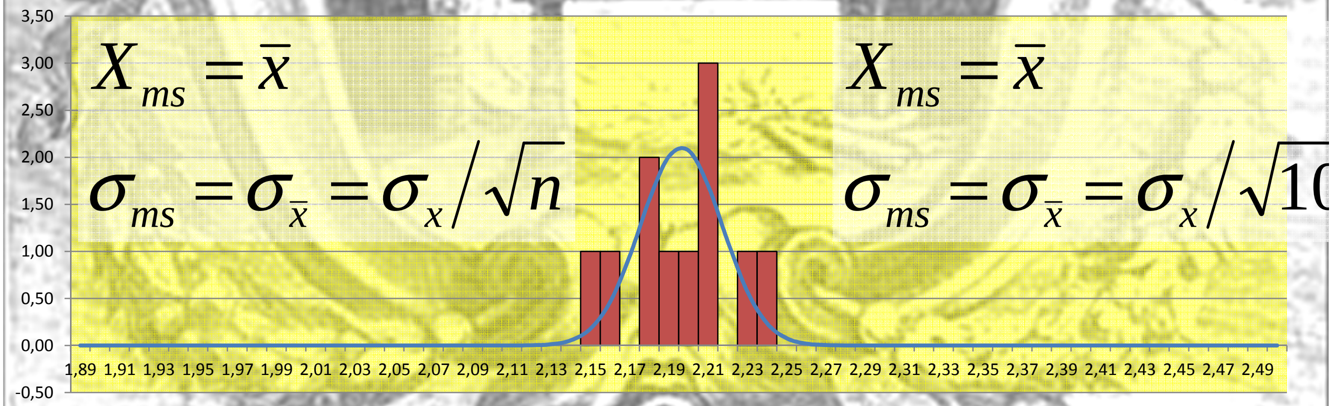
$$\sigma_{ms} = \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

σ stimato dai dati come deviazione standard del campione σ_x

Media, dev. Stand. e dev. Stand. media

i_{misura} \ $j_{studente}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Nome											
1	2,49	2,15	2,16	2,22	2,27	2,18	2,24	2,20	2,09	2,20	2,23
2	2,03	2,18	2,19	2,17	2,23	2,12	2,21	2,19	2,21	2,22	2,18
3	2,15	2,18	2,28	2,19	2,09	2,22	2,12	2,29	2,18	2,23	2,04
4	2,15	2,16	2,29	2,29	2,23	2,19	2,20	2,28	2,19	2,19	2,24
5	2,17	2,18	2,22	2,20	2,22	2,17	2,22	2,21	2,26	2,26	2,34
6	2,08	2,13	2,20	2,17	2,13	2,21	2,17	2,22	2,12	2,22	2,17
7	2,06	2,18	2,11	2,17	2,23	2,09	2,17	2,26	2,20	2,27	2,19
8	2,29	2,19	2,21	2,26	2,29	2,13	2,21	2,15	2,20	2,29	2,15
9	2,20	2,16	2,17	2,27	2,20	2,13	2,25	2,23	2,17	2,27	2,17
10	2,15	2,01	2,19	2,16	2,24	2,17	2,26	2,23	2,23	2,20	2,09
$\overline{x_j}$	2,18	2,15	2,20	2,21	2,21	2,16	2,21	2,23	2,19	2,24	2,18
σ_j	0,13	0,05	0,05	0,05	0,06	0,04	0,04	0,04	0,05	0,04	0,08





Combinare le incertezze

Supponete di leggere la temperatura e osservare solo due valori x_1 = 25 °C e x_2=26 °C, Il misuratore oscilla sempre tra questi due valori. Supponiamo di avere *n* adati, saranno *n*/2 x_1 e *n*/2 x_2.

$$\bar{x} = \frac{{}^{n}/_{2}\, x_1 + {}^{n}/_{2}\, x_2}{n} = \frac{n}{2}\frac{x_1 + x_2}{n} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$\bar{x} = 25.5\ °\mathrm{C}$$

$$\bar{x} = x_1 + \frac{1}{2} u.f.$$

$$\bar{x} = x_2 - \frac{1}{2} u.f.$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\frac{n}{2}(x_1 - \bar{x})^2 + \frac{n}{2}(x_2 - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{n}{2}\frac{(-{}^{1}/_{2}\, u.f.)^2 + ({}^{1}/_{2}\, u.f.)^2}{n-1}}$$

$$\sigma_x == \sqrt{\frac{n}{2}\frac{1/4(u.f.)^2 + 1/4(u.f.)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{n}{4}\frac{(u.f.)^2}{n-1}} \overset{n\ grande}{\rightarrow} \frac{1}{2} u.f.$$

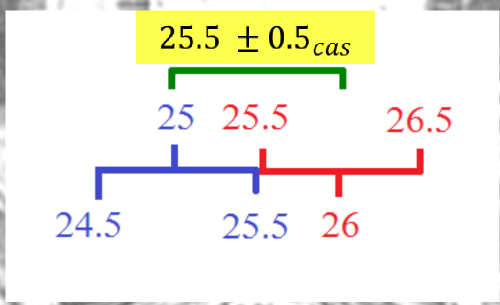
$$x = 25.5\ \pm 0.5_{cas}\ °\mathrm{C}$$

Combinare le incertezze: cas. e lett.

Supponete di leggere la temperatura e osservare solo due valori x_1 = 25 °C e x_2=26 °C, Il misuratore oscilla sempre tra questi due valori. Supponiamo di avere *n* adati, saranno *n*/2 x_1 e *n*/2 x_2.

$$x = 25.5\ \pm 0.5_{cas}\ °\mathrm{C}$$

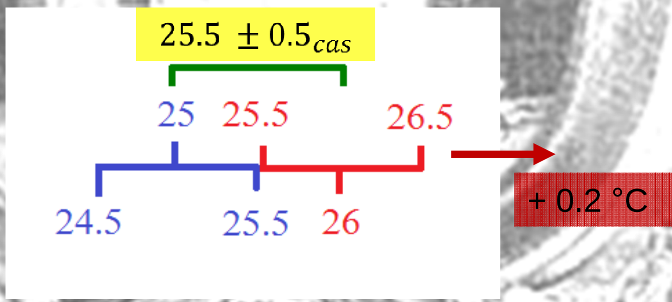
Abbiamo solo l'incertezza casuale?



$$x = 25.5\ \pm 0.5_{cas} \pm 0.5_{lett}°\mathrm{C}$$

Combinare le incertezze: accuratezza

Se il termometro è scalibrato, vedi prima, e si osserva che tutte le misure sono spostate di per esempio – 0.2 °, dobbiamo correggere tutto di +0.2 °C, quindi sommare tale valore



$$x = 25.5 \pm 0.5_{cas} \pm 0.5_{lett} °C + 0.2_{acc}$$

La statistica: permette la somma in quadratura

La somma lineare si avrebbe, se nel caso di incertezza, si combinassero sempre nello stesso verso, ovvero quando si ha il massimo di incertezza di una si combinasse con i massimi delle altre, e così i minimi, questa accede nel caso di correlazione tra incertezze.

Le incertezze si possono sommare in quadratura:

$x = 25.5 \pm \sqrt{0.5_{cas}^2 + 0.5_{lett}^2} + 0.2_{acc}\ °C$ se conosciamo il segno nell'accuratezza

$x = 25.5 \pm \sqrt{0.5_{cas}^2 + 0.5_{lett}^2 + 0.2_{acc}^2}\ °C$ se NON conosciamo il segno nell'accuratezza

ESEMPIO: misura di T :

Utilizziamo un misuratore di temperatura a Termocoppia K, se ne trovano Tranquillamente in ferramenta

Osserviamo che l'operatore potrebbe indurre un'incertezza di accuratezza: se tiene la sonda sempre tra le mani, o ci alita su continuamente.

Osserviamo che l'operatore potrebbe indurre un'incertezza casuale: se prende e lascia la sonda, o se ci alita un po' sì ed un po' no.

Riportarsi in condizioni sperimentali di non influenza, lasciando la sonda lontano e osservare cosa misura.

Riportare la misura con tutte le incertezze, per l'accuratezza prendere il manuale e Verificare quanto fornito dalla ditta costruttrice.

Approfondimenti:

- σ_x associata alla Gaussiana, probabilità previsionale 68 %, varianza σ_x^2.
- diamo all'incertezza di lettura un simbolo ε_x, tale incertezza ha una prob. 100 %, la varianza è ${\varepsilon_x^2}/_3$ probab. al 57 %.
- Così accuratezza η_x prob. 100 %, ${\eta_x^2}/_3$ probab. al 57 %.

Diamo il simbolo δ all'incertezza totale:

Se Gaussiana

$$\delta x = \sqrt{\sigma_x^2 + \varepsilon_x^2 + \eta_x^2}$$

valore assoluto

$$\delta x = \sqrt{{\sigma_x^2}/_n + \varepsilon_x^2 + \eta_x^2}$$

$$\delta x = \sqrt{\sigma_x^2 + {\varepsilon_x^2}/_3 + {\eta_x^2}/_3}$$

espressione con le varianze

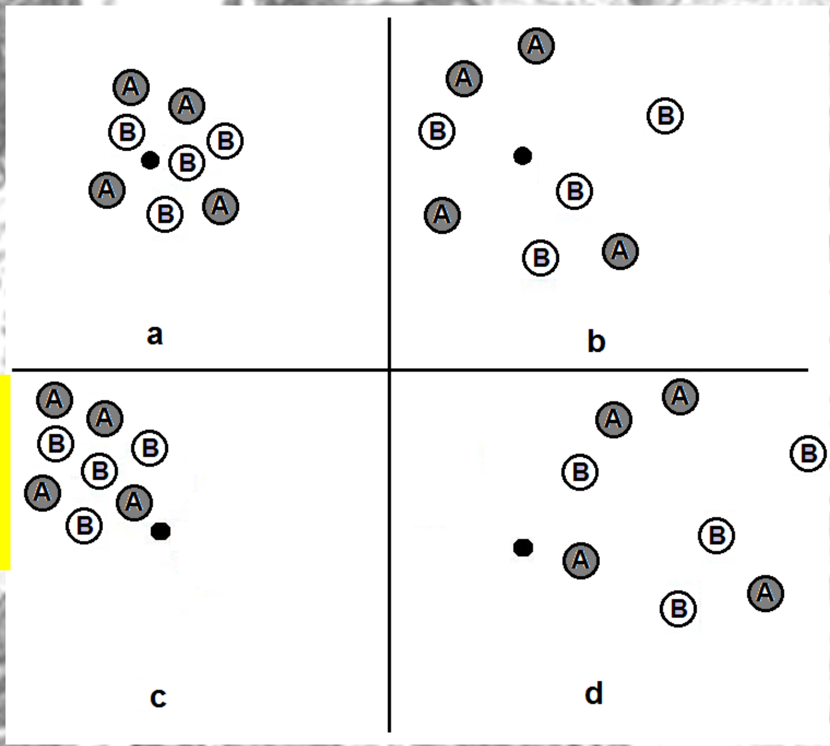
$$\delta x = \sqrt{{\sigma_x^2}/_n + {\varepsilon_x^2}/_3 + {\eta_x^2}/_3}$$

Schema su incertezze

Accuratezza: $\frac{1}{|\eta_x|}$

precisione: $\frac{1}{|\epsilon_x|}$

Grado di precisione: $\frac{1}{\sqrt{\sigma_x^2+\varepsilon_x^2}}$



Incertezza totale e relativa

- Incertezza totale: δx
- Incertezza relativa: $\delta x/|x|$.
- Rsulta inutile avere incertezze con cifre significative superiori al necessario per evidenziare variazioni su una cifra dell'incertezza relativa.

Esempio dal testo proposto:
25.756 458 $\pm$1.245 79, 108.455 391 $\pm$ 5.245 787

Modo si presentare la misura

- Per l'incertezza totale sulla base della variazione di una sola cifra percentuale o millesimale, si riporta l'incertezza con 1 sola cifra significativa se la cifra più significativa è maggiore di 3.
- Si riportano due sole cifre significative se la prima cifra è maggiore o uguale a 3.
  - Si armonizza poi la migliore stima

Esempio dal testo proposto:
25.8 ± 1.3, 109 ± 5

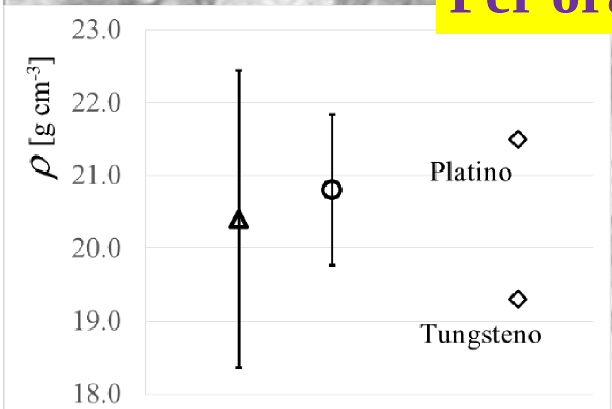
ESEMPIO: dati gaussiani?

Utilizziamo il pendolo ed un cronometro:

1. **Prendiamo per ogni partecipante almeno 10 volte tre**
2. **Riportiamo su un istogramma tutti i dati, e stimiamo media, dev. Stand. e sovrapponiamo la gaussiana.**
3. **Ognuno stimi la deviazione standard e la media dei suoi dieci dati.**
4. **Stimare per i propri dati la previsione dell'andamento al limite dei dati per la stima della deviazione standard della media.**

Confronto tra una misura e valore atteso

Per ora grossolanamente



Esempio dal testo proposto:

$$\frac{|x_{ms} - x_{att}|}{\delta x} \leq 1$$

- Se il valore atteso casca all'interno della bande di incertezza lo riteniamo attendibile.
- Ma per essere conclusibi dobbiamo arrivare a rigettare alcune ipotesi, finora ad accettarne una.
- attendibile.

Confronto tra due misure

Abbiamo due misure che indichiamo con A e B, ed incertezze δA e δB.

Ci aspettiamo che la loro differenza sia nulla, rispetto all'incertezza della loro differenza (vedremo essere $\sqrt{(\delta A)^2 + (\delta B)^2}$).

$$\frac{|(A - B)_{ms} - 0_{att}|}{\sqrt{(\delta A)^2 + (\delta B)^2}} \leq 1$$