



Università degli Studi di Ferrara

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali

Corso di Laurea in
FISICA E ASTROFISICA

*Calibrazione di una sonda pressione-velocità in
un campo di onde piane progressive*

Relatore Prof. Guidi Vincenzo
Secondo Relatore Prof. Stanzial Domenico
Correlatore Dott. Sacchi Giorgio

Laureando Paganini Giacomo

Sommario

Introduzione	2
Capitolo 1 Acustica	4
1.1 Derivazione dell'equazione d'onda	4
1.2 Velocità del suono nei gas	7
1.3 Potenziale cinetico	8
1.4 Onde piane	9
Capitolo 2 Metodo di calibrazione	12
2.1 Sonde p-u: funzionamento del sensore di velocità utilizzato	13
2.2 Introduzione al problema della calibrazione	14
2.3 Determinazione della funzione di correzione	16
Capitolo 3 Procedura sperimentale	19
3.1 Apparato e strumentazione di calibrazione	19
3.2 Caratterizzazione dell'ambiente di taratura	22
3.2.1 <i>Caratterizzazione della sorgente con il microfono Behringer®</i>	22
3.2.2 <i>Caratterizzazione dell'ambiente di taratura con il microfono B&K® e con la sonda Microflown®</i>	24
3.3 Determinazione del range di frequenze di calibrazione con il controllo della coerenza	26
3.4 Determinazione del filtro di calibrazione sperimentale e confronto con quello nominale	27
3.5 Applicazione del filtro di calibrazione sperimentale ad una misura	33
Conclusioni	35
Bibliografia	37

Introduzione

Le sonde p-u che misurano l'intensità del suono, nascono dall'unione di due sensori che permettono la misura simultanea e diretta delle grandezze acustiche di pressione p e velocità della particella d'aria u caratterizzanti l'onda sonora nel punto di misura. La misura della velocità dell'aria è resa possibile grazie a sensori anemometrici acustici basati sulla tecnologia dei sistemi micro-elettromeccanici (*MEMS*).

Questo tipo di sensori trova un'importante applicazione in quel campo dell'acustica che può essere definito come *Energetica acustica*: una disciplina teorico-sperimentale che riguarda lo studio dei flussi di energia sonora, ovvero della generazione, propagazione e assorbimento del suono, sulla base della formulazione quadridimensionale del tensore energia-impulso del campo acustico. In particolare le sonde p-u permettono lo studio sperimentale dell'*intensimetria del suono*, cioè la parte dell'acustica applicata, che riguarda la misura e l'analisi dei campi di intensità, nonché la misura dei livelli di potenza delle radiazioni acustiche e del loro assorbimento. La capacità di rilevare e registrare sia i segnali di pressione che quelli di velocità è importante poiché le equazioni utilizzate nella descrizione energetica dei fenomeni acustici coinvolgono proprio le combinazioni quadratiche (non lineari) della pressione e delle tre componenti della velocità.

Le sonde p-u sono, tuttavia, ancora lontane dall'essere strumenti di riferimento nell'intensimetria del suono, in particolare la calibrazione di queste sonde è un problema ancora aperto. In questa tesi si continua lo studio di un metodo di calibrazione di recentissima pubblicazione [1], ottimizzato per la calibrazione di sonde p-u sviluppate, prodotte e commercializzate dalla Microflown Technologies®. La metodologia proposta utilizza, come campo di riferimento per la calibrazione, un campo di onde piane progressive, che è realizzato tramite una guida d'onda acustica posta nel Laboratorio LARIX del Dipartimento di Fisica dell'Università degli Studi di Ferrara. Questa infrastruttura acustica, il cui funzionamento era stato sospeso a causa dei lavori di riadattamento del Laboratorio, è stata ora resa nuovamente operativa nell'ambito del lavoro di questa tesi.

Il presente lavoro è suddiviso in 3 capitoli: il capitolo 1 consiste in un inquadramento teorico

sull'acustica, in particolare si ricava l'equazione delle onde (paragrafo 1.1) e si studiano più in dettaglio le onde piane (paragrafo 1.4). Nel capitolo 2 si presenta uno sviluppo teorico del metodo di calibrazione utilizzato e una descrizione della sonda p-u, sviluppata dalla Microflown Technologies®, che è stata calibrata in questo lavoro (paragrafo 2.1). Il capitolo 3, infine, raccoglie la descrizione dell'apparato sperimentale (paragrafo 3.1), la caratterizzazione dell'ambiente di taratura (paragrafo 3.2) e i dati della calibrazione della sonda p-u (paragrafo 3.4).

1 Acustica

1.1 Derivazione dell'equazione d'onda

L'acustica ordinaria è quella branca della fisica che studia il suono, le sue cause, la sua propagazione e la sua ricezione. I fenomeni acustici appaiono come vibrazioni di un mezzo materiale e quando avvengono nell'aria o in acqua rientrano nella più estesa classe dei fenomeni fluidodinamici. Dalle equazioni della fluidodinamica si ottengono, infatti, per semplificazioni successive, i modelli fisici che descrivono quantitativamente il moto vibratorio locale del fluido in presenza di suono. La propagazione di tale moto a porzioni macroscopicamente estese del mezzo materiale avviene tramite un meccanismo ondulatorio. La materia che costituisce il mezzo di propagazione delle onde acustiche è studiata come se fosse "continua" e dunque la sua natura molecolare discreta è considerata nell'acustica ordinaria solo tramite i suoi effetti osservabili alla scala macroscopica di lunghezze comprese tra 1 mm e 10 m [2].

Perciò quando si parla delle particelle di fluido che costituiscono il mezzo materiale si intendono quantità di fluido contenute in volumi che possono essere considerati, dal punto di vista macroscopico, "piccoli" rispetto al millimetro, in modo che tali particelle possano essere localizzate con una certa precisione nello spazio, ma sufficientemente "grandi" dal punto di vista microscopico molecolare, in modo che il fluido possa essere caratterizzato tramite le sue proprietà termodinamiche, elastiche e viscosi (bulk properties). Lo stesso concetto si può anche esprimere dicendo che gli elementi di fluido devono avere dimensioni piccole rispetto alle lunghezze caratteristiche del problema in esame (ad esempio la lunghezza d'onda nei problemi acustici), ma devono avere dimensioni grandi rispetto al libero cammino medio delle molecole e contenere un elevato numero di quest'ultime.

I principi fisici da cui si derivano le equazioni che descrivono i fenomeni acustici sono quelli di conservazione della massa, della quantità di moto e dell'energia. A questi vanno aggiunte le equazioni che descrivono le proprietà del mezzo di propagazione, ad esempio l'equazione di stato del gas. Le variabili che permettono una semplice descrizione dei fenomeni sono la

densità ρ , la pressione p e la velocità \mathbf{u} della particella di fluido.

La legge di conservazione della massa afferma che la variazione della massa di un fluido con densità ρ in un volume V_0 è uguale al flusso del fluido attraverso la superficie S_V del volume V_0 :

$$\frac{d}{dt} \left(\int_{V_0} \rho dV \right) = \int_{S_V} \rho (\mathbf{u} \cdot \hat{\mathbf{n}}) dS \quad (1.1)$$

dove $\hat{\mathbf{n}}$ è il versore normale all'elemento di superficie dS .

Sfruttando il teorema della divergenza, la stessa relazione si può scrivere in forma differenziale come:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) \quad (1.2)$$

La legge di conservazione della quantità di moto per fluidi di interesse acustico, invece, si può scrivere:

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \eta \left(\nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) \right) + \mathbf{F} \quad (1.3)$$

dove $\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla (\mathbf{u})$ è la derivata totale (o sostanziale) di \mathbf{u} rispetto al tempo, data dalla somma dell'accelerazione parziale $\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}$ e dell'accelerazione convettiva $\mathbf{u} \cdot \nabla (\mathbf{u})$, \mathbf{F} è la risultante delle forze esterne per unità di volume (*body force*) e η è il coefficiente di viscosità del fluido.

Per l'aria alla temperatura $T = 10^\circ\text{C}$ e alla pressione $p_0 = 1\text{atm}$ si ha $\eta \cong 1,764 \cdot 10^{-5}\text{Kg/ms}$.

Il moto di un fluido ideale (cioè un fluido per cui la dissipazione energetica dovuta alla viscosità e agli scambi di calore per conduzione siano trascurabili) è per definizione descrivibile come un processo adiabatico. In particolare i processi alternati di compressione e rarefazione che causano la propagazione di onde acustiche in aria si possono considerare adiabatici poiché la perturbazione agisce così rapidamente da rendere trascurabili gli scambi di calore nel mezzo. In tal caso l'equazione di stato che descrive il gas è $pV^\gamma = \text{costante}$ dove γ è il rapporto tra il calore specifico a pressione costante e quello a volume costante (per l'aria secca a 20°C $\gamma = 1.40$). La stessa relazione espressa in termini di p e ρ si scrive

$$p \propto \rho^\gamma \quad (1.4)$$

Nei fenomeni acustici il termine viscoso è trascurabile ($\eta \cong 0$), e se $\mathbf{F} = 0$, la (1.3) si riduce all'equazione di Eulero:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \nabla p = 0 \quad (1.5)$$

Se inoltre le variazioni delle quantità fisiche rispetto ai valori di equilibrio sono sufficientemente piccole da poter approssimare le equazioni del moto al primo ordine, la trattazione del problema si semplifica ulteriormente e il termine non lineare $\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}$

nell'equazione di Eulero (1.5) può essere trascurato ottenendo quindi la forma linearizzata dell'equazione di Eulero

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\nabla p \quad (1.6)$$

Tale approssimazione, usata in acustica lineare, può essere considerata valida se il livello sonoro non supera il livello sonoro di pressione $L_p = 160\text{dB}$ circa. Per spiegare ciò si consideri che la sensazione sonora stimolata da un'onda di pressione è misurata su una scala di decibel dalla quantità

$$L_p = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{\|p\|}{p_{rif}} \right) \quad (1.7)$$

dove $\|p\| = \sqrt{\langle p^2 \rangle}$ è la pressione quadratica media (RMS), e $p_{rif} = 2 \cdot 10^{-5}\text{Pa}$ è la pressione di riferimento, corrispondente alla pressione che definisce la soglia di udibilità. Per un suono di 160 dB si trova $\|p\|_{160}/p_0 \sim 0,02$, ($p_0 = 1\text{ atm}$): in questo caso le perturbazioni sono ancora piccole rispetto al valore della pressione all'equilibrio, ma non molto più piccole, perciò il livello sonoro di 160dB si può considerare come limite di validità dell'approssimazione lineare dell'equazione di Eulero. In realtà l'*Acustica lineare* propriamente detta considera un livello sonoro compreso tra 0 e 140dB.

L'approssimazione a piccole oscillazioni acustiche si riflette nella forma delle variabili p e ρ dei campi di pressione e densità del fluido che possono essere espresse come somma dei valori di equilibrio p_0 e ρ_0 e delle perturbazioni p' e ρ' :

$$\begin{aligned} p &= p_0 + p' \\ \rho &= \rho_0 + \rho' \end{aligned} \quad (1.8)$$

La teoria perturbativa si può allora applicare quando valgono le seguenti condizioni:

$$\begin{aligned} p' &\ll p_0 \\ \rho' &\ll \rho_0 \\ u &\ll u_0 \end{aligned} \quad (1.9)$$

dove il valore di equilibrio della velocità è 0 (aria stagnante in assenza di propagazione di suono nel mezzo) e $u_0 = \sqrt{\frac{3kT}{m_M}}$ è la velocità quadratica media di agitazione termica delle molecole del fluido. I diversi fattori che compaiono nell'espressione di u_0 sono: la costante di Boltzmann $k = R/N_a$, la massa di una molecola di fluido $m_M = \mu/N_a$ dove N_a è il numero di Avogadro e μ è la sua massa molare. L'aria secca è costituita approssimativamente per il 78% di N_2 ($\mu_{N_2} = 28\text{ g/mol}$), per il 21% di O_2 ($\mu_{O_2} = 32\text{ g/mol}$) e per l'1% di Ar ($\mu_{Ar} = 40\text{ g/mol}$), perciò la massa molare media dell'aria è $\mu_{aria} \cong (0,78 \cdot 28 + 0,21 \cdot 32 + 0,01 \cdot 40)\text{g/mol} \cong 0.029\text{ Kg/mol}$, quindi alla temperatura di 20°C ($T=293\text{K}$) si ha $u_0 \cong 502\text{ m/s}$.

Utilizzando l'approssimazione espressa nelle condizioni (1.9) le leggi di conservazione possono essere riscritte come:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 & (1.10) \\ \rho_0 \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla p' = \mathbf{0} & (1.11) \\ p' = \rho' \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{ad} & (1.12) \end{cases}$$

La (1.12) stabilisce una relazione lineare tra p e ρ e si ottiene a partire dalla (1.4) tramite un'espansione in serie di Taylor arrestata al primo ordine. Le variabili p' e ρ' sono dunque legate dalla costante $c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{ad}$ che ha le dimensioni di una velocità al quadrato.

Inserendo la (1.12) nella (1.10) e derivando rispetto al tempo otteniamo

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} + \rho_0 \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = 0 \quad (1.13)$$

dove sostituendo l'espressione per $\partial \mathbf{u} / \partial t$ ricavabile dalla (1.11) si ottiene l'equazione delle onde di pressione sonora (chiamata usualmente *equazione di d'Alembert*)

$$\nabla^2 p' - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = 0 \quad (1.14)$$

da cui si deduce che c esprime proprio la velocità di propagazione del suono nel mezzo:

$$c = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{ad}} \quad (1.15)$$

1.2 Velocità del suono nei gas

Si consideri un gas di massa molare μ , alla pressione p_0 , densità ρ_0 e temperatura T . Una massa m occupa un volume V , ($\rho_0 = m/V$).

Si supponga che il gas sia in condizioni di gas ideale, per cui vale l'equazione

$$pV = nRT \quad (1.16)$$

dove n è il numero di moli ($n = m/\mu$), e $R = 8.314 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ è la costante universale dei gas.

Come già accennato, l'equazione di stato che descrive la propagazione di onde acustiche è quella riguardante le trasformazioni adiabatiche (1.4), per cui, sostituendola nella (1.15), si può ricavare l'espressione:

$$c = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{\gamma kT}{m_M}} \quad (1.17)$$

Ad esempio, per l'aria secca a $T = 300\text{K}$ si ottiene $c \cong 347\text{m/s}$, risultato che trova un'evidenza sperimentale. In Tabella 1.1 sono riportati alcuni valori di c in funzione della temperatura.

Tabella 1.1: Valori della velocità di propagazione del suono nell'aria in funzione della temperatura.

$T[^\circ\text{C}]$	-10	-5	0	+5	+10	+15	+20	+25	+30
$c[\text{m/s}]$	325.4	328.5	331.5	334.5	337.5	340.5	343.4	346.3	349.2

1.3 Potenziale cinetico

Applicando il rotore ad entrambi i membri dell'equazione di Eulero lineare (1.11) otteniamo

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \mathbf{u}) = \mathbf{0} \quad (1.18)$$

che è sempre verificata se

$$\nabla \times \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (1.19)$$

In accordo con la (1.19), \mathbf{u} si può scrivere come il gradiente di una funzione scalare chiamata potenziale cinetico (*velocity potential*), $\Phi(\mathbf{x}, t)$, dove \mathbf{x} è il vettore posizione.

Posto quindi $\mathbf{u} = \nabla\Phi$, la (1.11) si può riscrivere nella forma

$$\nabla\left(\rho_0 \frac{\partial\Phi}{\partial t} + p'\right) = 0 \quad (1.20)$$

dalla quale si deduce che l'argomento del gradiente $\left(\rho_0 \frac{\partial\Phi}{\partial t} + p'\right)$ è funzione solo del tempo ovvero

$$\rho_0 \frac{\partial\Phi}{\partial t} + p' = f(t) \quad (1.21)$$

Ora, con una opportuna trasformazione di *gauge*, possiamo porre $f(t) = 0$, ottenendo così l'espressione della pressione acustica in termini del potenziale cinetico $p' = -\rho_0 \frac{\partial\Phi}{\partial t}$.

Pertanto risolvendo l'equazione delle onde per il potenziale cinetico

$$\nabla^2\Phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} = 0 \quad (1.22)$$

e tenendo conto della coppia di espressioni

$$\begin{aligned}
 p' \equiv p &= -\rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} \\
 \mathbf{u} &= \nabla \Phi
 \end{aligned}
 \tag{1.23}$$

si possono ottenere entrambe le soluzioni di pressione e velocità.

1.4 Onde piane

Un'importante soluzione dell'equazione delle onde (1.22) è il campo di onde piane, in cui la perturbazione si propaga su fronti d'onda paralleli fra loro e perpendicolari alla direzione di propagazione. Lungo questa direzione avvengono inoltre le oscillazioni del gas espresse da \mathbf{u} e da p (onde longitudinali). È possibile scegliere il sistema di riferimento in modo che questa direzione privilegiata (detta direzione del vettore d'onda) coincida con l'asse x , e con i fronti d'onda contenuti nei piani paralleli al piano yz . In questo sistema l'equazione (1.22) si riduce all'equazione

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}
 \tag{1.24}$$

la cui soluzione generale si può scrivere

$$\Phi(x, t) = f_+(x - ct) + f_-(x + ct)
 \tag{1.25}$$

dove f_+ rappresenta un'onda di potenziale cinetico che si propaga nel verso delle x positive, mentre f_- si propaga nel verso delle x negative.

In accordo alle (1.23) i campi osservabili di pressione e velocità si scrivono

$$\begin{aligned}
 p(x, t) &= \rho_0 c f'_+ - \rho_0 c f'_- = p_+ + p_- \\
 u(x, t) &= f'_+ + f'_- = \frac{1}{\rho_0 c} (p_+ - p_-)
 \end{aligned}
 \tag{1.26}$$

Nel caso più generale di una direzione \mathbf{x} qualsiasi, l'equazione dell'onda piana si scrive

$$\Phi(\mathbf{x}, t) = f_+(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t) + f_-(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} + \omega t)
 \tag{1.27}$$

dove \mathbf{k} è il vettore d'onda e ω la frequenza, e soddisfano la relazione di dispersione

$$\mathbf{k}^2 c^2 = \omega^2
 \tag{1.28}$$

Una soluzione particolarmente interessante della (1.24) è l'onda piana sinusoidale progressiva, che in forma polare si scrive

$$\Phi(x, t) = \Phi_m e^{i(kx - \omega t)}
 \tag{1.29}$$

È importante precisare che solo la parte reale della (1.29) e delle espressioni seguenti ha un significato fisico.

Dalla prima delle (1.23) e dalla (1.29) si ricava per la pressione la forma

$$p(x, t) = p_m e^{i(kx - \omega t)} \quad (1.30)$$

Dalla (1.30) si può calcolare

$$\frac{\partial p}{\partial x} = ikp_m e^{i(kx - \omega t)} \quad (1.31)$$

Sostituendo la (1.31) nella (1.11) si ricava

$$ikp_m e^{i(kx - \omega t)} = -\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} \quad (1.32)$$

che integrata rispetto al tempo fornisce la velocità di spostamento della particella di fluido:

$$u = \frac{p_m}{\rho_0 c} e^{i(kx - \omega t)} = u_m e^{i(kx - \omega t)} \quad (1.33)$$

che risulta essere in fase con la pressione.

Si definisce impedenza caratteristica del gas, e si indica con Z , il rapporto tra p e u calcolato per le onde piane progressive che si propagano in quel gas. Dalle (1.30) e (1.33) si ha perciò

$$Z = \rho_0 c \equiv z_0 \quad (1.34)$$

La densità di energia cinetica K si può scrivere

$$K = \frac{1}{2} \rho_0 |\text{Re}(\mathbf{u})|^2 \quad (1.35)$$

dove $|\text{Re}(\mathbf{u})|$ è il modulo della parte reale del vettore complesso che rappresenta la velocità della particella acustica [3]. Nel caso di onde piane progressive, dalla (1.33) si ricava

$$|\text{Re}(\mathbf{u})| = \frac{p_m}{\rho_0 c} \cos(kx - \omega t) \quad (1.36)$$

Perciò

$$K = \frac{1}{2} \frac{p_m^2}{\rho_0 c^2} \cos^2(kx - \omega t) = \frac{1}{2} \rho_0 u_m^2 \cos^2(kx - \omega t) \quad (1.37)$$

La densità di energia potenziale V si può scrivere in generale come:

$$V = \frac{1}{2} \frac{p^2}{\rho_0 c^2} \quad (1.38)$$

che diventa, sostituendovi la (1.30),

$$V = \frac{1}{2} \frac{p_m^2}{\rho_0 c^2} \cos^2(kx - \omega t) = \frac{1}{2} \rho_0 u_m^2 \cos^2(kx - \omega t) \quad (1.39)$$

Dalle (1.37) e (1.39) risulta che le densità di energia cinetica e di energia potenziale nel caso di onde piane progressive in un mezzo non dispersivo sono uguali e hanno la stessa dipendenza dalla posizione e dal tempo.

L'energia trasportata istantaneamente dall'onda per unità di tempo attraverso un elemento di area unitaria perpendicolare alla direzione di propagazione x è

$$j = pu \quad (1.40)$$

che nel caso dell'onda espressa dalla (1.30) diventa

$$j = p_m u_m \cos^2(kx - \omega t) = (K + V)c = Ec \quad (1.41)$$

Da ciò risulta che l'intensità media I dell'onda (potenza specifica media) è

$$I = \frac{1}{2} p_m u_m = \frac{p_m^2}{2Z} = \frac{1}{2} Z u_m^2 \quad (1.42)$$

2 Metodo di calibrazione

In letteratura si trovano diversi articoli riguardanti la calibrazione di sonde p-u, e in particolare di sonde del medesimo tipo qui utilizzato [1], [4]. Ciò è dovuto al fatto che non esiste ancora un metodo standard di calibrazione delle sonde.

Il problema della calibrazione di questo tipo di sonde discende principalmente dalla diversa natura dei due sensori utilizzati (microfono per la pressione e anemometro acustico per la velocità): essi sono completamente differenti e non hanno la stessa risposta di ampiezza e fase, perciò è necessario determinare una curva di correzione relativa di un sensore rispetto all'altro. La procedura che si utilizza è quella di calibrare il sensore di velocità rispetto a quello di pressione, infatti, mentre quest'ultimo può essere calibrato in modo semplice con metodi ormai standardizzati, per il sensore di velocità non esistono segnali campione o strumenti di riferimento per la calibrazione. Inizialmente, quindi, si calibra il sensore di pressione con un metodo, definito *calibrazione per confronto*, che consiste nel confrontare le misure ottenute dal microfono da studiare, con quelle ottenute da un altro microfono la cui risposta è nota. In seguito si calibra il sensore di velocità rispetto a quello di pressione con una *calibrazione relativa*, che consiste nell'esporre il sensore di velocità ad un campo di riferimento con impedenza nota, cioè in cui è definita una precisa relazione tra pressione e velocità, e nell'applicare tale relazione alle misure ottenute con i due sensori della sonda, ricavando una funzione che descrive il comportamento di quest'ultima. I diversi metodi di calibrazione descritti in letteratura sono caratterizzati da diverse relazioni tra pressione e velocità in funzione del campo utilizzato: la scelta fatta in questo lavoro è di impiegare un campo di onde piane progressive che, come sarà mostrato in seguito, rappresenta un'ottima semplificazione del problema della calibrazione.

Il procedimento di calibrazione richiede, in sintesi, tre operazioni principali che saranno spiegate in dettaglio nel presente capitolo:

- 1) Determinazione della banda di coerenza della sonda;
- 2) Calibrazione del microfono della sonda p-u nella banda di coerenza;
- 3) Calibrazione del sensore di velocità rispetto a quello di pressione.

2.1 Sonde p-u: funzionamento del sensore di velocità utilizzato

Come detto nell'introduzione, le sonde p-u combinano due tipi di sensori differenti: un microfono per la misura della pressione e uno o più sensori di velocità (con tre sensori di velocità disposti lungo tre direzioni ortogonali è possibile misurare le tre componenti del vettore velocità \mathbf{u}).

Il funzionamento del sensore di velocità (anemometro acustico) sviluppato dalla Microflown Technologies® sfrutta essenzialmente il raffreddamento che è subito da due fili, percorsi da corrente, per effetto del piccolo spostamento del gas che si ha durante la propagazione delle onde acustiche. Tale raffreddamento fa variare la resistenza dei fili, proporzionalmente alla velocità del gas, e tale variazione è misurabile come un segnale di tensione elettrica. Con una coppia di fili paralleli tra loro e posti ortogonalmente alla direzione del flusso d'aria, si ottiene la massima ampiezza di oscillazione della differenza di potenziale tra il primo e il secondo filo. Questa oscillazione, causata dal raffreddamento alternato dei due fili micrometrici risulta proporzionale alla velocità del vento acustico. Con tre coppie di fili orientati ortogonalmente nello spazio, è quindi possibile misurare il campo vettoriale di velocità della particella acustica stabilendone modulo, direzione e verso, in ogni punto di misura.

Il sensore Microflown® utilizzato è costituito da un solo sensore di velocità il cui asse, cioè la direzione in cui il funzionamento è ottimale, appartiene al piano in cui giacciono i fili, ed è perpendicolare ad essi. Il modello utilizzato è composto in realtà da tre fili: uno funziona da sorgente di calore e riscalda l'ambiente attorno al punto di misura, gli altri due servono per la misura. Informazioni dettagliate sul sensore impiegato si trovano nella documentazione fornita dalla ditta produttrice [5] e sul sito www.microflown.com.

La sensibilità del sensore di velocità subisce una diminuzione ad alte frequenze e ciò è dovuto al fatto che il trasporto di calore e la capacità termica dei fili sono grandezze finite. Tenendo conto di questi fenomeni e di una osservata diminuzione della sensibilità alle basse frequenze, le funzioni di correzione per ampiezza e fase della velocità fornite dal produttore sono:

$$U_{amp} = \frac{1}{G \cdot LFS} \sqrt{1 + \frac{f_{c1}^2}{f^2}} \sqrt{1 + \frac{f^2}{f_{c2}^2}} \sqrt{1 + \frac{f^2}{f_{c3}^2}} \sqrt{1 + \frac{f_{c4}^2}{f^2}} \quad (2.1)$$

$$U_{fase} = -\arctan\left(\frac{C_1}{f}\right) + \arctan\left(\frac{f}{C_2}\right) + \arctan\left(\frac{f}{C_3}\right) - \arctan\left(\frac{C_4}{f}\right) \quad (2.2)$$

dove G è il guadagno del preamplificatore utilizzato nella procedura di calibrazione (in questo lavoro si è cercata la condizione $G=1$), LFS (Low Frequency Sensitivity) è la sensibilità della

sonda determinata a 250Hz, e $f_{ci=1,4}$ e $C_{i=1,4}$ sono parametri, chiamati *corner frequency*, che caratterizzano univocamente la curva di calibrazione e vengono determinati sperimentalmente.

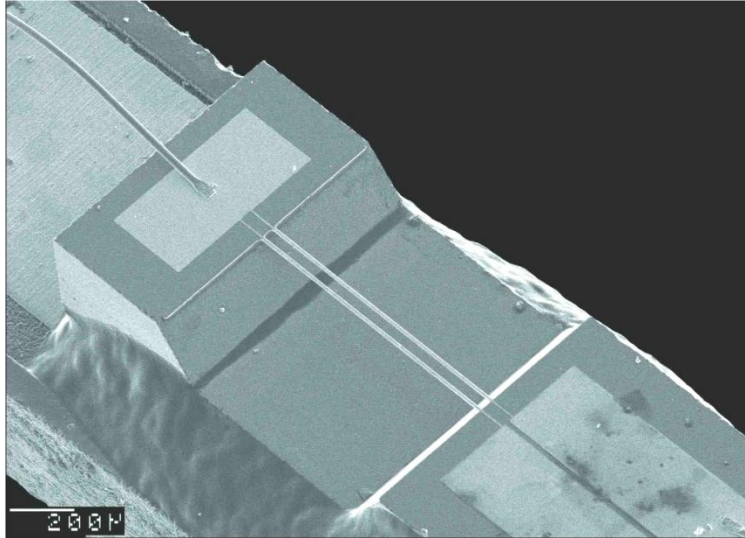


Figura 2.1: Foto del sensore di velocità Microflow® scattata con un microscopio elettronico

2.2 Introduzione al problema della calibrazione

Si sviluppa ora il problema della calibrazione partendo da alcune osservazioni generali: si consideri uno strumento di misura, caratterizzato dalla risposta all'impulso $m(t)$, che riceve una variabile in ingresso $g(t)$, e ne fornisce una in uscita $g_m(t)$: le due grandezze sono legate dalla relazione

$$g_m(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} m(\tau)g(t - \tau)d\tau \quad (2.3)$$

Se si esprime la stessa relazione in termini delle trasformate di Fourier corrispondenti (indicando le variabili con le lettere maiuscole) si ottiene

$$G_m(\omega) = M(\omega)G(\omega) \quad (2.4)$$

Mentre la (2.3) è espressa nel dominio del tempo t , la (2.4) è espressa nel dominio delle frequenze ω .

In generale l'input $g(t)$ e l'output $g_m(t)$ non hanno le stesse dimensioni, ed è necessario un fattore di scala dimensionale S che permetta una lettura dell'output con le stesse unità di misura dell'input. La costante S che caratterizza lo strumento utilizzato prende il nome di

sensibilità del dispositivo. Ad esempio, nel caso di un microfono, S permette di ricavare la pressione in pascal dalla lettura del segnale analogico misurato in volt.

Nel seguito del capitolo si cercherà di ricavare una formula per S_p e per S_u , rispettivamente la sensibilità del sensore di pressione (d'ora in avanti indicato con SP) e la sensibilità del sensore di velocità (SV). A tal proposito si indichino con p e u le quantità da misurare, e con p_m e u_m le quantità analogiche misurate. Perciò la (2.3), nel caso della pressione, diventa:

$$p_m(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} m(\tau)p(t - \tau)d\tau \quad (2.5)$$

Se al microfono si manda in ingresso un impulso

$$p(t - \tau) = P_0\delta(t - \tau) \quad (2.6)$$

si ottiene la risposta all'impulso

$$m(\tau) = \frac{p_m(t)}{P_0} \left[\frac{V}{\text{Pas}} \right] \quad (2.7)$$

Dalla definizione di S_p si ottiene l'espressione

$$S_p = \frac{p_m(t)}{p(t)} \quad (2.8)$$

e sostituendovi le (2.5) e (2.7) si ottiene

$$S_p = \frac{1}{P_0} \int_{-\infty}^{+\infty} p_m(t)dt \left[\frac{V}{\text{Pa}} \right] \quad (2.9)$$

per cui, invertendo la (2.8),

$$p(t)[\text{Pa}] = \frac{p_m(t)[V]}{S_p \left[\frac{V}{\text{Pa}} \right]} \quad (2.10)$$

che è proprio il risultato che si voleva ottenere.

P_0 si determina tramite una lettura diretta dell'output p_m ottenuto in risposta all'input $p = 1\text{Pa RMS}$, che corrisponde ad un suono con un livello di pressione sonora (SPL) di 94dB (nell'esecuzione è stato utilizzato un tono a 1kHz, generato da un calibratore).

Analogamente a quanto detto per la pressione, per la velocità valgono le formule seguenti:

$$S_u = \frac{u_m(t)}{u(t)} \quad (2.11)$$

$$u(t)[\text{ms}^{-1}] = \frac{u_m(t)[V]}{S_u \left[\frac{V}{\text{ms}^{-1}} \right]} \quad (2.12)$$

Se S_p e S_u fossero costanti su tutte le frequenze il problema sarebbe abbastanza semplice, ma questo non è il caso, poiché SP e SV non sono sensori ideali, quindi per la determinazione di S_p

e S_u è necessario tenere conto anche delle funzioni di trasferimento dei due sensori. Anziché utilizzare la (3.10) per il calcolo di S_u , quindi, si utilizza la relazione seguente

$$S_u(\omega) = \frac{S_p(\omega)}{|\Gamma(\omega)|} \left[\frac{V}{\text{ms}^{-1}} \right] \quad (2.13)$$

dove $\Gamma(\omega)$ è detta *curva di correzione* (o *filtro di calibrazione*) e viene determinata sperimentalmente tramite un fit dei dati sperimentali (la procedura per ottenere $\Gamma(\omega)$ verrà esaminata più in dettaglio dal punto di vista teorico nel paragrafo 2.3 e dal punto di vista sperimentale nel capitolo 3).

Diversamente da altri metodi di calibrazione, quello qui proposto opera su tutta la banda di lavoro della sonda, e tale caratteristica offre molti vantaggi tra cui quello di limitare la propagazione degli errori.

Un altro aspetto da considerare è che la determinazione di S_p , che si ricava per confronto con un microfono di sensibilità nota, causa un errore sistematico che inevitabilmente limita la precisione della sonda; per minimizzare questa incertezza è perciò necessario l'impiego di un microfono di riferimento il più possibile simile ad un sensore ideale, cioè con una risposta piatta sul più ampio intervallo di frequenze (in particolare nell'intervallo di coerenza della sonda).

La procedura di calibrazione può essere, in definitiva, sintetizzata nei seguenti passaggi:

1. Controllo della coerenza tra i segnali di pressione e velocità nel campo di riferimento, in modo da definire l'intervallo di frequenza nel quale la sonda risponde con la relazione lineare desiderata tra p e u .
2. Calibrazione del sensore di pressione della sonda p - u tramite un confronto con il microfono di riferimento nel range di lavoro della sonda determinato al punto 1.
3. Calibrazione del sensore di velocità relativamente al sensore di pressione della sonda, mediante la determinazione della *curva di correzione* $\Gamma(\omega)$.

2.3 Determinazione della curva di correzione

Si approfondisce ora il terzo punto della procedura, ovvero il problema principale della calibrazione della sonda p - u : la determinazione della *curva di correzione* $\Gamma(\omega)$.

Vengono indicati con p^0 e u^0 i valori veri e con p_m^0 e u_m^0 i valori misurati di p e u nel campo di riferimento (si ricorda che le lettere maiuscole indicano i valori ottenuti dalle grandezze

precedenti tramite una trasformata di Fourier, per passare dal dominio del tempo a quello della frequenza).

Riprendendo la (2.4) si ricavano, per le funzioni di trasferimento M , le seguenti espressioni:

$$M_p(\omega) = \left(\frac{P_m^0(\omega)}{P^0(\omega)} \right) \quad (2.14)$$

$$M_u(\omega) = \left(\frac{U_m^0(\omega)}{U^0(\omega)} \right) \quad (2.15)$$

Le (2.14) e (2.15) non dipendono dal campo di riferimento utilizzato, ma solo dalle caratteristiche interne dei due sensori, quindi esse continuano a valere per qualsiasi altro campo di riferimento e in generale si può scrivere

$$P_m(\omega) = M_p(\omega)P(\omega) \quad (2.16)$$

$$U_m(\omega) = M_u(\omega)U(\omega) \quad (2.17)$$

È perciò possibile caratterizzare il funzionamento di ogni sonda con la coppia di funzioni di trasferimento (M_p, M_u) , grazie alle quali è possibile, invertendo le espressioni precedenti, misurare p e u in un campo qualsiasi.

Le (2.16) e (2.17) però non sono indipendenti l'una dall'altra, infatti p e u sono legate dall'equazione di Eulero (1.6). Facendo il rapporto delle due equazioni (2.16) e (2.17), e sostituendo le (2.14) e (2.15) si ottiene

$$Z(\mathbf{x}, \omega) = \frac{P(\mathbf{x}, \omega)}{U(\mathbf{x}, \omega)} = \frac{P_m(\mathbf{x}, \omega)}{U_m(\mathbf{x}, \omega)} \frac{P^0(\omega)}{P_m^0(\omega)} \frac{U_m^0(\omega)}{U^0(\omega)} = \frac{Z^0(\omega)}{Z_m^0(\omega)} Z_m(\mathbf{x}, \omega) \quad (2.18)$$

dove \mathbf{x} indica il punto in cui si effettua la misura, $Z^0 = P^0/U^0$, $Z_m = P_m/U_m$, $Z_m^0 = P_m^0/U_m^0$.

Il rapporto tra l'impedenza vera Z^0 e quella misurata Z_m^0 è indipendente dal campo sonoro utilizzato, ed è quindi adatto ad identificare la curva di correzione di SV.

A partire dalla definizione di impedenza si può scrivere

$$Z(\omega) = \frac{P(\omega)}{U(\omega)} = \frac{S_p^{-1}P_m(\omega)}{S_u^{-1}U_m(\omega)} = \frac{S_u}{S_p} Z_m(\omega) \quad (2.19)$$

Perciò dalle (2.13) e (2.19) si ricava un'espressione per $\Gamma(\omega)$:

$$\Gamma(\omega) = \frac{Z_m(\omega)}{Z(\omega)} \quad (2.20)$$

che per la (2.17) diventa

$$\Gamma(\omega) = \frac{Z_m^0(\omega)}{Z^0(\omega)} \quad (2.21)$$

Ora si è in grado di calcolare $Z(\mathbf{x}, \omega)$ dalla (2.18), utilizzando la (2.21) e si ricava:

$$Z(\mathbf{x}, \omega) = \frac{Z_m(\mathbf{x}, \omega)}{\Gamma(\omega)} \quad (2.22)$$

È quindi possibile calcolare $U(\mathbf{x}, \omega)$:

$$U(\mathbf{x}, \omega) = \frac{P(\mathbf{x}, \omega)}{Z(\mathbf{x}, \omega)} \quad (2.23)$$

che fornisce lo spettro della velocità che si vuole misurare.

La scelta del campo a onde piane progressive come riferimento per la calibrazione semplifica il problema, infatti, in queste condizioni, l'impedenza è una grandezza reale e costante, indipendente dal punto di misura e dalla frequenza. Il suo valore è uguale all'impedenza caratteristica del mezzo in cui si propaga l'onda acustica: $z_0 = \rho_0 c$ (dove ρ_0 è la densità dell'aria imperturbata e c la velocità del suono):

$$Z^0(\omega) = \frac{P^0}{U^0} = z_0 = \rho_0 c \quad (2.24)$$

La curva di correzione (2.21) diventa, quindi,

$$\Gamma(\omega) = \frac{Z_m^0(\omega)}{\rho_0 c} \quad (2.25)$$

che consiste nell'impedenza misurata nell'ambiente di calibrazione scalata per la costante z_0 .

Nota $\Gamma(\omega)$ è possibile calcolare S_u dalla (2.13) e una volta ottenute S_p e S_u il problema di calibrazione può ritenersi terminato, ed è possibile utilizzare la sonda come strumento di misura in un ambiente qualsiasi. Un'idea interessante è quella di creare un algoritmo che acquisisca le misure e applichi le correzioni dovute, in modo da fornire una misura diretta dei campi di pressione e velocità, espressi in unità fisiche.

3 Procedura sperimentale

3.1 Apparato e strumentazione di calibrazione

Sebbene la metodologia per la calibrazione di sonde p-u per mezzo del campo di onda piana progressiva sia particolarmente semplice, la realizzazione sperimentale di un campo siffatto è tutt'altro che banale. In questo lavoro è stato utilizzata una guida d'onda che consiste in un tubo lungo 36m con un diametro di $1,8 \cdot 10^{-2}$ m (Figura 3.1).



Figura 3.1: Foto della guida d'onda acustica nel tunnel del laboratorio LARIX.

Il tubo è costituito da 5 moduli lunghi 6m, uno lungo 5m e un modulo di 1m nella cui metà è praticato un foro che permette l'inserimento della sonda e del microfono di riferimento per la taratura di confronto diretto del segnale di pressione (Figura 3.2). I diversi moduli sono tenuti insieme da cilindri cavi lunghi 10cm aventi alle estremità delle viti che permettono di fissare ai cilindri il tubo in essi inserito (Figura 3.2). La prima operazione è stata, quindi, l'assemblaggio del tubo all'interno del laboratorio LARIX presso il Dipartimento di Fisica dell'Università di Ferrara. Infatti, parte del LARIX consiste in un tunnel interrato lungo 100m,

che assicura la costanza dei parametri acusto-termodinamici lungo tutta la lunghezza della guida d'onda. Si è scelto di collocare il punto di misura a 12.5m di distanza dalla sorgente sonora. La lunghezza del tubo è infatti tale da non generare riflessioni alla sua terminazione, in quanto il suono viene attenuato a sufficienza in funzione della distanza percorsa a causa dell'attrito dell'aria con le pareti. È stato tuttavia necessario un attento allineamento del tubo (effettuato con l'ausilio di un laser), per evitare che eventuali incurvatures formassero riflessioni in punti intermedi della guida alterando la progressività del campo.

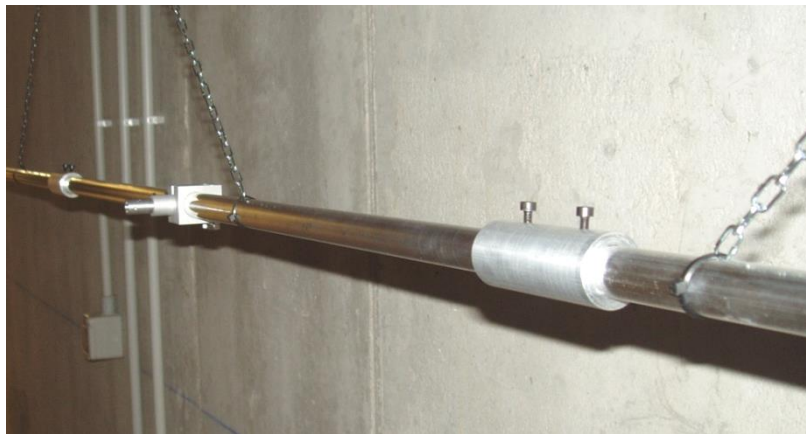


Figura 3.2: Particolare del punto di misura e delle giunture dei moduli.

Poi si è passati al montaggio dello scaffale su cui è stato posto l'altoparlante utilizzato per generare i segnali, e alla disposizione del sistema di misura all'interno di un rack. La sorgente del campo utilizzata è un altoparlante Tannoy® coassiale, per garantire un adeguato livello di eccitazione sonora in tutta la banda di frequenza in esame. L'altoparlante è stato collegato al tubo attraverso la campana di un trombone tenore che ha il ruolo di adattatore di impedenza per la misura della risposta all'impulso (Figura 3.3). I segnali sono stati generati con i software Sigview® (white noise) e Matlab® (sine sweep per la misura della risposta all'impulso).

L'apparato di misura utilizzato, invece, è composto da una scheda audio MOTU Traveler® 896 HD, per l'interfaccia input-output e la conversione A/D e D/A, e da un amplificatore di potenza ALESIS® RA 150, per il segnale inviato all'altoparlante. I segnali digitali sono stati poi analizzati con MatLab®, utilizzando alcune funzioni già implementate nel software e dei programmi creati ex novo.

In Figura 3.4 è presentato uno schema dell'apparato sperimentale.

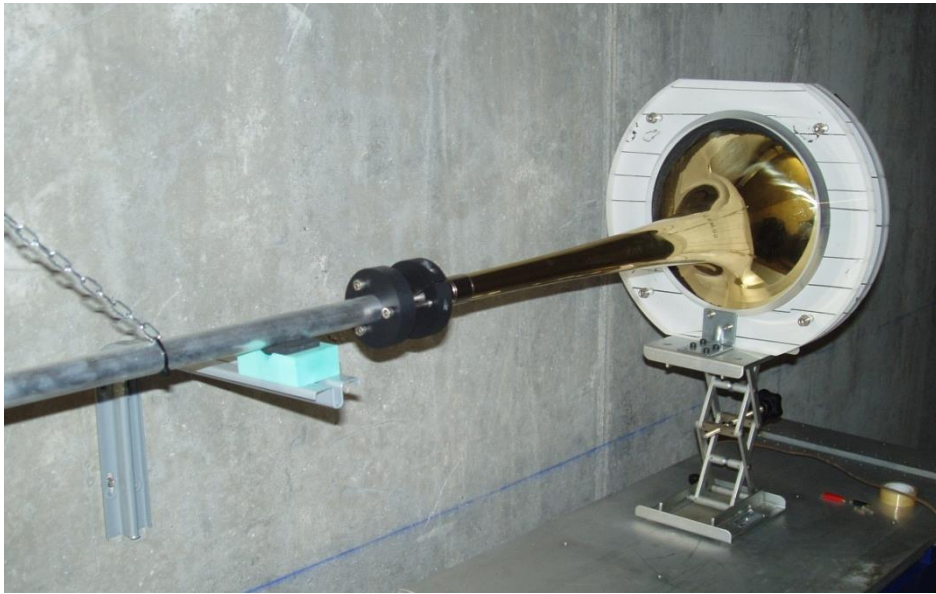


Figura 3.3: Altoparlante e trombone collegati al tubo.

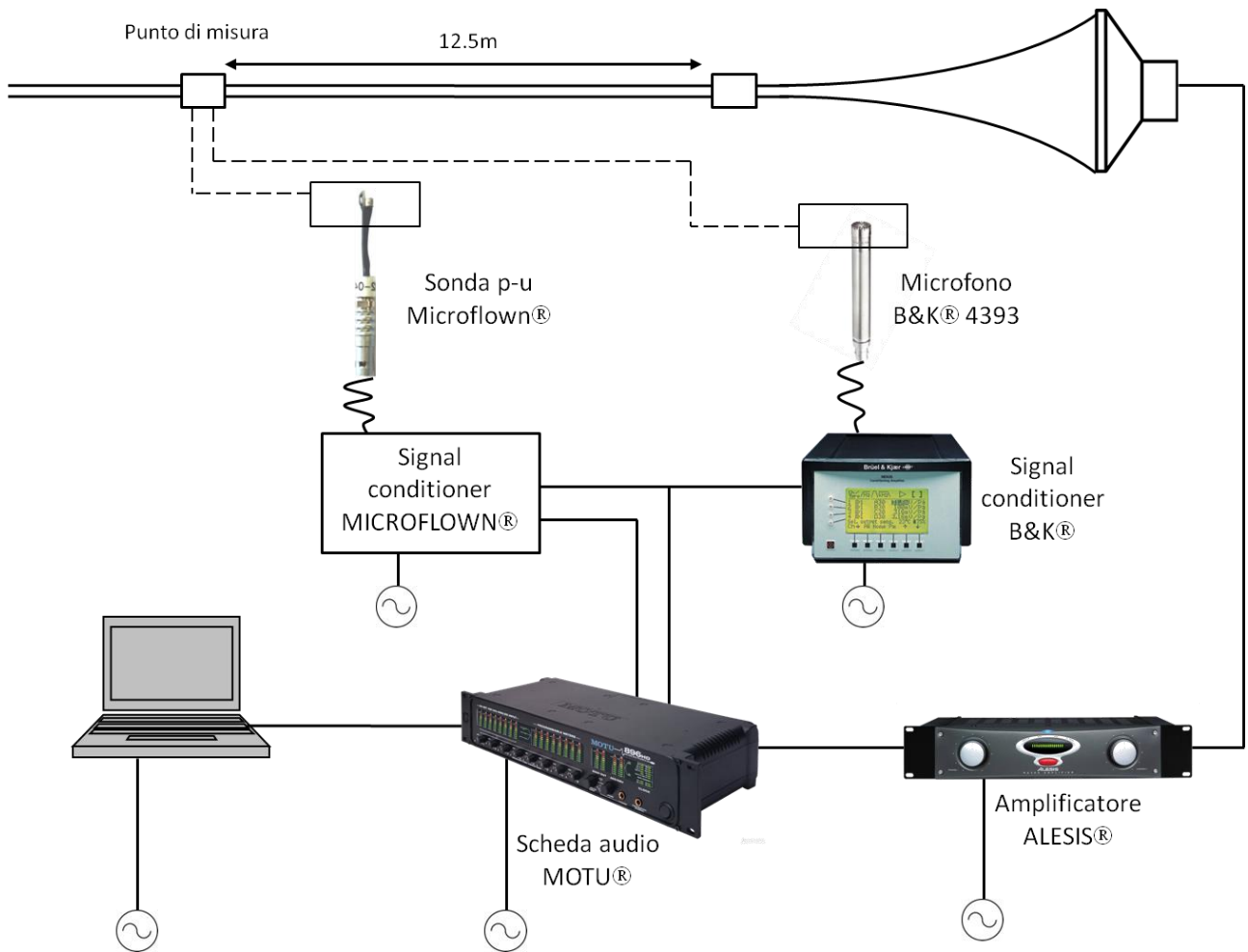


Figura 3.4: Schema dell'apparato di misura.

Come microfono di riferimento è stato scelto un B&K® 4939 1/4" collegato a un condizionatore di segnale B&K Nexus® e calibrato con un pistonofono B&K® 4231, il quale genera un tono puro a 1000Hz con un livello sonoro di 94dB. Per la caratterizzazione della sorgente è stato poi utilizzato, oltre al B&K® 4939, anche un microfono Behringer® ECM 8000, sempre calibrato con il pistonofono B&K® 4231. La sonda p-u utilizzata è una sonda Microflown® PU Match (parte PT0702-04 del kit 900329 della Microflown®, che comprende il condizionatore di segnale e la sonda assiale p-v numero E0702-03). Il sensore di pressione della sonda è un microfono a elettrete da 1/10", di forma cilindrica la cui sensibilità nominale è $S_p(1000\text{Hz})=51.4\text{mV/Pa}$ [4].

3.2 Caratterizzazione dell'ambiente di taratura

Come si è detto, il campo di riferimento è stato generato con un altoparlante Tannoy®, che è stato collegato al tubo attraverso la campana di un trombone tenore, il quale ha svolto la funzione di adattatore di impedenza. Lo scopo dell'impiego della campana del trombone era quello di ottenere un buon livello sonoro all'interno del tubo su tutto l'intervallo di frequenze di impiego della sonda.

La caratterizzazione della sorgente (altoparlante solo e altoparlante + adattatore) è stata studiata in laboratorio con il microfono Behringer®, mentre con il microfono B&K®, di diametro inferiore, si è studiato il campo all'interno del tubo posto nel LARIX.

3.2.1 Caratterizzazione della sorgente con il microfono Behringer®

La fase preliminare è consistita nella calibrazione del microfono Behringer®: si è misurata la risposta al tono di 1kHz di 1Pa generato dal pistonofono B&K® con entrambi i microfoni utilizzati, impostando un fattore di pre-amplificazione del Nexus® per il microfono B&K® di 100mV/Pa. Si è poi calcolato il valore efficace della risposta ottenendo sulla stessa scala di lettura, normalizzata a 1, i valori 0.0325 (per il B&K®) e 0.0034 (per il Behringer®). Da ciò

risulta che la sensibilità del microfono Behringer® è $S_p(1000\text{Hz}) = 100 \frac{\text{mV}}{\text{Pa}} \cdot \sqrt{\frac{0.0034}{0.0325}} \cong 32.3 \frac{\text{mV}}{\text{Pa}}$.

Con tale grandezza è stato poi possibile riportare in Pa i valori di pressione misurati.

La stima del campo prodotto dall'altoparlante Tannoy® è stata fatta nel Laboratorio di Acustica del Dipartimento di Fisica dell'Università di Ferrara. Il laboratorio è una stanza di dimensioni **4m × 3m × 3m**, inadatta a questo tipo di misure, perciò il microfono è stato posto vicino alla sorgente per aumentare il rapporto segnale/rumore e minimizzare l'effetto delle riflessioni d'onde all'ambiente. Sono state eseguite le misure nelle seguenti configurazioni:

- Rumore di fondo (bn) con il microfono posto davanti al solo altoparlante;
- Rumore di fondo (bn) con il microfono posto davanti all'altoparlante e all'adattatore;
- Rumore bianco (wn) con il microfono posto davanti al solo altoparlante;
- Rumore bianco (wn) con il microfono posto davanti all'altoparlante e all'adattatore.

Per ogni configurazione sono state effettuate 3 misure: poiché i risultati hanno mostrato lo stesso andamento e gli stessi livelli di pressione (entro un'incertezza di meno di 0.5 dB nell'intervallo di frequenza di interesse), in **Figura 3.5** sono riportati gli spettri di una sola misura per ogni configurazione. Gli spettri di pressione sono stati calcolati in Matlab®, con la funzione `pwelch`, utilizzando una finestra Hamming di 2^{11} campioni.

Per le misure dell'altoparlante con l'adattatore di impedenza il microfono Behringer® è stato posto a $5,0 \pm 0,2$ cm di distanza dalla fine della campana e per quelle relative al caso senza adattatore si è mantenuto il microfono alla stessa distanza del caso precedente ($58 \pm 0,5$ cm dall'altoparlante).

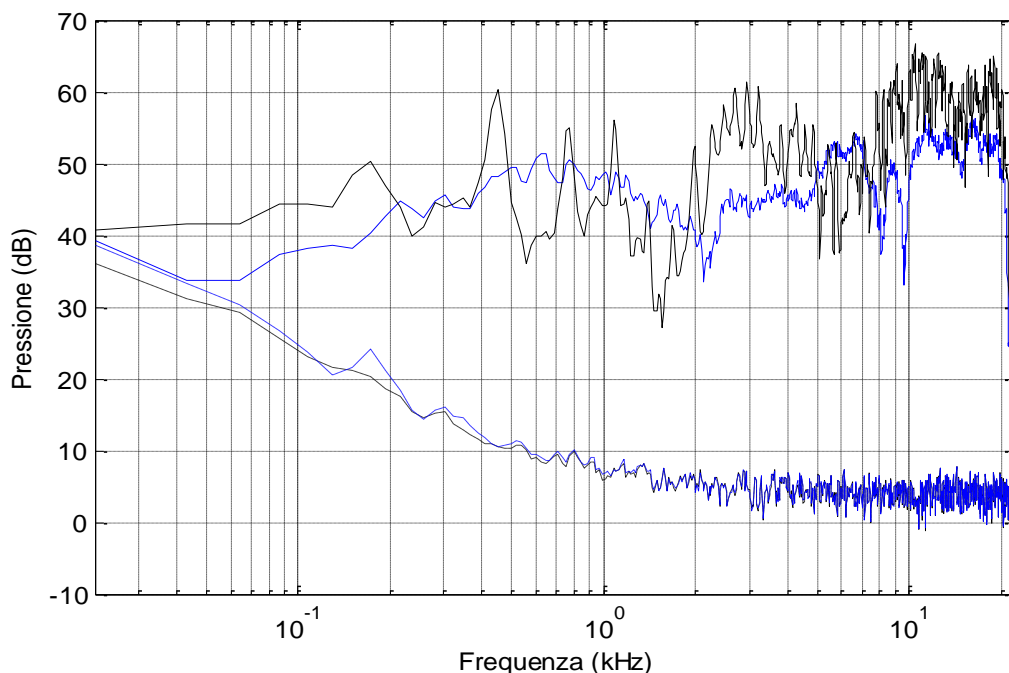


Figura 3.5: Background noise (linee tratteggiate) e white noise (linee continue) dell'altoparlante con adattatore (linee nere) e senza (linee blu), misurati con il microfono Behringer®.

che corrispondono alle frequenze di risonanza dell'adattatore; inoltre si registra una perdita di segnale attorno a 1500Hz, sempre imputabile all'adattatore, se si confrontano le curve delle configurazioni c e d. In ogni caso, l'effetto ricercato di avere un livello sonoro sufficientemente elevato in confronto al rumore su tutte le frequenze è ottenuto, e l'adattatore sembra migliorare tale effetto alle basse frequenze. Nel range di frequenze tra 40 e 11000Hz il rapporto segnale-rumore di fondo è maggiore di 10dB.

3.2.2 Caratterizzazione dell'ambiente di taratura con il microfono B&K® e con la sonda Microflown®

Dopo aver valutato la bontà del sistema di eccitazione sonora si è proceduto alla caratterizzazione dell'ambiente di taratura compiendo le seguenti misure con il microfono di riferimento B&K® e con la sonda Microflown® inseriti nella guida d'onda posta nel LARIX a 12.5m di distanza dalla sorgente:

1. tre misure di rumore di fondo (bn);
2. tre misure di risposta al rumore bianco (wn).

I grafici sono stati creati in Matlab® con il comando `pwelch(dato, hamming(2^13), [], 2^13, 44100)`. Per la riscontrata somiglianza delle tre misure dello stesso tipo, in **Figura 3.6** è riportata una sola misura di bn e una di wn eseguite con il microfono B&K® adeguatamente tarato, mentre in **Figura 3.7** è riportata una sola misura di bn e una di wn eseguite con la sonda Microflown®. In quest'ultimo caso non è stato possibile fornire una scala assoluta dei livelli di pressione e velocità acustiche, dato che la calibrazione non è stata eseguita, perciò si sono graficati i risultati ottenuti in una scala logaritmica generica opportunamente normalizzata (dB *full scale*) al solo scopo di avere una stima del SNR.

Durante l'operazione di misura inoltre si è scoperta la necessità di collegare con un cavo elettrico il condizionatore di segnale alla guida d'onda, in modo da porre i due dispositivi allo stesso potenziale elettrico: si è osservato infatti che l'assenza di tale collegamento falsava la misura alzando il segnale acquisito e introducendo delle componenti armoniche fittizie a ogni misura eseguita.

Si vedono anche in questo caso le risonanze dovute all'adattatore di impedenza e un buon rapporto segnale rumore tra 40 e 10000Hz per il microfono B&K®, tra 20 e 10000Hz per il sensore di pressione della sonda Microflown®, e tra 20 e 4000Hz per il sensore di velocità.

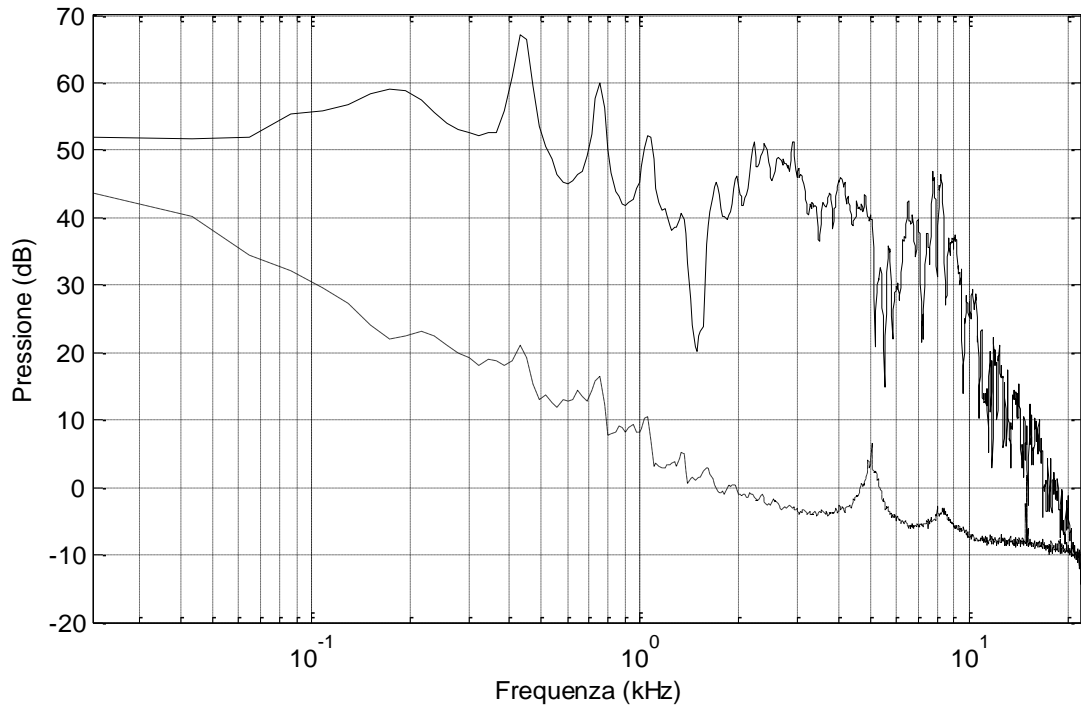


Figura 3.6: Background noise e white noise nell'ambiente di tarature misurati con il microfono B&K® tarato.

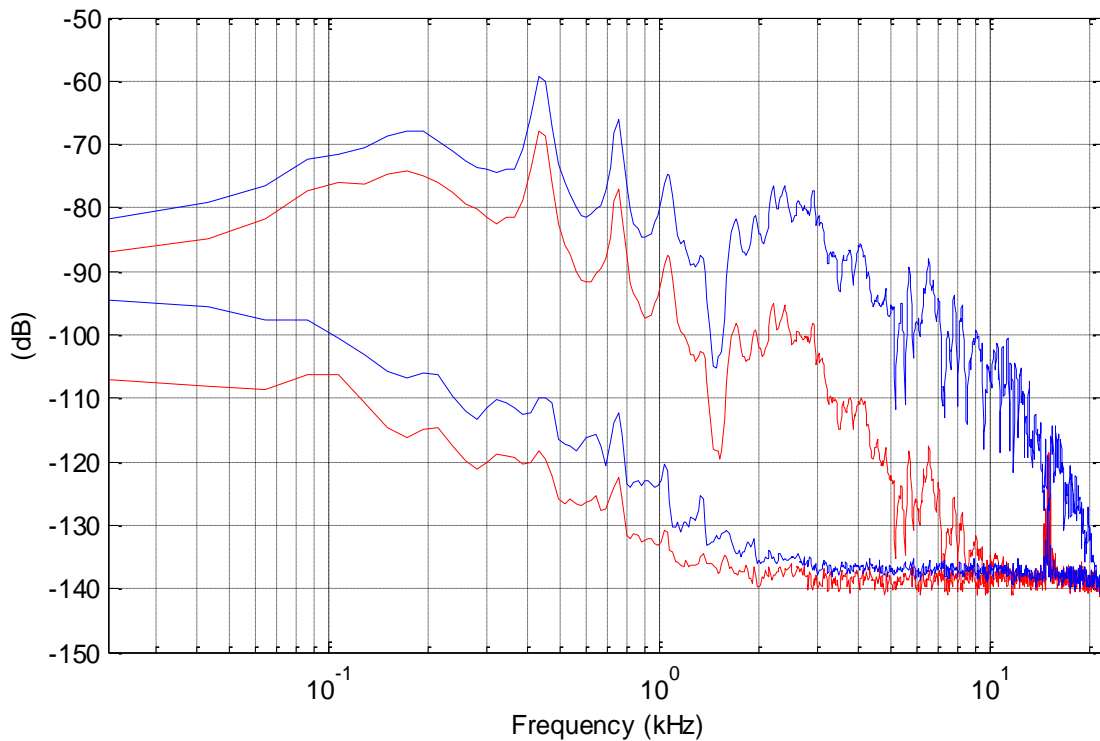


Figura 3.7: Background noise e white noise nell'ambiente di tarature. Misure di pressione (linee blu) e velocità (linee rosse) effettuate con la sonda Microflown® starata.

Perché non si generassero modi trasversali è stato necessario porre un limite superiore alla

frequenza del campo di calibrazione: nel caso considerato, tenendo conto delle dimensioni del tubo e delle condizioni termodinamiche del gas nell'ambiente di taratura si è posto $f_{max} \cong 11kHz$ [6]. Nelle precedenti misure effettuate a 6,5m di distanza dalla sorgente sonora [1] sono stati riscontrati fenomeni di riflessione causati dalla sonda stessa, perciò impossibili da evitare, tuttavia sono stati ritenuti tali da non causare problemi per la calibrazione, poiché il segnale generato era facilmente identificabile e, utilizzando come segnale di calibrazione le risposte all'impulso e disponendo di un'adeguata distanza tra sorgente e ricevitore, eliminabile tramite *windowing* temporale, senza effetti sulla calibrazione. Per minimizzare questo tipo di effetto si è pensato di allontanare il punto di misura a 17.5m, tuttavia a tale distanza il rapporto segnale/rumore era minore, e in particolare non soddisfacente nella parte medio-alta dell'intervallo di frequenze. Per questo lavoro perciò si è utilizzata una distanza intermedia, ritenuta ottimale, di 12,5 m, essendo una via di mezzo dei due casi precedenti.

3.3 Determinazione del range di frequenze di calibrazione con la richiesta di coerenza

Prima di procedere con la calibrazione, è necessario determinare il range di frequenza nel quale la sonda funziona correttamente, cioè nel quale è rispettata la linearità tra p e u . Infatti, per un qualunque evento sonoro che ricada all'interno dell'Acustica Lineare, esiste tra p e u una relazione lineare, descritta dall'equazione di Eulero (1.6). La medesima relazione deve perciò essere rispettata anche dai valori misurati p_m e u_m .

Per determinare tale intervallo si ricorre alla funzione di coerenza $\gamma(f)$, nota nel mondo DSP, che può essere scritta come:

$$\gamma(f) = \frac{|S_{PU}(f)|^2}{S_{PP}(f)S_{UU}(f)} \quad (3.1)$$

dove $S_{PU}(f)$ è il cross-spettro dei segnali di pressione e velocità, mentre $S_{PP}(f)$ e $S_{UU}(f)$ sono gli auto-spettri di p e u rispettivamente. Quando $\gamma(f) \cong 1$ la linearità è rispettata. In **Figura 3.8** è riportata la funzione di coerenza della sonda, ottenuta generando rumore bianco nella banda di frequenze tra 20 e 11000Hz, e calcolata in Matlab® con la funzione `mscohere`. Da tale grafico si può verificare che $\gamma \cong 1$ nel range di frequenze della sonda: γ ha fluttuazioni entro 0.01 attorno a 1, per valori di frequenza compresi tra 30 e 5000Hz, perciò tale banda di frequenze è stata utilizzata nel calcolo di S_p e S_u della sonda. Attorno a 1500Hz e sopra i

5000Hz $\gamma(f)$ assume valori significativamente inferiori a 1: nel primo caso l'effetto è dovuto all'adattatore di impedenza della sorgente, come già descritto in precedenza, mentre nel secondo è dovuto ad una perdita di sensibilità del sensore di velocità rispetto a quello di pressione, comportamento peraltro già segnalato nel paragrafo 3.1 e tenuto in considerazione nella curva nominale fornita dal produttore.

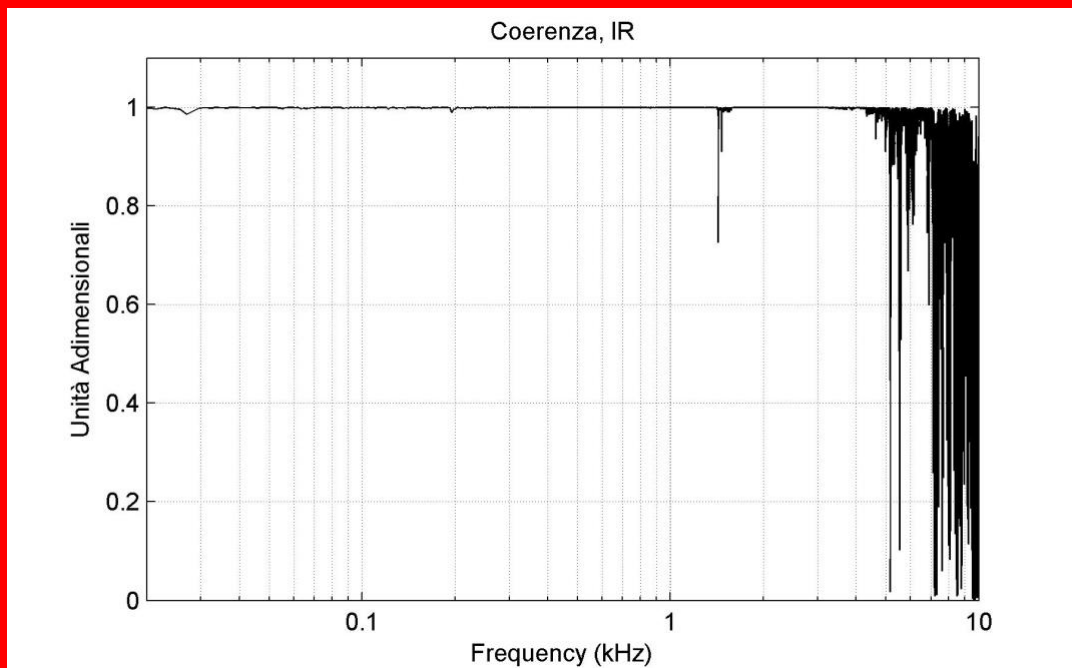


Figura 3.8: Funzione di coerenza tra pressione e velocità misurate dalla sonda Microflown®.

3.4 Calibrazione sperimentale della sonda p-u e confronto con quella nominale

Con il microfono B&K® e con la sonda Microflown® sono state eseguite le seguenti misure all'interno della guida d'onda, utilizzate poi per la taratura:

1. tre misure di risposta all'impulso (ir) impostando l'ampiezza del generatore sine sweep a 0.3;
2. tre misure di ir impostando l'ampiezza del generatore sine sweep a 0.5.

Le risposte all'impulso hanno il grande vantaggio di conservare solo le informazioni dell'ambiente misurato, essendo esse indipendenti dal segnale di eccitazione usato. Inoltre, racchiudono tali informazioni in modo compatto, risultando estremamente efficaci per l'immagazzinamento dati.

3.4.1 Calibrazione assoluta del sensore di pressione della sonda p-u

Il punto di partenza per trovare la sensibilità del sensore di pressione consiste nel valutare la differenza dei livelli di pressione sonora ottenuti con il microfono di riferimento B&K® (B&K) e quella misurata con il microfono Microflown® (μF), procedura facilmente attuabile in Matlab® calcolando la funzione di trasferimento (Figura 3.9) con il comando `tfestimate(B&K, μF , hamming(2^11), [], 2^11, 44100)` e considerando solo il modulo del risultato, dato che la fase non ha significato. Si noti come la curva sia piatta per valori di frequenza compresi tra 300 e 1000Hz, indicazione che i due sensori hanno un comportamento analogo, mentre al di fuori di questo intervallo il microfono della sonda p-u perda sensibilità.

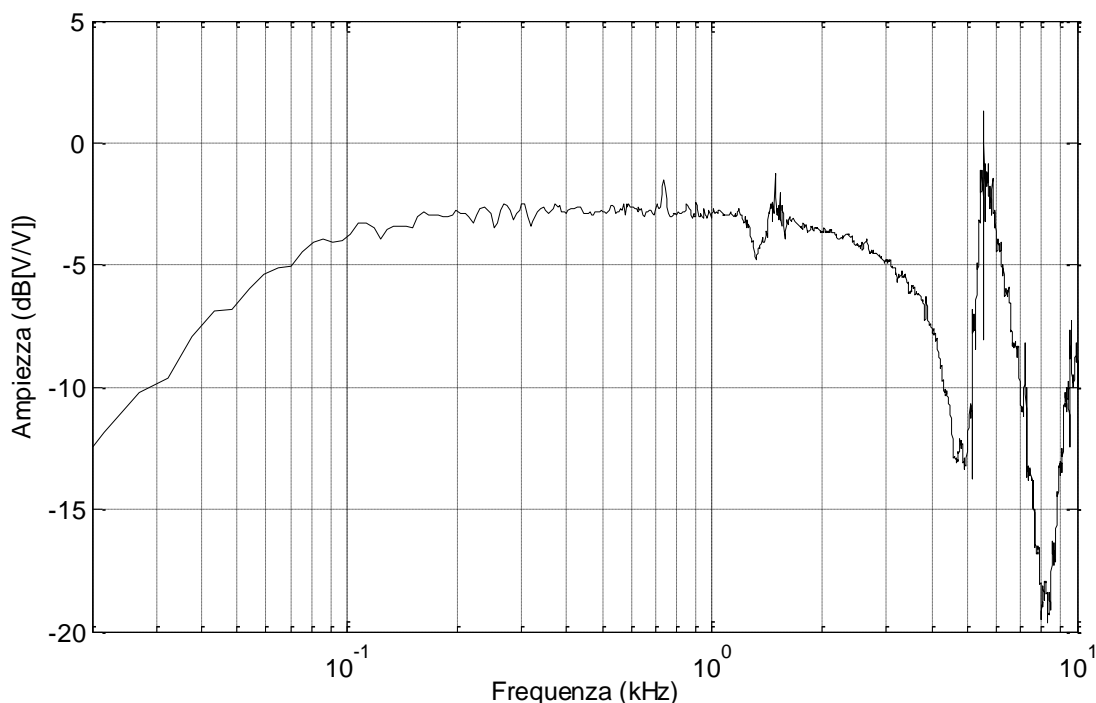


Figura 3.9: Funzione di trasferimento tra la misura di pressione per il segnale di rumore bianco effettuata con la sonda Microflown® e quella effettuata con il microfono B&K®.

In questa banda si è quindi effettuato il calcolo della sensibilità del sensore di pressione della sonda Microflown® utilizzando la formula (2.9). In realtà, nel calcolo effettuato in Matlab® l'integrale è sostituito da una sommatoria e la bontà del risultato dipende dal numero di campioni scelto per il calcolo della funzione di trasferimento (nel nostro caso 2^{13}). Perciò la procedura di calcolo di S_p è diventata la seguente: per ognuna delle tre misure di risposta all'impulso effettuate con ciascun microfono (B&K® e Microflown®) si è calcolato lo spettro di pressione tramite il comando `pwelch`, si sono poi sommati i valori nell'intervallo di

frequenze scelto, e per ciascun microfono si è calcolata la media e la deviazione standard delle tre misure (comandi `mean` e `std`) ottenendo le due grandezze, $\langle B\&K \rangle \pm \sigma_{B\&K}$ e $\langle \mu F \rangle \pm \sigma_{\mu F}$, proporzionali al segnale integrato su tutte le frequenze. La sensibilità S_p della sonda è stata poi calcolata per confronto, con la formula $S_p = \frac{\langle \mu F \rangle}{\langle B\&K \rangle} S_p^{B\&K} \left[\frac{\text{mV}}{\text{Pa}} \right]$. L'errore su S_p è stato calcolato con il metodo di differenziazione. Dalle misure effettuate si è ricavato $S_p(1000\text{Hz}) = (68.9 \pm 3.4)\text{mV/Pa}$, da confrontare con il valore nominale fornito dalla ditta produttrice $S_p(1000\text{Hz}) = 51.7\text{mV/Pa}$.

3.4.2 Calibrazione relativa del sensore di velocità della sonda p-u

In **Figura 3.10** è riportata la curva di risposta in frequenza del segnale di velocità rispetto a quello di pressione misurati dalla sonda Microflown®. Il grafico è stato creato in Matlab® con la funzione `tfestimate(P,U,rectwin(2^15),0,2^15,44100)`, che fornisce il rapporto tra gli spettri dei segnali misurati corrispondenti a u e p .

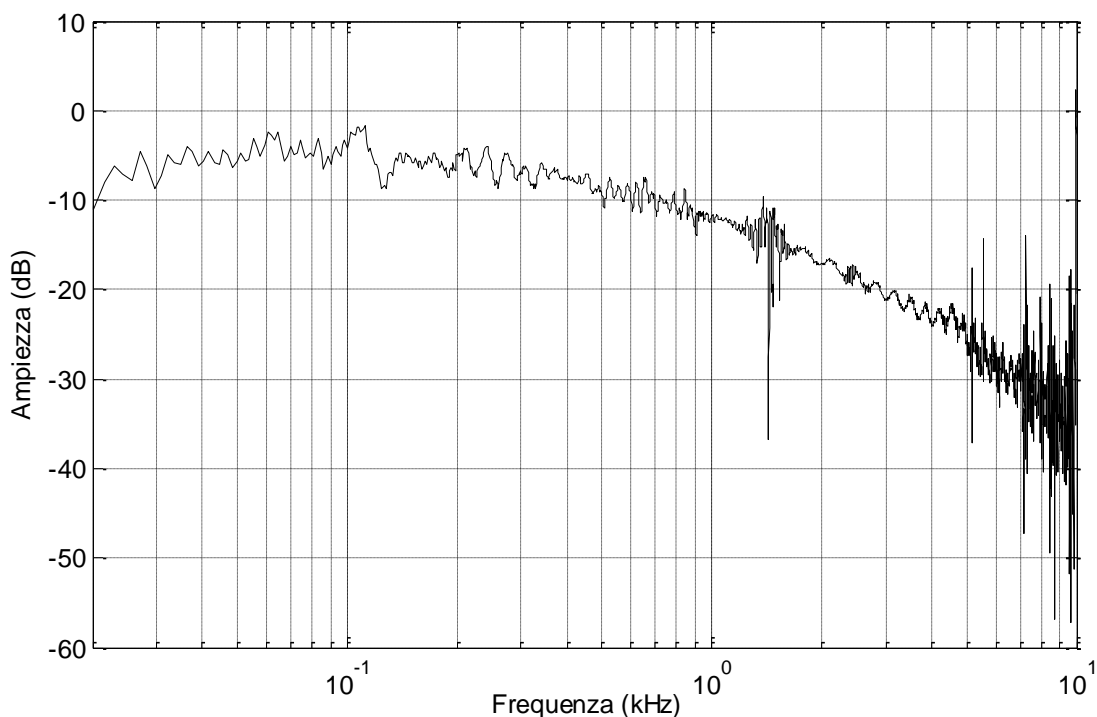


Figura 3.10: Curva di risposta in frequenza del segnale di velocità rispetto a quello di pressione misurati con la sonda Microflown®.

Il grafico segue l'andamento previsto teoricamente: infatti, il sensore di velocità perde sensibilità alle alte e alle basse frequenze rispetto a quello di pressione. Tra 1000 e 10000Hz

sono poi evidenti delle oscillazioni nel segnale imputabili alla non voluta, ma inevitabile, riflessione dell'onda tra la sonda e la sorgente, e si osserva l'incertezza per $f \cong 1500\text{Hz}$ imputabile nuovamente alla sorgente.

La calibrazione del sensore di velocità rispetto a quello di pressione, consiste nel determinare la curva di correzione $\Gamma(f)$ definita dalla (2.25), con la grande semplificazione dovuta alla particolare tipologia di campo scelta e già spiegata nel paragrafo 2.3. Tenendo conto del fatto che le misure di pressione e velocità sono rilevate con la stessa scala di tensione, otteniamo

$$\Gamma(f) = \frac{1}{\rho_0 c} \frac{P_m^0}{U_m^0} \quad (3.2)$$

Dove $[\rho_0 c]$ indica il valore numerico (adimensionale) di z_0 . $\Gamma(f)$ è una funzione complessa, perciò è necessario studiarne sia il modulo che la fase.

Come detto nel paragrafo 2.1, la sonda Microflown® è dotata di una curva di sensibilità nominale per la velocità fornita dal produttore, che consiste nell'implementazione di una funzione analitica dipendente da diversi parametri definiti sperimentalmente. In letteratura e nelle documentazioni fornite dalla ditta produttrice si trova solo una spiegazione parziale delle proprietà fisiche che validano questo modello, ma tuttavia si è deciso di conformarsi a questa interpretazione per meglio confrontare i risultati. I comportamenti del sensore di velocità in funzione della frequenza sono pertanto modellati dalle curve descritte nelle equazioni (2.1) e (2.2). Il risultato, ottenuto a partire dalla curva sperimentale con un algoritmo di fit ai minimi quadrati, è stato confrontato con la curva nominale fornita dalla ditta. In **Figura 3.12** sono riportate ampiezza e fase della curva di correzione $\Gamma(f)$ ottenuta con tale algoritmo per una misura di risposta all'impulso: la linea tratteggiata blu rappresenta la curva sperimentale, la linea nera il fit sperimentale la linea rossa la curva nominale.

Per dare maggior peso ai risultati in bassa frequenza, che tipicamente comportano maggiori problemi sia per il peggior rapporto segnale/rumore, sia per altri effetti non trattati in questa tesi (come la reattività dei campi acustici) la curva sperimentale di **Figura 3.12** è stata preventivamente filtrata in modo da ottenere bande di dodicesimi d'ottava. Risulta pertanto chiara la separazione costante dei punti della curva nonostante la scala di frequenze sia logaritmica.

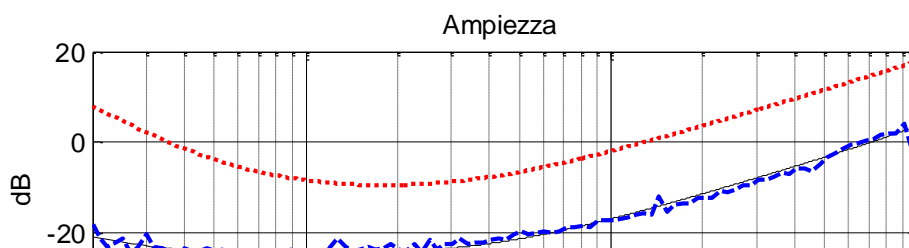


Figura 3.12: $\Gamma(f)$ per la misura di risposta all'impulso (linea blu), modello teorico (linea rossa), fit sperimentale di $\Gamma(f)$ (linea nera).

Si è riscontrato che, per ogni tipo di segnale (risposta all'impulso con differente ampiezza di segnale e rumore bianco), le tre misure erano molto simili. Una così buona somiglianza non si è trovata tra segnali di tipo diverso, come si può vedere in **Figura 3.13** dove viene presentato un confronto tra le curve sperimentali $\Gamma(f)$ ottenute per i tre tipi di segnale (per ciascun tipo è riportata solo una misura in quanto le tre misure dello stesso tipo sono tra loro molto simili). In **Figura 3.14** è riportato invece un confronto tra i fit ottenuti dai tre tipi di segnale e la curva nominale. Si noti come oltre i 4500Hz il rumore bianco perda significato rispetto alle risposte all'impulso, ciò grazie alla tecnica utilizzata per la misura di queste ultime (sine sweep), perciò per la calibrazione si sono utilizzate solo le misure di risposta all'impulso. In **Tabella 3.1** sono riportati i parametri che definiscono la curva di fit sperimentale, ricavati dalle 6 risposte considerate. In **Tabella 3.2** sono invece riportati la media e gli scarti massimi dei parametri trovati.

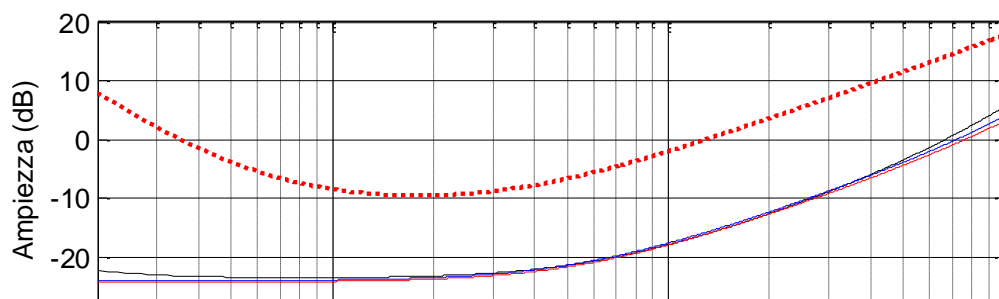


Figura 3.13: $\Gamma(f)$ ottenuta dalla misura di risposta all'impulso con ampiezza 0.3 (linea blu), risposta all'impulso con ampiezza 0.5 (linea rossa) e rumore bianco (linea verde).

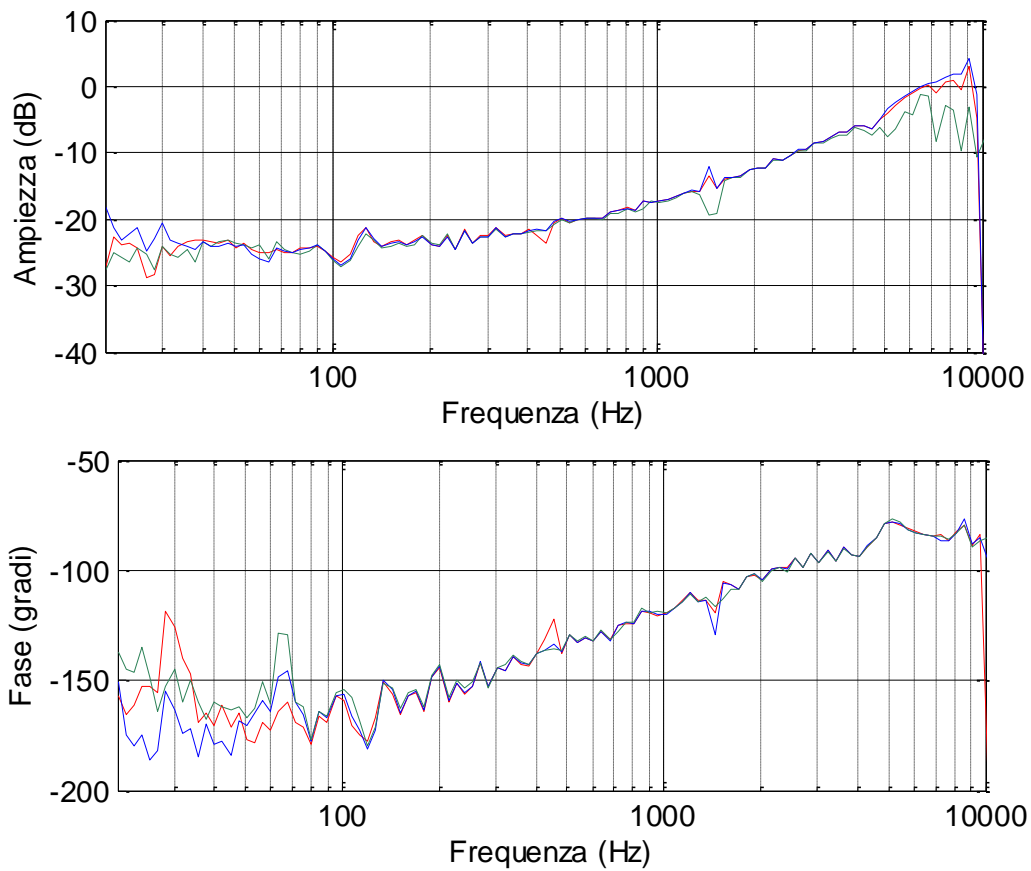


Figura 3.14: Fit nominale (linea rossa a punti), fit sperimentale di $\Gamma(f)$ per la misura di risposta all'impulso con ampiezza 0.3 (linea nera), risposta all'impulso con ampiezza 0.5 (linea blu) e rumore bianco (linea rossa).

Tabella 3.1.1 Parametri sperimentali della curva di fit del dato.

Misura di risposta all'impulso (ir)	1	2	3	4	5	6
Ampiezza del segnale nel generatore di sine sweep	0.3	0.3	0.3	0.5	0.5	0.5
S_u	15.9	15.7	16,1	16,2	16,4	16,4
f_{c1}	-8.7	8.2	8,4	0,0	0,0	0,0
f_{c2}	598.2	610.6	607,8	548,0	542,8	548,3
f_{c3}	7345.8	7005.2	7203,8	11033,4	11298,8	10828,0
f_{c4}	8.7	-8.2	8,4	0,0	0,0	0,0
C_1	480	479	476	455	461	462
C_2	4.1E+05	3.9E+05	4,0E+05	4,1E+05	4,3E+05	4,3E+05
C_3	8.4E+04	8.0E+04	8,0E+04	8,5E+04	8,5E+04	8,6E+04
C_4	7.7E+04	7.3E+04	7,4E+04	7,9E+04	7,9E+04	7,9E+04

Tabella 3.2: Medie e scarti massimi dei parametri della Tabella 4.1 e valori nominali del modello.

Parametro	Media	Scarto massimo	Valori nominali
S_u	16.1	0.7	14.02
f_{c1}	4.2	8.7	51
f_{c2}	576	68	512
f_{c3}	9119	4294	11238
f_{c4}	4.2	8.7	50
C_1	469	25	17
C_2	411884	46002	454
C_3	83356	5362	7099
C_4	76696	5373	50

Guardando alla **Tabella 3.2** si vede che f_{c1} e f_{c4} si possono considerare quasi nulli ai fini della correzione, infatti a 20Hz l'ampiezza corretta è moltiplicata per $\sqrt{1 + \left(\frac{f_{c1}}{f}\right)^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{4.2}{20}\right)^2} \cong 1.02 \approx 1$, e tende a 1 all'aumentare della frequenza. Per quanto riguarda C_2 il discorso è analogo infatti ad una frequenza di 9000Hz la correzione della fase è ottenuta sommando

$\arctan\left(\frac{f}{c_2}\right) = \arctan\left(\frac{9000}{411884}\right) \cong 1^\circ$, che è minore dell'incertezza sperimentale osservata a tale frequenza.

3.5 Applicazione del filtro di calibrazione sperimentale ad una misura

Come controllo finale della correttezza del filtro di calibrazione ottenuto, esso è stato applicato alle misure di rumore bianco utilizzate nella caratterizzazione dell'ambiente di taratura. Dato che il campo di misura è un'ottima approssimazione di onda piana progressiva, ci si aspetta che i livelli di pressione misurati con il microfono di riferimento e con il sensore di pressione calibrato risultino idealmente uguali, e che seguano le differenze non corrette mostrate dal grafico in **Figura 3.9**. Allo stesso modo, il livello di velocità misurato deve essere consistente con la teoria, pertanto scalato rispetto a quello di pressione di un fattore z_0 . La **Figura 3.15** riporta tale confronto, mostrando i valori in dB rispetto a $p_0 = 20 \mu Pa$, per i segnali di pressione ottenuti con il microfono di riferimento B&K® e con il sensore di pressione della sonda Microflown® rispettivamente, e in dB rispetto a $u_0 = 48 nm/s$ per il segnale di velocità ottenuto con il sensore di velocità della medesima. Come atteso, le curve sono quasi completamente sovrapposte, indice della bontà della calibrazione e della sua applicazione a un segnale registrato. Per la **Figura 3.15** è stata scelta una scala per la frequenza lineare anziché logaritmica, per enfatizzare la differenza dovuta al diverso comportamento dei sensori di pressione secondo quanto spiegato in precedenza.

In **Figura 3.16**, infine, è riportata la misura di impedenza del campo in relazione ai valori noti teoricamente e a quelli prima dell'applicazione dei filtri di calibrazione. Per l'ampiezza, la scala dell'asse delle ordinate è logaritmica e il riferimento teorico è pari a $20 \log z_0 = 52.3$.

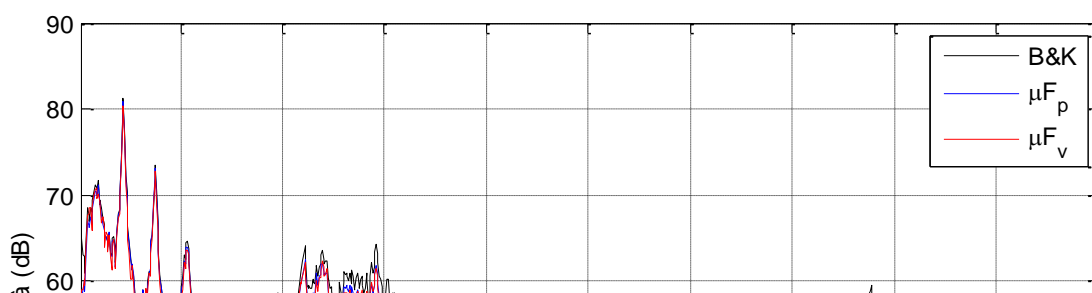


Figura 3.15: rumore bianco misurato con il microfono di riferimento B&K® (linea nera), con il microfono della sonda Microflown® (linea blu) e con il sensore di velocità Microflown (linea rossa).

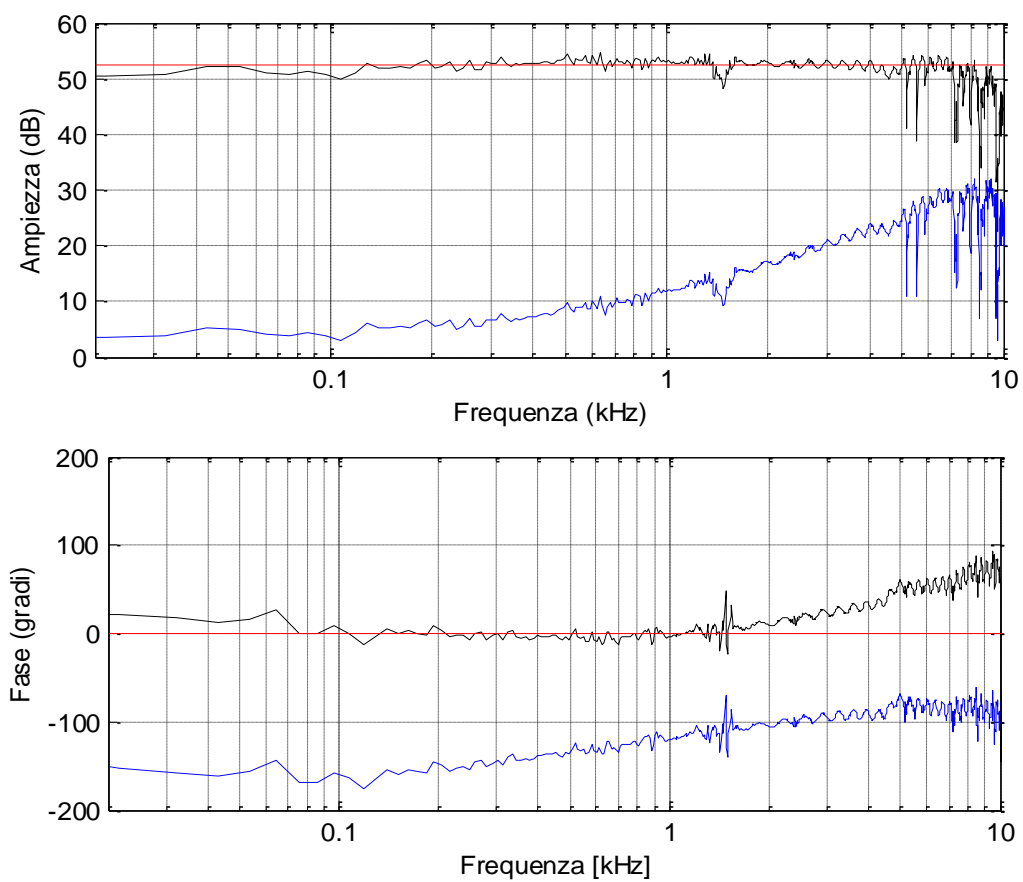


Figura 3.16: applicazione del filtro di calibrazione al segnale di rumore bianco: segnale non calibrato (linea blu), segnale calibrato (linea nera) e segnale di riferimento (linea rossa).

Conclusioni

In questa tesi è stato presentato un metodo di calibrazione per le sonde p-u sviluppate dalla Microflown Technologies®, che utilizza un campo di riferimento di onde piane progressive. Lo studio della sorgente e dell'ambiente di taratura (paragrafo 3.2) ha portato esito positivo, dimostrando l'efficacia dell'impiego di tale strumentazione per la calibrazione della sonda su un esteso intervallo di frequenze: [40,10000]Hz. Il sensore di pressione è stato calibrato per confronto con il microfono di riferimento B&K® nell'intervallo [200,2000]Hz, ciononostante, la richiesta di coerenza tra le misure di pressione e velocità effettuate con la sonda Microflown® ha permesso la calibrazione relativa del sensore di velocità rispetto a quello di pressione Microflown® nell'intervallo [40,5000]Hz.

Si è in definitiva ricavata, per il sensore di pressione, una sensibilità pari a $S_p(1000\text{Hz}) = (68.9 \pm 3.4)\text{mV/Pa}$, mentre il filtro di calibrazione per il sensore di velocità consiste nelle equazioni 2.1 e 2.2 con i parametri forniti in **Tabella 3.2**.

L'applicazione del filtro di calibrazione ad una misura di rumore bianco (**Figura 3.16**) mostra che il filtro funziona bene per l'ampiezza nell'intervallo di frequenze [20,8000]Hz, mentre per la fase la calibrazione può ritenersi buona nell'intervallo [80,2000]Hz.

Bibliografia

- [1] Domenico Stanzial, Giorgio Sacchi e Giuliano Schiffrer, *Calibration of pressure-velocity probes using a progressive plane wave reference field and comparison with nominal calibration filters*.
- [2] Domenico Stanzial, *Appunti di Acustica energetica*.
- [3] W. C. Elmore, M. A. Heald, *Physics of waves*, Dover Publications.
- [4] Finn Jacobsen e Virgine Juad, *A note on the calibration of pressure-velocity sound intensity probes*.
- [5] H. E. de Bree, *The microflown E-book*, 2007.
- [6] R. Raangs, T. Schlicke, e R. Barham, *Calibration of a micromachined particle velocity microphone in a standing wave tube using a lda photon-correlation technique*, Measurement Science and Technology, vol. 16, no. 5, pp. 1099-1108, 2005.
- [7] P. M. Morse and K. U. Ingard, *Theoretical Acoustics*, Princeton University Press, 1987
- [8] D. Towne, *Wave Phenomna*, Addison-Wesley